

# MEMORIAL DE INGENIEROS



**MEMORIAL**  
DE  
**INGENIEROS DEL EJERCITO**

---

**COLECCION DE MEMORIAS**

---

**QUINTA EPOCA.—TOMO XLVIII**

(LXXXVI DE LA PUBLICACION)

---

**AÑO 1931.**

MADRID

IMPRESA DEL «MEMORIAL DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO»

—  
1931



# INDICE

de las obras sueltas que comprenden las entregas publicadas

POR EL

MEMORIAL DE INGENIEROS DEL EJERCITO

en el año de 1931.

---

**Líneas de influencia.**—Por el comandante de Ingenieros D. FEDERICO BEIGBER.—Consta de 120 páginas y 60 figuras intercaladas en el texto.

**La defensa nacional.**—Por el comandante de Ingenieros D. LUIS MANZANEQUE.—Consta de 20 páginas.

**Ensayos de tejidos impermeables y telas canchotadas.**—Por el comandante y capitán de Ingenieros D. FÉLIX MARTÍNEZ SANZ Y D. FERNANDO MEXÍA ROSCIANO.—Consta de 100 páginas, 19 figuras intercaladas en el texto y 7 láminas.

**Ensayo de motores de aviación refrigerados por aire.**—Por el capitán de Ingenieros D. ANTONIO GUERENDIAIN.—Consta de 20 páginas y 8 figuras intercaladas en el texto.

---



# LINEAS DE INFLUENCIA





**D. FEDERICO BEIGBEDER**

**\* COMANDANTE DE INGENIEROS \***

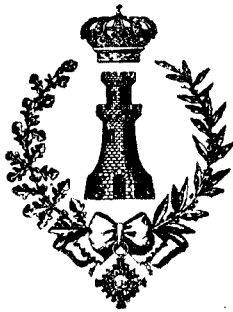
---

# **LINEAS DE INFLUENCIA**

---

**ESTUDIO PRÁCTICO DE LAS CARGAS MÓVILES**

---



---

Madrid.—Imprenta del «Memorial \* \* \*  
\* \* \* de Ingenieros del Ejército». 1931

---





«En la práctica, graficar en vez de calcular.»

El cálculo es laborioso y pesado; sin apercibirse se pueden cometer grandes errores; el gráfico fatiga menos y se presta mejor a todas las combinaciones de sobrecargas; con él se ve.

Los dos arrancan de hipótesis inexactas; la precisión del cálculo es inútil, la del gráfico, basta.

No hay que inquietarse por los decimales cuando los enteros son sospechosos.

SEJOURNÉ: *Les grandes routes*. (Tomo III, página 358.)

El método de las líneas de influencia, que es un método de cálculo gráfico, es el más rápido y más racional cuando se trata del estudio de los efectos de una carga móvil sobre una estructura, pues permite determinar qué parte de ésta hay que cargar para obtener los esfuerzos máximos y mínimos en una sección o un elemento determinado. Como todo procedimiento gráfico, la exactitud depende de las escalas empleadas y del esmero del dibujo, pero siempre la aproximación es más que suficiente y el error puede ser inferior a un 2 por 100 (1).

El estudio actual lo limitaremos al caso de vigas rectas, sometidas a cargas en movimiento que actúan directamente sobre ellas y, desde luego, no tendremos en cuenta los efectos dinámicos producidos por el movimiento de las cargas.

*Definición.*—Cuando una carga o un tren de ellas se mueve sobre una viga, origina para cada sección de ésta, una serie de valores de los esfuerzos cortantes, momentos de flexión, coeficientes de trabajo, flechas, etcétera, que dependen de la posición ocupada por las cargas en la viga.

Para una sección determinada, los valores anteriores vienen dados gráficamente por un diagrama que se llama *línea de influencia*, existien-

(1) En este trabajo ha colaborado intensamente el comandante D. Vicente Blasco Cirera.

do, por lo tanto, para cada sección de la viga línea de influencia para los esfuerzos cortantes, línea de influencia para los momentos flectores, etc.

Por el estudio de estas líneas de influencia se ve rápidamente qué posición de la carga produce el máximo efecto (esfuerzo cortante, momento de flexión, etc.) en una sección determinada.

La línea de influencia es función de la magnitud de la carga o cargas de su posición en la viga y de la forma geométrica de la estructura.

### Cargas móviles que actúan directamente sobre la viga.

PRIMER CASO. CARGAS CONCENTRADAS. CARGA ÚNICA.—Línea de influencia de las reacciones.—Sea (fig. 1) la viga  $AB$  de luz  $l$  sobre la que

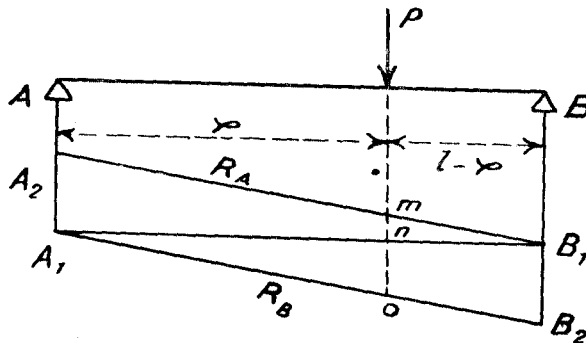


Fig. 1.

se mueve una carga  $P$  y supongamos que queremos construir las líneas de influencia para las reacciones en los extremos.

Para una posición dada de la carga  $P$ , distante  $x$  del apoyo  $A$ , se tiene tomando momentos respecto a  $A$  y  $B$ :

$$R_A \times l = P(l - x) \quad \text{de donde} \quad R_A = \frac{P(l - x)}{l}$$

$$R_B \times l = P \times x \quad \text{de donde} \quad R_B = \frac{P \times x}{l}$$

Estas ecuaciones representan rectas en que para

$$x = 0 \dots \left\{ \begin{array}{l} R_A = P \\ R_B = 0 \end{array} \right.$$

y para

$$x = l \dots \left\{ \begin{array}{l} R_A = 0 \\ R_B = P \end{array} \right.$$

y vendrán dadas por las rectas  $A_1 B_2$  y  $A_2 B_1$ , trazadas tomando  $A_1 A_2 = B_1 B_2 = P$ .

Para la posición de la carga se tiene

$$R_A = m n$$

$$R_B = n o$$

en la escala del dibujo; la suma  $R_A + R_B = m n + n o = B_1 B_2 = A_2 A_1 = P$ .

Como las reacciones son proporcionales a las cargas, se construyen las líneas de influencia para una carga unidad, llevando  $A_1 A_2 = B_1 B_2 = 1$

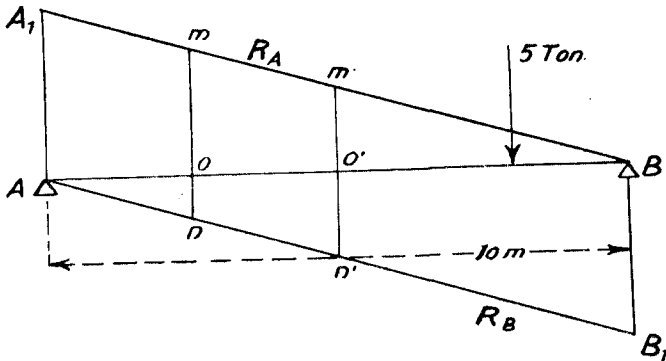


Fig. 2.

tonelada en la escala de fuerzas, y multiplicando las ordenadas interceptadas por  $P$ , se obtienen las reacciones.

*Ejemplo:* Sobre la viga  $AB$  de 10 metros de luz (fig. 2) se mueve una carga de 5 toneladas. Averiguar las reacciones en los extremos cuando la carga está en las secciones  $O$  y  $O'$ , situadas al cuarto y medio de la luz. Se dibuja la viga  $AB$  en escala 1 : 100, y si la escala de fuerza adoptada es 1 tonelada = 30 milímetros, se llevarán  $A A_1 = B B_1 = 30$  milímetros, obteniéndose las rectas  $R_A$  y  $R_B$  para la carga unidad (1).

(1) Las escalas indicadas se refieren a las figuras originales; en las figuras del texto la escala será distinta y desde luego fácil de averiguar.

Cuando la carga pise la sección  $O$ , se tendrá:

$$R_A = 5 \times om = 5 \times 22,5 \text{ mm.} = 5 \times \frac{22,5}{30} \text{ ton.} = 3,75 \text{ toneladas;}$$

$$R_B = 5 \times on = 5 \times 7,5 \text{ mm.} = 5 \times \frac{7,5}{30} \text{ ton.} = 1,25 \text{ toneladas.}$$

Cuando la carga esté en el centro  $O'$  de la viga, se tendrá:

$$R_A = 5 \times o'm' = 5 \times 15 \text{ mm.} = 5 \times \frac{15}{30} \text{ ton.} = 2,5 \text{ toneladas.}$$

$$R_B = 5 \times o'n' = 5 \times 15 \text{ mm.} = 5 \times \frac{15}{30} \text{ ton.} = 2,5 \text{ toneladas.}$$

*Comprobación analítica.*—La fórmula

$$R_A = \frac{P(l-x)}{l} \quad \text{y} \quad R_B = \frac{P \times x}{l}$$

darian para la sección  $O$ :

$$x = 2,5; \quad l - x = 7,5,$$

y sustituyendo

$$R_A = \frac{5 \times 7,5}{10} = \frac{37,5}{10} = 3,75 \text{ toneladas;}$$

$$R_B = \frac{5 \times 2,5}{10} = \frac{12,5}{10} = 1,25 \text{ toneladas.}$$

y para la sección  $O'$ :

$$x = 5; \quad l - x = 5,$$

y sustituyendo

$$R_A = \frac{5 \times 5}{10} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ toneladas;}$$

$$R_B = \frac{5 \times 5}{10} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ toneladas.}$$

*Línea de influencia de los esfuerzos cortantes.*—El esfuerzo cortante en la sección  $C$  (fig. 3) es la suma de las fuerzas que actúan a su izquierda, mientras la carga va de  $B$  a  $C$ , suma que es precisamente la reacción  $R_A$ .

Al pasar  $P$  a la izquierda de  $C$ , la suma de fuerzas a la izquierda de

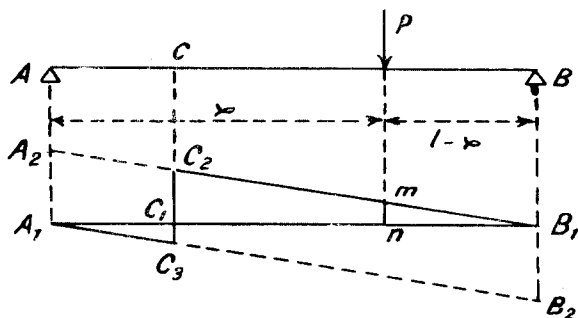


Fig. 3.

la sección es  $R_A - P = R_B$ , luego la línea  $A_1 C_3 C_2 B$  representa la variación del esfuerzo cortante en la sección  $C$  para las distintas posiciones de la carga  $P$ ; es decir, que es la línea de influencia del esfuerzo cortante

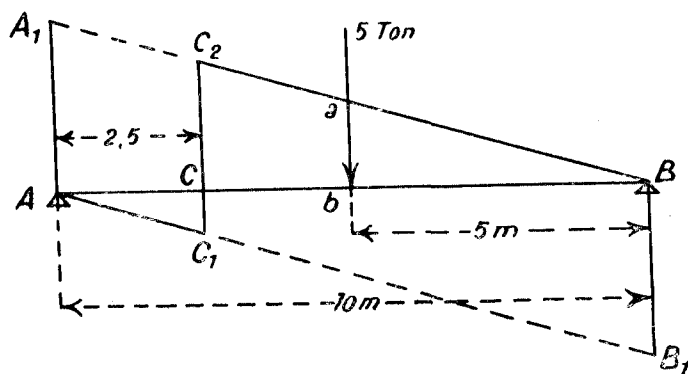


Fig. 4.

en dicha sección, y las ordenadas interceptadas debajo de la carga representan en la escala de fuerzas los esfuerzos cortantes.

Para la posición de la carga en la figura, el esfuerzo cortante en  $C$  es  $m$   $n$  kilogramos y el máximo será cuando la carga pise la sección  $C$ , y su valor será  $C_2 C_1$ .

Como los esfuerzos cortantes son proporcionales a las cargas, se construye la figura llevando  $A_1 A_2 = B_1 B_2 = 1$  tonelada en la escala de fuerzas, y multiplicando las ordenadas del diagrama por  $P$  se obtienen los esfuerzos cortantes.

Se observará que las líneas de influencia de las reacciones son también líneas de influencia para el esfuerzo cortante en los apoyos.

*Ejemplo:* Sobre la viga  $AB$ , de 10 metros de luz (fig. 4), se mueve una carga de 5 toneladas. Averiguar el esfuerzo cortante en una sección de abscisa de 2,5 metros cuando la carga móvil pisa el centro de la viga.

Dibujada la viga en escala 1 : 100, y si la escala de fuerzas adoptadas es 1 tonelada = 30 milímetros, llevando  $AA_1 = BB_1 = 30$  milímetros, se tendrá que para la sección  $C$  de abscisa 2,5 metros la línea de influencia del esfuerzo cortante, para la carga unidad, es  $AC_1 C_2 B$ .

Cuando la carga móvil llegue al centro de la viga, el esfuerzo cortante en  $C$  será

$$5 \times ab = 5 \times 15 \text{ mm.} = 5 \times \frac{15}{30} \text{ ton.} = 2,5 \text{ toneladas.}$$

#### Tren de cargas.

Aplicemos todo lo anterior al caso en que sea un tren de cargas el que recorre la viga y sea (fig. 7) la viga  $AB$  recorrida por el tren de cargas  $P_1 - P_2 - P_3$ .

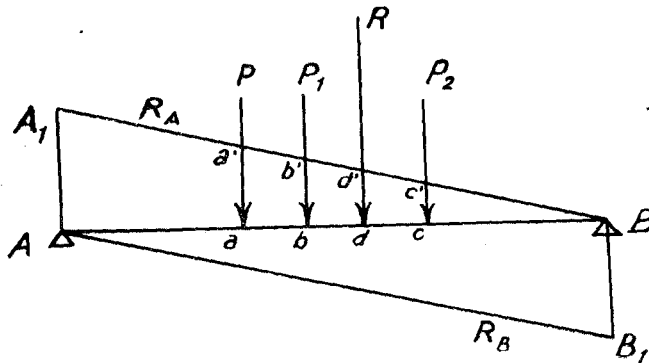


Fig. 5.

Para trozos rectos de la línea de influencia es evidente que la suma de efectos de las cargas es igual al efecto de la resultante.

*Línea de influencia de las reacciones.*—Si sobre la viga  $AB$  (fig. 5) se



mueve un tren de cargas  $P - P_1 - P_2$ , las reacciones  $R_A$  y  $R_B$  se obtendrán construyendo las líneas de influencia de las reacciones para carga unidad y multiplicando las ordenadas interceptadas por cada carga por su valor, la suma total dará el valor de la reacción para la posición del tren de cargas.

En la figura para la posición indicada el valor  $R_A$  es:

$$R_A = (P \times aa') + (P_1 \times bb') + (P_2 \times cc')$$

y si  $R$  es la resultante del sistema, se tendrá también

$$R_A = R \times dd'$$

*Ejemplo:* Sea la viga  $AB$  de 10 metros de luz recorrida por el tren de cargas que se indica (fig. 6); deducir el valor de  $R_A$  cuando la carga de cabeza dista 3 metros del apoyo  $A$ .

Dibujada la viga en escala 1 : 100, se lleva  $AA_1 = 1$  tonelada = 40

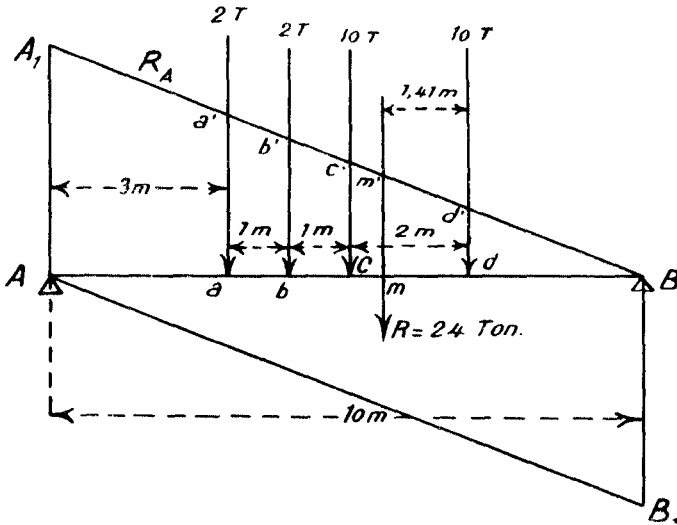


Fig. 6.

milímetros y se tienen en  $A_1 B$  y  $A B_1$  las líneas de influencia para las reacciones  $R_A$  y  $R_B$  y carga unidad.

Cuando la carga de cabeza pise la sección  $a$  distante 3 metros del apoyo izquierdo, se tendrá:

$$R_A = (2 \times aa') + (2 \times bb') + (10 \times cc') + (10 \times dd') = (2 \times 28) + (2 \times 24) + (10 \times 20) + (10 \times 12) = 424 \text{ milímetros,}$$

y como la escala es 1 tonelada = 40 milímetros, el valor de  $R_A$  será

$$\frac{424}{40} = 10,6 \text{ toneladas.}$$

Podía haberse encontrado la resultante del sistema y medir sólo su ordenada. Para ello colocaremos la resultante en el dibujo determinando su distancia a la carga de cola; tomando momentos respecto a la última carga, se tendrá:

$$24 \times d = (2 \times 4) + (2 \times 3) + (10 \times 2) = 34 \text{ tonelámetros,}$$

de donde

$$d = \frac{34 \text{ tonm.}}{24 \text{ ton.}} = 1,41 \text{ metros.}$$

La ordenada interceptada por la resultante es  $m m' = 17,8$  milímetros y el valor de  $R_A$  será:

$$R_A = 24 \times \frac{17,8}{40} \text{ ton.} = 10,6 \text{ toneladas.}$$

#### Polígono de influencia de la reacción.

En vez de trazar la recta que representa la línea de influencia de la reacción y sumar todas las ordenadas interceptadas por las cargas, o bien calcular la resultante y medir su ordenada, puede simplificarse el problema de la manera siguiente (fig. 7):

Supongamos que queremos determinar la reacción  $R_A$ .

En la posición de cargas señalada en la figura se tiene, tomando momentos respecto a  $B$ ,

$$R_A \times l = P_1 (d + d_1 + a) + P_2 (d_1 + a) + P_3 \times a,$$

o sea:

$$R_A = \frac{P_1 (d + d_1 + a) + P_2 (d_1 + a) + P_3 \times a}{l}.$$

Construyamos ahora un polígono de fuerzas cuya distancia polar sea la luz del tramo, para lo cual llevaremos

$$A_1 A_2 = P_1 \quad \gg \quad A_2 A_3 = P_2 \quad \gg \quad A_3 A_4 = P_3,$$

y uniendo los puntos  $A_2 A_3$  y  $A_4$  con  $B_1$ , se tendrá el polígono de fuerzas, pudiendo deducirse el funicular correspondiente llevando a partir de  $B_1$  las distancias

$$B_1 M' = d \quad \gg \quad M' N' = d_1 \quad \gg \quad N' S = a.$$

El primer lado del funicular será  $B_1 M$  hasta el encuentro con la vertical de  $M'$ ; el segundo lado  $M N$ , trazando por  $M$  la paralela  $a - B_1 A_3$  hasta el encuentro con la vertical de  $N'$  y el tercer lado  $N o$  trazando

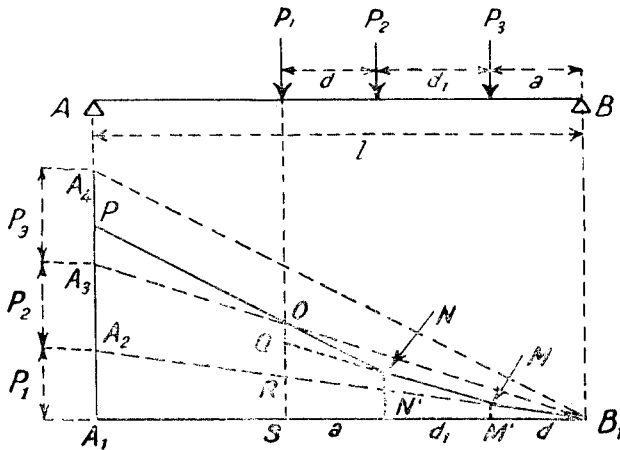


Fig. 7.

por  $N$  la paralela  $a - B_1 A_4$  hasta el encuentro con la vertical de  $S$  y prolongándola hasta el punto  $P$ .

Vamos a demostrar que para la posición de las cargas la ordenada  $S o$ , interceptada por la carga de cabeza, es igual a la reacción  $R_A$ .

Prolongando  $M N$  hasta el encuentro en  $Q$  con la vertical de  $P_1$ , los triángulos  $B_1 A_1 A_2$  y  $B_1 S R$  dan

$$S R = \frac{A_1 A_2 \times S B_1}{A_1 B_1} = \frac{P_1 (d + d_1 + a)}{l}.$$

Los triángulos  $B_1 A_2 A_3$  y  $M R Q$ , cuyas alturas son, respectivamente,  $B_1 A_1$  y  $M' S$ , dan

$$R Q = \frac{A_2 A_3 \times S M'}{A_1 B_1} = \frac{P_2 (d_1 + a)}{l}.$$

Los triángulos  $B_1 A_3 A_1$  y  $N Q o$ , cuyas alturas son  $B_1 A_1$  y  $N' S$ , dan

$$Q o = \frac{A_3 A_1 \times S N'}{A_1 B_1} = \frac{P_3 \times a}{l};$$

sumando estos valores se tiene:

$$S R + R Q + Q o = S o = \frac{P_1 (d + d_1 + a) + P_2 (d_1 + a) + P_3 \times a}{l},$$

que es la reacción en el apoyo  $A$ , y una vez conocida la línea  $P o N M B_1$ , que se llama polígono de influencia de la reacción en  $A$ , para una posición cualquiera de las cargas, la ordenada interceptada por la carga de cabeza dará la reacción en  $A$  con arreglo a la escala del dibujo. Cuando

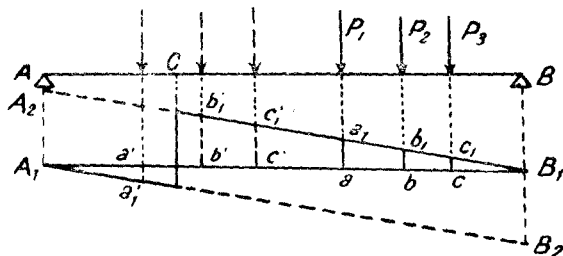


Fig. 8.

se sale la primera carga de la viga, la línea sobre la que se cuenta la ordenada será la  $B_1 R A_2$ .

*Línea de influencia de los esfuerzos cortantes.*—Sea la viga  $AB$  sometida al tren de cargas  $P_1 - P_2 - P_3$  (fig. 8); si se quiere construir la línea de influencia para los esfuerzos cortantes en una sección  $C$ , tomaremos  $A_1 A_2 = B_1 B_2 = 1$  tonelada con arreglo a una cierta escala de fuerzas y trazáramos la línea de influencia como ya se sabe.

Para la posición de las cargas el esfuerzo cortante en  $C$  es

$$(P_1 \times a a_1) + (P_2 \times b b_1) + (P_3 \times c c_1).$$

Si las cargas estuvieren en la posición indicada de puntos, el esfuerzo cortante sería:

$$(P_2 \times b' b'_1) + (P_3 \times c' c'_1) - (P_1 \times a' a'_1).$$

*Determinación del máximo esfuerzo cortante en una sección dada.*—  
 Moviendo las cargas se puede deducir por tanteos qué posición de éstas da el máximo esfuerzo cortante en *C*.

*Ejemplo:* Sea la viga *AB* de 10 metros de luz (fig. 9) recorrida por el tren de cargas que se indica; determinar qué posición de ellas dará el

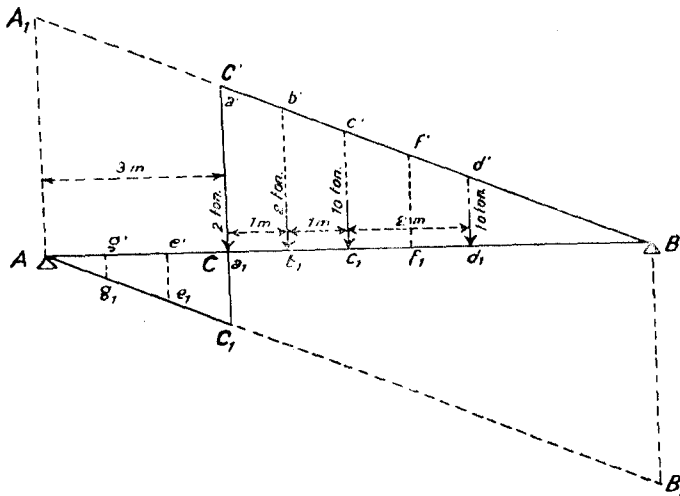


Fig. 9.

máximo esfuerzo cortante en la sección *C*, distante 3 metros del apoyo *A*.

Construyamos la línea de influencia de la sección *C* para una carga de 1 tonelada y sea ésta la *A C<sub>1</sub> C' B* (escala 1 tonelada = 40 milímetros).

Coloquemos las cargas de modo que las de cabeza pisen la sección *C*, y el esfuerzo cortante en dicha sección será:

$$(2 \times a_1 a') + (2 \times b_1 b') + (10 \times c_1 c') + (10 \times d_1 d') = (2 \times 28) + (2 \times 24) + (10 \times 20) + (10 \times 12) = 424 \text{ milímetros},$$

y como la escala de fuerzas es 1 tonelada = 40 milímetros, el esfuerzo cortante es  $\frac{424}{40} = 10,6$  toneladas.

Movamos el convoy de modo que la segunda carga pise el punto  $C$  y ensayemos esta posición.

El esfuerzo cortante en la sección será ahora:

$$(2 \times a_1 a') + (10 \times b_1 b') + (10 \times f_1 f') - (2 \times e_1 e') = (2 \times 28) + \\ + (10 \times 24) + (10 \times 16) - (2 \times 8) = 440 \text{ milímetros.}$$

Y el esfuerzo cortante será  $\frac{440}{40} = 11$  toneladas.

Si el convoy continúa moviéndose hasta que la carga tercera pise la sección  $C$ , el esfuerzo cortante en ella será:

$$(10 \times a_1 a') + (10 \times e_1 e') - (2 \times g_1 g') - (2 \times e_1 e') = (10 \times 28) + \\ + (10 \times 20) - (2 \times 4) - (2 \times 8) = 456 \text{ milímetros,}$$

y el esfuerzo cortante será

$$\frac{456}{40} = 11,4 \text{ toneladas.}$$

Si se sigue moviendo el convoy hasta que la carga cuarta pise la sección, entonces se ha salido de la viga la carga primera, luego el máximo esfuerzo cortante en  $C$  se produce cuando la tercera carga pisa la sección y su valor es 11,4 toneladas.

*Procedimiento gráfico para determinar el máximo esfuerzo cortante en una sección dada.*—Se simplifican los tanteos anteriores haciendo uso del polígono de influencia de la reacción  $R_A$ .

Sea (fig. 10) la viga  $AB$  de luz  $l$  sobre la que circula el tren de cargas, que se mueve en el sentido indicado (de derecha a izquierda), y supongamos que queremos deducir el máximo esfuerzo cortante en la sección  $M$  distante  $a'$  del apoyo  $A$  y averiguar qué posición de cargas es la que lo produce.

Construyamos la línea de la reacción en el apoyo  $A$ ; como se sabe, se llevan las cargas  $P_1 - P_2 - P_3$ , etc., sobre la vertical de  $A_1$ , y a partir de  $B_1$  sobre la horizontal, las distancias entre ellas  $d_1 - d_2 - d_3 - a$ , siendo  $a$  la distancia de la última carga al apoyo  $B$ .

Con  $B_1$  como polo se construye el polígono de fuerzas, y trazando las ordenadas de  $c, d, e$  y  $f$  se tiene en  $B_1 c_1 d_1 e_1 R$  la línea buscada. Coloquemos la carga de cabeza  $P_1$  en la sección  $M$ , y la reacción en  $A$  será, como se sabe,  $R_A = M' M_1$ , que será también el esfuerzo cortante en la

sección  $M$  para la posición de cargas considerada, pues la única fuerza que existe a la izquierda de esta sección es la reacción en  $A$ .

Para ver si hay otra posición de las cargas que dé un esfuerzo cortante en  $M$  mayor que  $M'$   $M_1$ , se procede por tanteos moviendo aquéllas para que vayan pisando la sección; si la segunda carga  $P_2$  pisa la sección

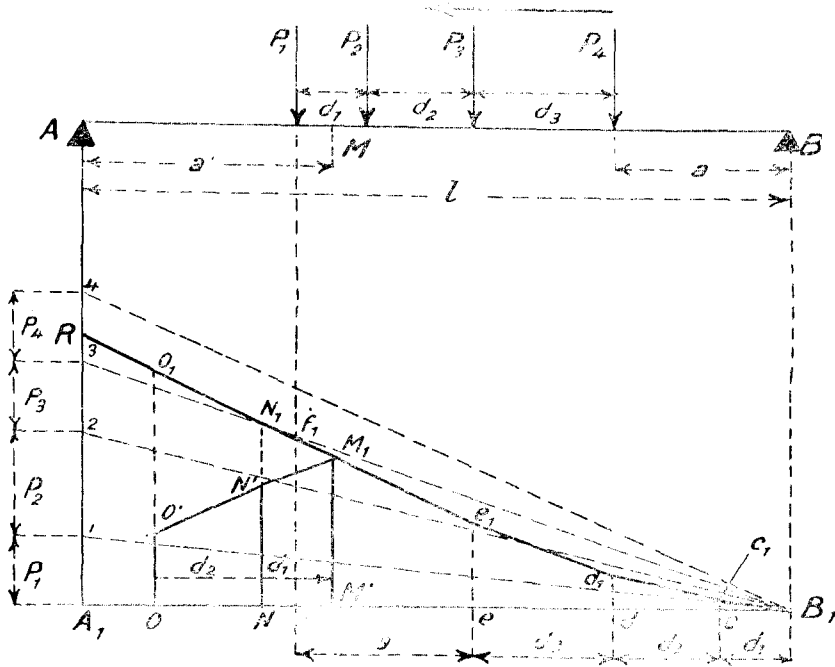


Fig. 10.

$M$ , la carga de cabeza distará de  $M$  la distancia  $d_1$ , y llevando  $M' N = d_1$  se tiene que para esta posición de las cargas la reacción en  $A$  es

$$R_A = N N_1$$

El esfuerzo cortante en  $M$  será la suma de las fuerzas que hay a su izquierda, y como ahora la carga  $P_1$  está en este lado, su valor será:

$$R_A - P_1$$

y llevando  $N_1 N' = P_1$  se tiene en  $N N'$  el esfuerzo cortante en la sección  $M$ , cuando la segunda carga pisa la sección.

Si se sigue moviendo el tren de cargas y la  $P_3$  pisa la sección  $M$ , para esta posición, la carga de cabeza estará a la izquierda una distancia  $M'o = d_1 + d_2$  y la reacción en  $A$  será:

$$R_A = O O_1$$

y el esfuerzo cortante en  $M$ , que es la suma de cargas situada a su izquierda, será:

$$R_A - P_1 - P_2.$$

Llevando  $O_1 O' = P_1 + P_2$  se tiene en  $O O'$  el esfuerzo cortante en  $M$  cuando la tercera carga  $P_3$  pisa la sección.

Comparando los valores  $MM_1$ ,  $NN'$  y  $OO'$  se ve cuál es el mayor y qué posición de las cargas es la que produce el máximo esfuerzo cortante en la sección  $M$ . Observaremos que las ordenadas de la línea  $M_1 N' O'$  representan las variaciones del esfuerzo cortante en la sección  $M$  conforme se desplaza el tren de cargas y que, por lo tanto, la línea  $B_1 d_1 e_1 M_1 N' O'$  es una línea de influencia del esfuerzo cortante en la sección  $M$ .

*Ejemplo:* Apliquemos el procedimiento al ejemplo anterior (fig. 11) y nos servirá como comprobación.

Tomando como escalas de longitudes 1 : 100 y de fuerzas 1 tonelada = 4 milímetros, o sea 1 milímetro = 0,25 toneladas, se dibuja el polígono de la reacción  $R_A$ , que es el  $B_1 R C' D' E'$ .

Si colocamos la carga de cabeza en la sección  $C$ , el esfuerzo cortante en dicha sección será la reacción  $R_A$ , es decir,

$$C_1 C' = 43 \text{ mm.} = 43 \times 0,25 \text{ ton.} = 10,7 \text{ toneladas.}$$

Si colocamos la segunda carga en la sección  $C$ , la reacción en  $A$  será

$$D_1 D' = 53 \text{ mm.} = 53 \times 0,25 = 13,25 \text{ toneladas.}$$

Y llevando  $D' D'' = 2$  toneladas = 8 milímetros, se tiene que el esfuerzo cortante en  $C$  será

$$D_1 D'' = 44 \text{ mm.} = 44 \times 0,25 = 11 \text{ toneladas.}$$

Si colocamos la tercera carga en  $C$ , la reacción en  $A$  es  $E_1 E' = 63$  milímetros =  $63 \times 0,25 = 15,75$  toneladas, y llevando  $E' E'' = 4$  toneladas = 16 milímetros, el esfuerzo cortante en  $C$  será



$$E, E'' = 46 \text{ mm.} = 46 \times 0,25 = 11,5 \text{ toneladas.}$$

Si se lleva la cuarta carga sobre  $C$ , entonces sale del tramo la primera, luego el esfuerzo cortante máximo en la sección  $C$  distante 3 metros del apoyo  $A$  es 11,5 toneladas y tiene lugar cuando la tercera carga pisa la sección.

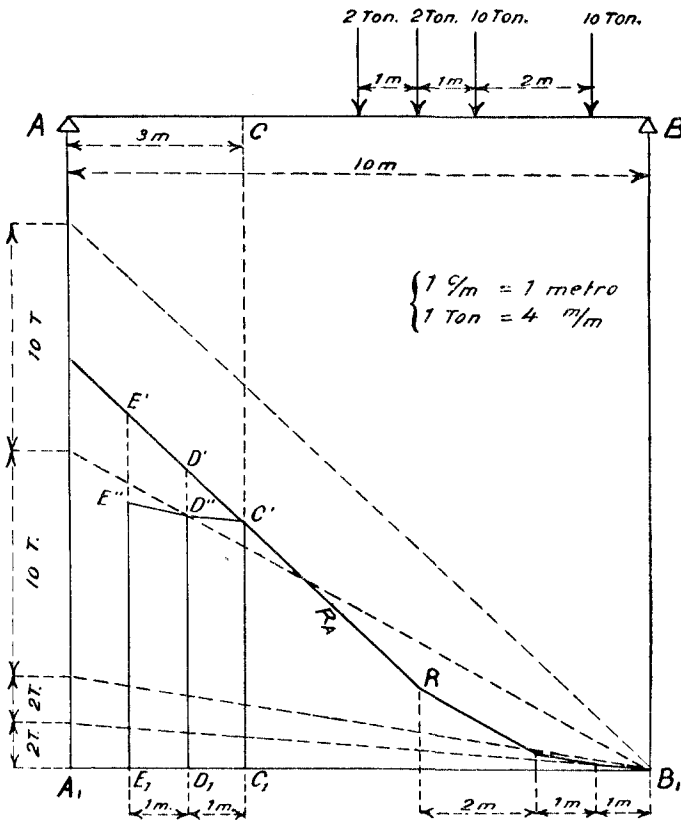


Fig. 11.

Como se ve, estos valores concuerdan con los obtenidos anteriormente empleando la línea de influencia del esfuerzo cortante en la sección considerada.

*Comprobación analítica.*—Calculemos analíticamente el máximo esfuerzo cortante en la sección  $C$  de abscisa 3 metros.

Como cuando se tiene un tren de cargas y hay que tomar momentos respecto a un punto, las operaciones son laboriosas y distintas, según sea el centro de momentos, se simplifican mucho los cálculos, construyendo una *tabla de momentos de las cargas respecto a una de ellas*, de la cual se deduce fácilmente el momento respecto a otro punto.

Si suponemos (fig. 12) la viga  $AB$  sometida al tren de cargas  $P_1 - P_2 - P_3$ , que se mueve en el sentido de la flecha, y llamamos  $b_1 - b_2 - b_3 \dots$  las distancias de las cargas al apoyo  $B$  y  $a_1 - a_2 - a_3 \dots$  las distancias de cada carga a la de cola, tomando momentos respecto a  $B$ , se tiene:

$$\begin{aligned} (P_1 \times b_1) + (P_2 \times b_2) + (P_3 \times b_3) &= [P_1(b_3 + a_1)] + [P_2(b_3 + a_2)] + \\ (P_3 \times b_3) &= [(P_1 \times a_1) + (P_2 \times a_2)] + (P_1 + P_2 + P_3) \times \\ &\times b_3 = \Sigma(P \times a) + (\Sigma P) \times b_3 \end{aligned}$$

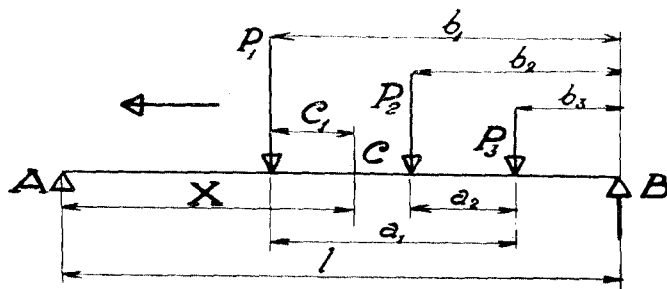


Fig. 12.

es decir, que para una posición cualquiera de las cargas, la suma de momentos respecto al apoyo B es igual a la suma de momentos de las cargas respecto a la de cola, más la carga total por la distancia de dicha carga de cola al apoyo B.

De la igualdad anterior  $M_B = \Sigma(P \times a) + (\Sigma P) \times b_3$  se deduce fácilmente la reacción en A, pues  $M_B = R_A \times l$ , de donde

$$R_A = \frac{M_B}{l} = \frac{1}{l} \Sigma(P \times a) + \frac{b_3}{l} \Sigma P.$$

Para una sección  $C$  de abscisa  $x$  el esfuerzo cortante será

$$C_x = R_A - \sum_A^c P$$

y si  $e_1 - e_2 - e_3$  son las distancias de las cargas comprendidas entre  $A$  y  $C$  a este último punto, el momento en dicha sección será:

$$M_c = R_A \times x - \sum_A^C (P \times e) = \frac{M_B}{l} \times x - \sum_A^C (P \times e) =$$

$$= x \left( R_A - \frac{\sum_A^C (P \times e)}{x} \right) = x (V_A - V_x).$$

Siendo  $V_x$  la reacción en  $A$  de una viga apoyada de luz  $AC = x$  y sometida a las cargas que hay a la izquierda de  $C$ .

Volviendo al ejemplo numérico, calculemos la tabla de momentos de las cargas respecto a cada una de ellas.

TABLA DE MOMENTOS.

1	$\Sigma P \leftarrow$	24T.	22T.	20T.	10T.
2	$a \leftarrow$	4m.	3m.	2m.	0m.
3	$d$				
4	$P$	(2T.)	(2T.)	(10T.)	(10T.)
5	$N^\circ$ de Orden $\leftarrow$	1	2	3	4
6	$\overleftarrow{M}_4$		34	26	20
7	$\overleftarrow{M}_3$ $\overrightarrow{M}_2$		6	2	20
8	$\overleftarrow{M}_2$ $\overrightarrow{M}_3$		2	10	40
9	$\overrightarrow{M}_4$		2	22	62
10	$\Sigma P \rightarrow$	2T.	4T.	14T.	24T.
11	$a \rightarrow$	0m.	1m.	2m.	4m.

En la tercera fila se pone la colocación de las cargas y su separación, en la cuarta fila, debajo de cada carga, su valor en toneladas entre paréntesis; en la quinta fila, el número de orden de las cargas cuando el tren se mueve de derecha a izquierda.

En la primera fila se pone la suma de cargas hacia la cabeza; en la segunda fila, la distancia de cada carga a la de cola.

En la sexta fila se pone la suma de los momentos de las cargas respecto a la 4 de cola, en el sentido de la flecha.

Así, el momento de la carga 3 respecto a la de cola es  $10 \text{ ton.} \times 2 \text{ metros} = 20 \text{ tonelámetros}$ , valor que se pone en la tabla. El momento de la carga 2 respecto a la de cola es  $2 \text{ ton.} \times 3 \text{ m.} = 6 \text{ tonelámetros}$ , y la suma de los momentos de las cargas 2 y 3 respecto a la carga de cola 4 es  $20 + 6 = 26 \text{ tonelámetros}$ , valor que se pone en la tabla.

El momento de la carga 1 respecto a la de cola es  $2 \text{ ton.} \times 4 \text{ m.} = 8 \text{ tonelámetros}$  y la suma de los momentos de las cargas 1 — 2 — 3 respecto a la de cola 4 es  $8 + 26 = 34 \text{ tonelámetros}$ , valor que se pone en la tabla.

En la fila 7 se pone la suma de los momentos de las cargas respecto a la 3. Así, el momento de 2 respecto a la 3 es  $2 \text{ ton.} \times 1 \text{ m.} = 2 \text{ tonelámetros}$ , valor que se pone a la tabla.

El momento de 1 respecto a 3 es  $2 \text{ ton.} \times 2 \text{ m.} = 4 \text{ tonelámetros}$ , y la suma de momentos de 1 y 2, respecto a 3, es  $2 + 4 = 6 \text{ tonelámetros}$ , valor que se pone en la tabla.

En la fila 8 viene la suma de momentos de las cargas respecto a la 2.

El momento de 1 respecto a 2 es  $2 \times 1 = 2 \text{ tonelámetros}$ , valor que se pone en la tabla.

En la fila 10 se supone que varía el sentido de marcha del convoy y que éste circula de izquierda a derecha; el orden de las cargas varía y la que antes era cola con el número 4, ahora es cabeza con el número 1, y en esta fila se pone la suma de cargas hacia la cabeza.

En la fila 11 se pone la distancia de cada carga a la de cola.

En la fila 9, la suma de momentos de las cargas respecto a la de cola.

Así, con el sentido nuevo de marcha, el momento de 3 respecto a 4 es  $2 \text{ ton.} \times 1 \text{ m.} = 2 \text{ tonelámetros}$ , que se pone en la tabla.

El momento de 2 respecto a 4 es  $10 \text{ ton.} \times 2 \text{ m.} = 20 \text{ tonelámetros}$ , y la suma de momentos de 2 y 3 respecto a 4 es  $2 + 20 = 22 \text{ tonelámetros}$ , que se pone en la tabla.

El momento de 1 respecto a 4 es  $10 \text{ ton.} \times 4 \text{ m.} = 40 \text{ tonelámetros}$ , y la suma de momentos, de 1 — 2 — 3 con relación a 4, es  $22 + 40 = 62 \text{ tonelámetros}$ , que se pone en la tabla.

En la fila 8 se ponen las sumas de momentos de 1 y 2 respecto a 3 así:

El momento de 2 con relación a 3 es  $10 \text{ ton.} \times 1 \text{ m.} = 10 \text{ tonelámetros}$ , valor que se pone a la tabla.

El momento de 1 con relación a 3 es  $10 \text{ ton.} \times 3 \text{ m.} = 30 \text{ tonelámetros}$ , y la suma de momentos es  $30 + 10 = 40 \text{ tonelámetros}$ , que se pone en la tabla.

En la fila 7 se pone el momento respecto a 2, que será  $10 \times 2 = 20$  tonelámetros, que se pone en la tabla.

Los valores del sentido derecha-izquierda ( $\triangleleft$ ) y del sentido izquierda-derecha ( $\triangleright$ ) se ponen separados por una línea gruesa en escalera.

Como comprobación de la tabla se debe tener: Suma de momentos

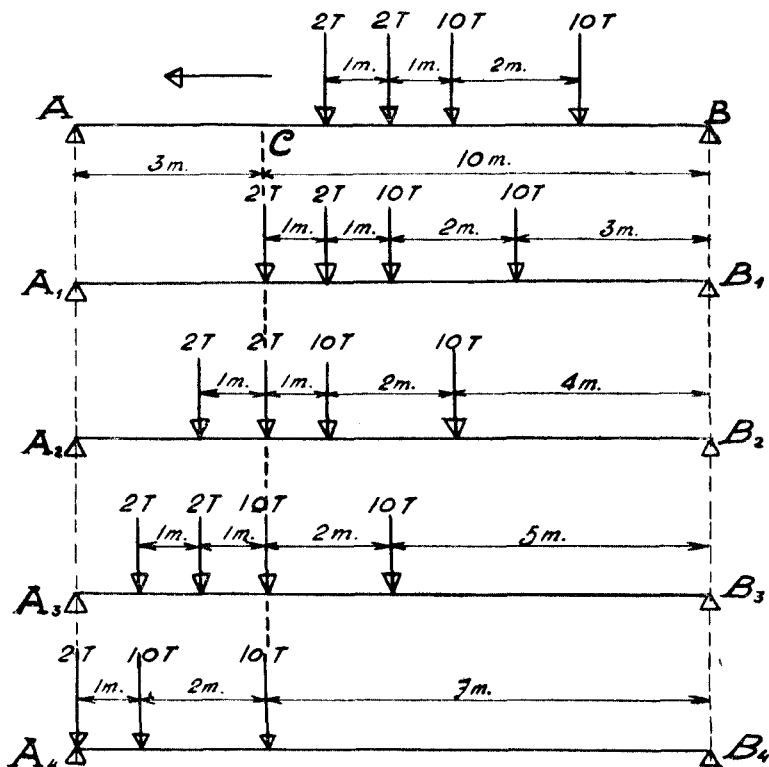


Fig. 13.

de las cargas respecto a la de cola, en el sentido derecha-izquierda + suma de momentos de las cargas respecto a la de cola en el sentido izquierda-derecha, dividido por la suma de las cargas = a la separación entre las cargas extremas, o sea  $\frac{34 + 62}{24} = \frac{96}{24} = 4$  metros.

Construida ya la tabla de momentos, supongamos que moviéndose el tren de derecha a izquierda, la carga de cabeza pisa a la sección C que consideramos (fig. 13).

En esta posición,  $A_1 B_1$ , la distancia de la carga de cola al apoyo  $B$  es 3 metros, y el momento de todas las cargas respecto al apoyo  $B$ , es como se sabe.

Suma de momentos respecto a la de carga de cola + suma de cargas por la distancia de la última al apoyo  $B$ .

El primer sumando está en la tabla y es 34 tonelámetros (fila 6.<sup>a</sup>), y la suma de cargas es 24 toneladas (fila 1.<sup>a</sup>), y se tiene:

$$M_B = 34 + (24 \times 3) = 106 \text{ tonelámetros.}$$

La reacción en  $A$  es  $R_A = \frac{M_B}{l} = \frac{106}{10} = 10,6$  toneladas, que es también el esfuerzo cortante en  $C$  por no haber carga a la izquierda de la sección.

Si la segunda carga pisa la sección posición  $A_2 B_2$ , la distancia de la última a  $B$  es 4 metros y el momento será:

$$M_B = 34 + (24 \times 4) = 130 \text{ tonelámetros.}$$

La reacción en  $A$  será  $R_A = \frac{130}{10} = 13$  toneladas, y el esfuerzo cortante en  $C$  será, puesto que hay una fuerza a su izquierda,

$$C = 13 - 2 = 11 \text{ toneladas.}$$

Cuando la tercera carga pise la sección (posición  $A_3 B_3$ ), la distancia de la última al apoyo  $B$  es 5 metros, y el momento general de las fuerzas respecto al apoyo  $B$ , será:

$$M_B = 34 + (24 \times 5) = 154 \text{ tonelámetros;}$$

la reacción  $R_A = \frac{154}{10} = 15,4$  toneladas, y el esfuerzo cortante, será:

$$C = 15,4 - (2 + 2) = 11,4 \text{ toneladas.}$$

Si la última carga pisa la sección (posición  $A_4 B_4$ ), la primera se habrá salido de la viga y habrá que considerar las cargas 2 3-4, y el cuadro nos da

$$M_B = 26 + (22 \times 7) = 180 \text{ tonelámetros,}$$

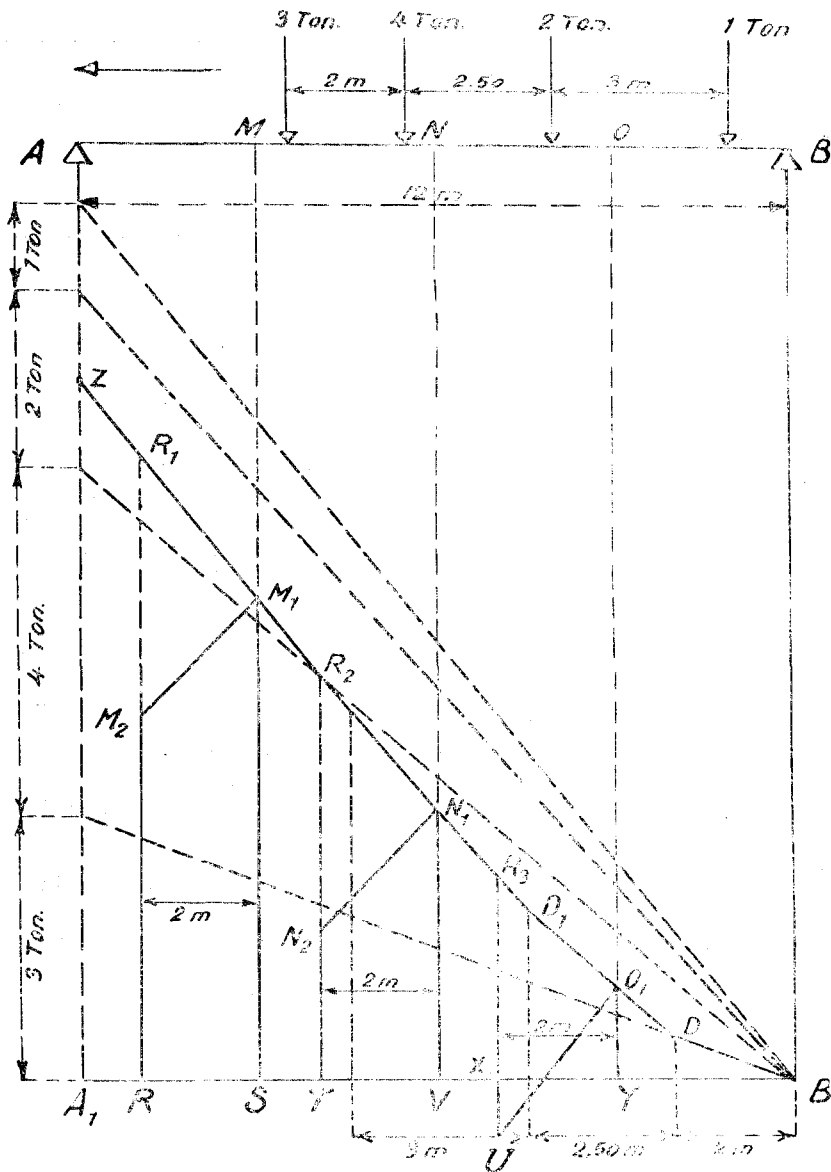


Fig. 14.

la reacción será  $R_A = \frac{180}{10} = 18$  toneladas, y el esfuerzo cortante,  
 $C = 18 - (2 + 10) = 6$  toneladas,

luego el máximo esfuerzo cortante se produce al pisar la tercera carga la sección, resultado de acuerdo con lo visto anteriormente.

*Determinación de los esfuerzos cortantes máximos en varias secciones de una viga.*—Procediendo como se ha indicado y con auxilio del polígono de influencia de la reacción, pueden determinarse los esfuerzos cortantes máximos en distintas secciones.

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  (fig. 14) de 12 metros de luz, se mueve el tren de cargas que se indica. Averiguar los esfuerzos cortantes máximos positivos en el apoyo  $A$  y las secciones  $MNO$  situadas a la mitad y cuarto de la luz.

Se dibuja la viga en escala  $\frac{1}{100}$  y con una escala de fuerzas de 1 tonelada = 15 milímetros, se dibuja el polígono de la reacción  $R_A$ , que es  $B_1 D D_1 M_1 Z$ . La reacción en  $A$  será  $A_1 Z = 120$  milímetros = 8 toneladas. Para cada sección se procede del siguiente modo:

*Sección M.*—Cuando la carga de cabeza llega a ella, se tiene  $R_A = M_1 S =$  esfuerzo cortante en  $M = 82$  milímetros = 5,46 toneladas.

Cuando la segunda carga pisa la sección, se tiene  $R_A = R R_1$  y el esfuerzo cortante es  $R_A - 3$  toneladas =  $R R_1 - R_1 M_2 = M_2 R = 62$  milímetros = 4,13 toneladas. Si la carga tercera pisa la sección, la primera sale del tramo y no hay que considerar este caso.

*Sección N.*—Cuando la carga de cabeza pisa la sección, se tiene:  $R_A = V N_1 =$  esfuerzo cortante = 46,5 milímetros = 3,1 toneladas.

Cuando la segunda carga pisa la sección,  $R_A = T R_2$  y el esfuerzo cortante es  $R_A - 3$  toneladas =  $T R_2 - R_2 N_2 = T N_2 = 25$  milímetros = 1,66 toneladas.

*Sección O.*—Cuando la carga de cabeza pisa la sección, se tiene:  $R_A = Y O_1 =$  esfuerzo cortante = 15 milímetros = 1 tonelada.

Cuando la segunda carga pisa la sección, se tiene  $R_A = X R_3$  y el esfuerzo cortante es  $R_A - 3$  toneladas =  $X R_3 = U R_3 = -X U$ .

Con los valores anteriores se puede formar el siguiente cuadro:

Sección.	Valor máximo positivo del esfuerzo cortante.	Carga bajo la cual ocurre.
A	8 toneladas.	Cargaprimera.
M	5,46 ídem.	Ídem.
N	3,1 ídem.	Ídem.
O	1 ídem.	Ídem.
B	0 ídem.	Ídem.



*Determinación de la posición de las cargas que produce esfuerzo cortante máximo en una sección.*—Para disminuir los tanteos, tanto si se emplea el procedimiento gráfico del polígono de influencia de la reacción, como el procedimiento analítico, se procede del modo siguiente:

Sea  $A B$  una viga recorrida por el tren de cargas que se indica (figu-

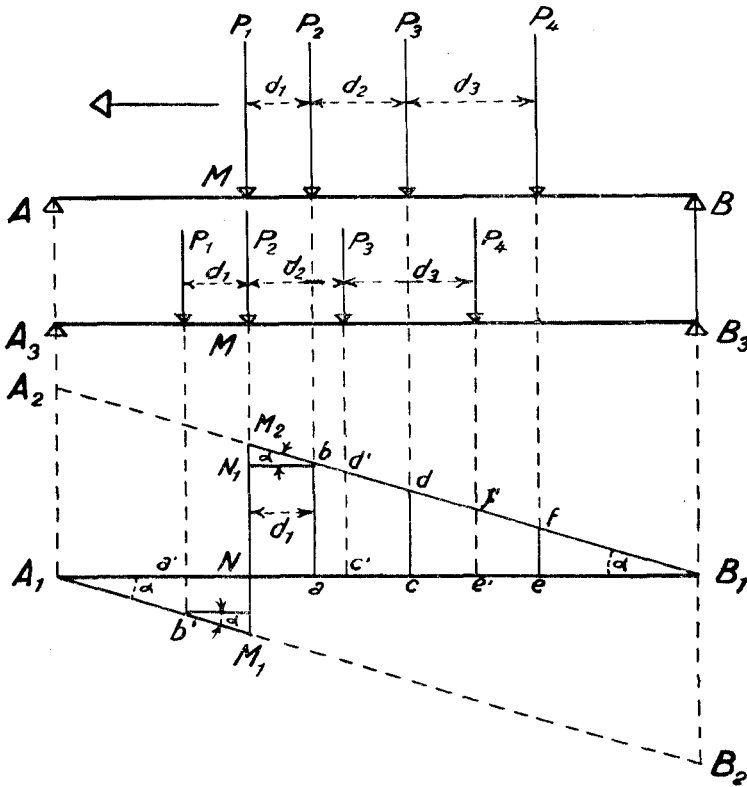


Fig. 15.

ra 15) y supongamos que se quiere determinar qué posición del tren de cargas produce máximo esfuerzo cortante en una sección  $M$ .

Para esta sección se construye una línea de influencia para carga unidad, llevando  $A_1 A_2 = B_1 B_2 = 1$  tonelada y se tiene en  $A_1 M_1 M_2 B_1$  la línea de influencia.

La influencia de una carga  $P_2$  sobre la sección  $M$  es  $P_2 \times ab$ , y si se supone que esta carga se desplaza una cantidad  $d_1$ , el nuevo esfuerzo cortante en  $M$  será  $P_2 \times NM_2$ , y el incremento de esfuerzo cortante en  $M$  al desplazarse la carga una distancia  $d_1$ , será:

$$P_2 (N M_2 - a b) = P_2 \times N_1 M_2 = P_2 \times d_1 \text{ tang. } \alpha$$

siendo

$$\text{tang. } \alpha = \frac{A_2 A_1}{l},$$

o sea la relación entre 1 tonelada y  $l$  en sus respectivas escalas.

Si suponemos que la carga de cabeza pisa la sección  $M$ , el esfuerzo cortante positivo será:

$$(P_1 \times N M_2) + (P_2 \times a b) + (P_3 \times c d) + (P_4 \times e f).$$

Si se supone que el tren se desplaza una distancia  $d_1$  igual a la separación entre las dos primeras cargas, de modo que la segunda carga pise la sección, tendremos que el nuevo esfuerzo cortante en la sección  $M$ , será:

$$(P_2 \times N M_2) + (P_3 \times c' d') + (P_4 \times e' f') - (P_1 \times a' b')$$

y el incremento respecto al valor anterior, teniendo presente que hay un doble incremento: uno, porque en la parte positiva del diagrama, aumentan las ordenadas, y otro, porque en la parte negativa del diagrama, disminuye la ordenada de  $P_1$  desde  $N M_1$  a  $a' b'$ , será:

$$\begin{aligned} [(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) \times d_1 \text{ tang. } \alpha] - P_1 &= \Sigma(P) d_1 \text{ tang. } \alpha - \\ - P_1 &= \Sigma(P) d_1 \frac{1}{l} - P_1 = \frac{\Sigma(P) d_1}{l} - P_1. \end{aligned}$$

Este incremento será positivo si  $\frac{\Sigma P \times d_1}{l} > P_1$  y en este caso la segunda carga da máximo esfuerzo cortante en  $M$ ; si  $\frac{\Sigma(P) \times d_1}{l} < P_1$  entonces la primera carga da el valor máximo.

La relación anterior se puede poner en la forma  $\frac{\Sigma P}{l} > \frac{P_1}{d_1}$  siendo  $P$  la suma total de todas las cargas sobre la viga.

En el caso de que todas las cargas sean iguales e igualmente repartidas, entonces  $\frac{P}{d_1}$  será siempre mayor que  $\frac{\Sigma P}{l}$  y la primera carga será la que dé máximo esfuerzo cortante.

En el caso que la primera carga sea pequeña o la separación entre las dos primeras sea grande, puede ocurrir que la segunda carga colocada en la sección dé máximo esfuerzo cortante.

*Ejemplo.*—Sea la viga de la figura 14 en la que se desea saber el máximo esfuerzo cortante positivo en las secciones *M-N-o*.

*Sección M.*—Carga de 3 toneladas en la sección;  $P = 10$  toneladas,  $l = 12$  metros.

$$\frac{\Sigma P}{l} = \frac{10}{12} = 0,83; P_1 = 3 \text{ toneladas}; d_1 = 2 \text{ metros}$$

y

$$\frac{P_1}{d_1} = \frac{3}{2} = 1,5,$$

luego es la primera carga la que colocada sobre la sección dé el máximo esfuerzo, y su valor será, tomando momentos respecto al extremo *B*.

$$R_A \times 12 = (3 \times 9) + (4 \times 7) + (2 \times 4,5) + 1,5 = 65,5 \text{ tm.}$$

y

$$R_A = \frac{65,5}{12} = 5,45 \text{ toneladas,}$$

que será el esfuerzo cortante en la sección.

*Sección N.*—Carga de 3 toneladas en la sección, y entonces está fuera de la viga la cuarta carga

$$\Sigma P = 9 \text{ toneladas}; l = 12 \text{ metros y } \frac{\Sigma P}{l} = \frac{9}{12} = 0,75,$$

$$P_1 = 3 \text{ metros}; d_1 = 2 \text{ metros y } \frac{P_1}{d_1} = \frac{3}{2} = 1,5,$$

luego es la primera carga que colocada en la sección *N* dará un máximo esfuerzo cortante, y su valor será:

$$R_A \times 12 = (3 \times 6) + (4 \times 4) + (2 \times 1,5) = 39 \text{ tonelámetros.}$$

y

$$R_A = \frac{39}{12} = 3,25 \text{ toneladas.}$$

*Sección O.*—Carga de 3 toneladas en la sección, y entonces están fuera de la viga las cargas 3 y 4

$$\Sigma P = 7 \text{ toneladas; } l = 12 \text{ metros y } \frac{\Sigma P}{l} = \frac{7}{12} = 0,58,$$

$$P_1 = 3 \text{ toneladas; } d_1 = 2 \text{ metros y } \frac{P_1}{d_1} = \frac{3}{2} = 1,5$$

y es la primera carga la que da el valor máximo.

Su valor será

$$R_A \times 12 = (3 \times 3) + (4 \times 1) = 13 \text{ tonelámetros.}$$

y

$$R_A = \frac{13}{12} = 1,08 \text{ toneladas.}$$

Valores que concuerdan con los deducidos por medio del polígono de influencia de la reacción.

*Ejemplo.*—Sea figura 16 la viga  $AB$  sobre la que se mueve el tren de cargas indicado; averiguar el esfuerzo cortante máximo positivo en las secciones  $D-C-E$  situado en el centro y cuarto de la luz.

*Sección D.*—Si la carga de 20 toneladas pisa la sección, entonces estarán sobre la viga las cargas 1, 2, 3 y 4, y se tendrá:

$$\Sigma P = 140 \text{ toneladas, } l = 30 \text{ metros y } \frac{\Sigma P}{l} = \frac{140}{30} = 4,66,$$

$$P_1 = 20 \text{ toneladas, } d_1 = 8 \text{ metros y } \frac{P_1}{d_1} = \frac{20}{8} = 2,5$$

y como  $\frac{\Sigma P}{l} > \frac{P_1}{d_1}$  es la segunda carga la que colocada en  $D$ , dará el esfuerzo cortante máximo.

Para esta posición  $A_1 B_1$  la primera carga no está en el tramo y sólo lo están las 2, 3, 4 y 5; tomando momentos con respecto a  $B_1$ , se tiene:

$$R_A \times 30 = 40 (22,5 + 17,5 + 12,5 + 7,5) = 2400 \text{ t. m.}$$

de donde

$$R_A = \frac{2400}{30} = 80 \text{ toneladas}$$

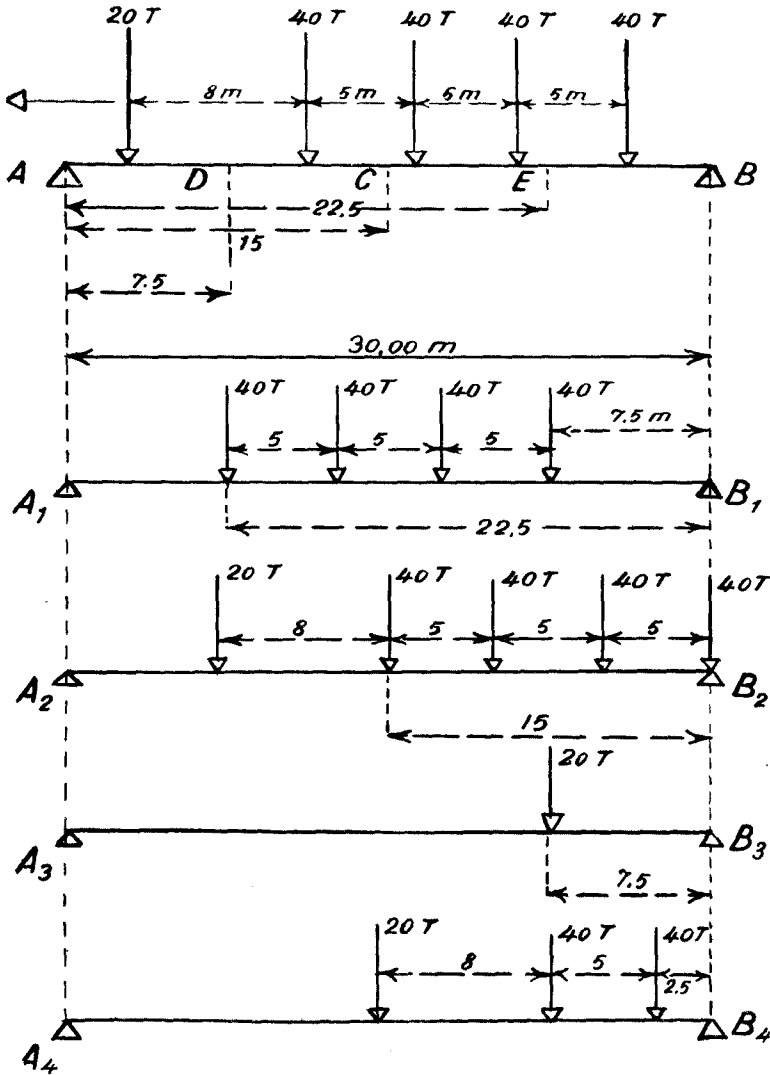


Fig. 16.

que es también el esfuerzo cortante en la sección D.

Sección C.—Si la carga de 20 toneladas pisa la sección, entonces estarán sobre la viga las cargas 1, 2 y 3, se tendrá

$$\Sigma P = 100 \text{ toneladas, } l = 30 \text{ metros y } \frac{\Sigma P}{l} = \frac{100}{30} = 3,33,$$

$$P_1 = 20 \text{ toneladas, } d_1 = 8 \text{ metros y } \frac{P_1}{d_1} = \frac{20}{8} = 2,5,$$

y como  $\frac{\Sigma P}{l} > \frac{P_1}{d_1}$  es la segunda carga, lo que colocado en *C*, dará el máximo momento.

Para esta posición  $A_2 B_2$ , tomando momentos, se tendrá:

$$R_A \times 30 = (20 \times 23) + 40(15 + 10 + 5) = 1660 \text{ t. m.}$$

de donde  $R_A = \frac{1660}{30} = 55,3$  toneladas, y el esfuerzo cortante en *D* será  $55,3 - 20 = 35,3$  toneladas.

*Sección E.*—Si la carga de cabeza pisa la sección, entonces estarán solamente sobre la viga la primera carga, y en este caso hay que comparar con el valor que tome el esfuerzo cortante cuando la segunda carga pise la sección.

*Carga de 20 toneladas en la sección.*—Para esta posición  $A_3 B_3$  tomando momentos, se tiene:

$$R_A \times 30 = 20 \times 7,5 = 150 \text{ tonelámetros}$$

de donde

$$R_A = \frac{150}{30} = 5 \text{ toneladas,}$$

que es también el esfuerzo cortante en *E*.

*Caja de 40 toneladas en la sección.*—Para esta posición  $A_4 B_4$ , tomando momentos

$$R_A \times 30 = (20 \times 15,5) + 40(7,5 + 2,5) = 710 \text{ t. m.}$$

de donde

$$R_A = \frac{710}{30} = 23,6 \text{ toneladas,}$$

y el esfuerzo cortante en *E*, sería

$$23,6 - 20 = 3,6 \text{ toneladas.}$$

Luego el máximo esfuerzo cortante en  $E$ , tiene lugar cuando la primera carga pisa la sección.

**Determinación del valor máximo absoluto del esfuerzo cortante en una viga.**

Como el esfuerzo cortante en cada extremo de una viga apoyada, será por lo menos tan grande como en alguna sección intermedia, el valor máximo de aquél ocurrirá en los apoyos y será igual a la reacción correspondiente.

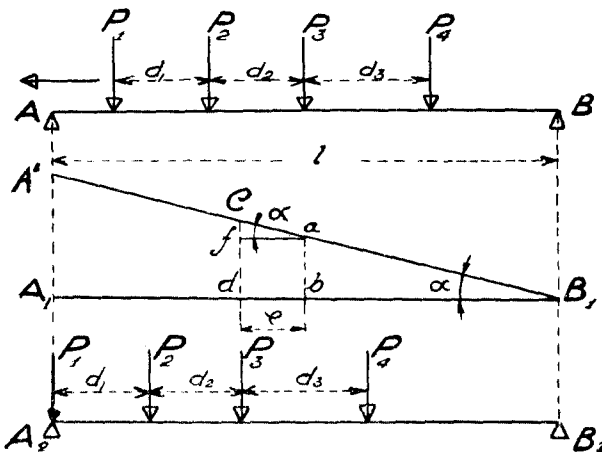


Fig. 17.

Esta reacción aumentará, conforme el tren de cargas se aproxime al apoyo, y generalmente será máxima cuando la carga de cabeza pise el apoyo; pero si esta carga es pequeña o la distancia entre ellas muy grande, la reacción máxima o el esfuerzo cortante máximo ocurrirá cuando la segunda carga pise el apoyo, habiendo salido la primera de la viga.

Supongamos (fig. 17) la viga  $AB$  sometida al tren de cargas indicado y sea  $A'B_1$  la línea de influencia de la reacción en  $A$ , que es también la línea de influencia del esfuerzo cortante en el apoyo izquierdo.

Una carga  $P_3$  en la posición de la figura, origina una reacción en  $A$  igual a  $(P_3 \times ab)$ , o sea un esfuerzo cortante en  $A$  de esta magnitud; si esta carga se desplaza una cantidad  $x$ , el nuevo esfuerzo cortante será  $(P_3 \times cd)$  y ha habido un incremento igual a

$$P(cd - ab) = P \times cf = Px \text{ tang. } \alpha.$$

Para todo el tren de cargas que se desplaza una cantidad  $x$ , el incremento de esfuerzo cortante en  $A$ , sería:

$$\Sigma (P) \times x \text{ tang. } \alpha,$$

siendo  $\Sigma (P)$  la carga total en la viga y  $\text{tang. } \alpha$  la relación de una tonelada a  $AB$  en sus respectivas escalas, o sea  $\text{tang. } \alpha = \frac{AA'}{l}$ .

Si colocamos en la viga  $AB$  la carga  $P_1$  en el apoyo  $A_2$  tendremos cierto esfuerzo cortante en  $A$ , y si desplazamos el tren, la cantidad  $d_1$  que es la distancia entre las dos cargas de cabeza, el incremento del esfuerzo cortante en  $A$ , será:

$$[(P_2 \times d_1 \text{ tang. } \alpha) + (P_3 \times d_1 \text{ tang. } \alpha) + (P_4 \times d_1 \text{ tang. } \alpha)] - P_1$$

puesto que esta carga queda fuera de la viga, o sea que el incremento es

$$\Sigma (P) \times d_1 \text{ tang. } \alpha - P_1$$

que será positivo si

$$\Sigma (P) \times d_1 \text{ tang. } \alpha > P_1,$$

siendo  $\Sigma (P)$  la suma de cargas detrás de la de cabeza.

Como  $\text{tang. } \alpha = \frac{1}{l}$  se tiene

$$P_1 < \frac{\Sigma (P) \times d_1}{l} = \frac{(P_2 + P_3 + P_4) \times d_1}{l},$$

o bien

$$\frac{d_1}{l} > \frac{P_1}{\Sigma (P)}.$$

Si se cumple esta condición, es la segunda carga la que colocada en el apoyo da la posición del tren para máximo esfuerzo cortante en  $A$ .

De la desigualdad anterior se deduce también que  $d_1 > \frac{P_1 \times l}{\Sigma (P)}$  y si se cumple, la segunda carga hay que colocarla en el apoyo para obtener máximo esfuerzo cortante.

*Ejemplo.*—Sea la viga  $AB$  (fig. 18) sometida al tren de cargas que



se mueve de izquierda a derecha; averiguar el máximo esfuerzo cortante en el apoyo  $B$ .

La condición para que la segunda carga colocada en  $B$  dé mayor esfuerzo cortante es

$$P_1 < \frac{\sum(P) \times d_1}{l}$$

y sustituyendo valores

$$10 < \frac{90 \times 9}{40} = \frac{810}{40} = 20,2$$

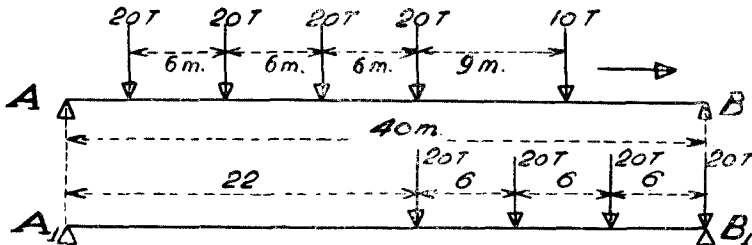


Fig. 18.

que se cumple; para esta posición de las cargas en  $A_1 B_1$  se tiene tomando momentos con relación a  $A_1$

$$R_B \times 40 = 20(22 + 28 + 34 + 40) = 2480 \text{ t. m.}$$

o sea

$$R_B = \frac{2480}{40} = 62 \text{ toneladas.}$$

Si se hubiere aplicado la fórmula

$$d_1 > \frac{P_1 \times l}{\sum P}$$

se tendría

$$9 > \frac{10 \times 40}{90} = \frac{400}{90} = 4,6$$

que también se cumple.

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  de 10 metros de luz se mueve el tren de cargas indicado (fig. 19) de  $B$  hacia  $A$ .

Deducir el máximo esfuerzo cortante en el apoyo  $A$ .

La condición para que la segunda carga colocada en  $A$  dé el máximo esfuerzo cortante es

$$P_1 < \frac{\Sigma(P) \times d_1}{l}$$

y como

$$P_1 = 2 \text{ tons.}, \Sigma(P) = 2 + 10 + 10 = 22 \text{ tons.}, d_1 = 1 \text{ m.}, l = 10 \text{ ms.}$$

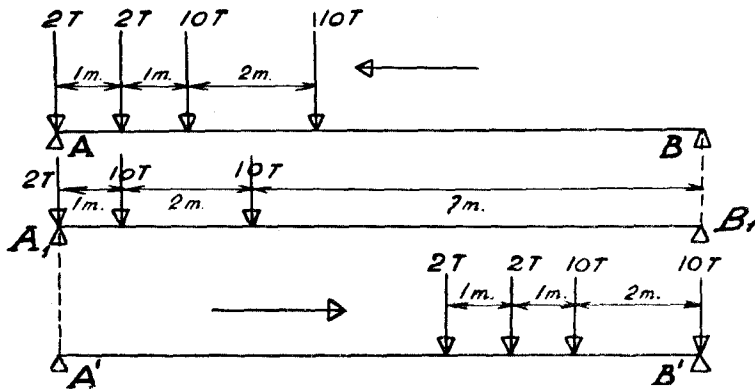


Fig. 19.

se tiene

$$2 < \frac{22 \times 1}{10} = 2,2$$

que se cumple.

Para esta posición de cargas se tiene en  $A_1 B_1$ , tomando momentos respecto a  $B$

$$R_A \times 10 = (10 \times 7) + (10 \times 9) + (2 \times 10) = 180 \text{ t. m.}$$

de donde

$$R_A = \frac{180}{10} = 18 \text{ toneladas.}$$

Este valor se puede deducir de la tabla de momentos (pág. 21), puesto que como la primera carga sale del tramo y la última dista de  $B$  7 metros, se tiene, como se sabe, tomando momentos respecto a  $B$

$$M_B = R_A \times 10 = \Sigma(P \times a) + \Sigma(P) \times b_s,$$

la tabla de momentos da (fila 6)

$$\Sigma(P \times a) = 26 \text{ t. m.}; \quad \Sigma(P) = 22 \text{ t. m.}; \quad b_s = 7 \text{ ms.}$$

luego

$$R_A \times 10 = 26 + (22 \times 7) = 180 \text{ tonelámetros.}$$

o sea

$$R_A = \frac{180}{10} = 18 \text{ toneladas.}$$

Si se supone que el tren cambia de sentido de movimiento y se mueve de izquierda a derecha, la condición para que la segunda carga colocada en  $B$  dé máximo esfuerzo cortante en dicho apoyo es:

$$P_1 < \frac{\Sigma(P) \times d_1}{l}$$

y como

$$P_1 = 10 \text{ tons.}; \quad \Sigma P = 14 \text{ tons.}; \quad d_1 = 2 \text{ ms.}; \quad l = 10 \text{ ms.}$$

se tiene

$$10 < \frac{14 \times 2}{10} = \frac{28}{10} = 2,8$$

que no se cumple.

Luego el máximo será en la posición  $A' B'$  cuando la carga de cabeza pise el apoyo  $B'$ , y su valor será tomando momentos con relación a  $A'$

$$\begin{aligned} R_B \times 10 &= (2 \times 6) + (2 \times 7) + (10 \times 8) + (10 \times 10) = \\ &= 12 + 14 + 80 + 100 = 206 \text{ tonelámetros.} \end{aligned}$$

de donde

$$R_B = \frac{206}{10} = 20,6 \text{ toneladas métricas.}$$

Este valor se puede deducir también de la tabla de momentos, puesto que la fila 9 da

$$\Sigma (P \times a) = 62 \text{ tonelámetros}$$

y como

$$\Sigma P = 24 \text{ t. y } b_3 = 6 \text{ ms.}$$

se tiene

$$M_A = R_B \times 10 = 62 + (24 \times 6) = 206 \text{ t. m.}$$

o sea

$$R_B = \frac{206}{10} = 20,6 \text{ toneladas.}$$

como anteriormente.

*Ejemplo.*—Un tren de tranvías con ejes cargados como indica la figu-

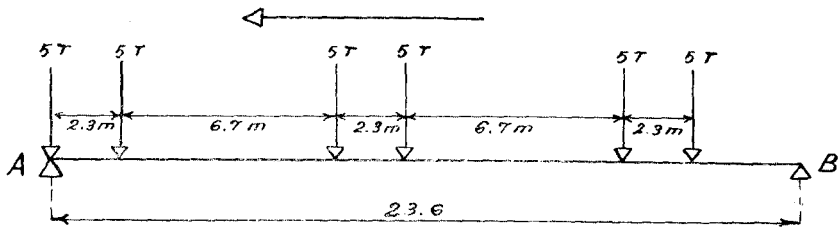


Fig. 20.

ra 20, se mueve en la viga  $AB$ ; determinar el máximo esfuerzo cortante en el apoyo  $A$ .

La condición para que el máximo se produzca al paso de la segunda carga es

$$P_1 < \frac{\Sigma(P) \times d_1}{l_1}$$

y como

$$\Sigma(P) = 25 \text{ tons.; } d_1 = 2,3 \text{ ms.; } l = 23,6 \text{ ms.; } P_1 = 5 \text{ tons.}$$

se tiene

$$5 < \frac{25 \times 2,3}{23,6} = 2,4$$

que no se cumple, luego la posición del tren que produce máximo esfuerzo cortante, es cuando la primera carga pisa el apoyo.

Tomando momentos respecto a  $B$ , se tiene:

$$R_A \times 23,6 = (5 \times 23,6) + (5 \times 21,3) + (5 \times 14,6) + \\ + (5 \times 12,3) + (5 \times 5,6) = 403,5 \text{ t. m.}$$

de donde

$$R_A = \frac{403,5}{23,6} = 17,1 \text{ toneladas.}$$

Si se hubiese aplicado la fórmula

$$d_1 > \frac{P_1 \times l}{\Sigma(P)}$$

se tendría

$$2,3 > \left( \frac{5 \times 23,6}{25} = 4,7 \right)$$

que tampoco se cumple.

### Línea de influencia de los momentos de flexión.

Sea (fig. 21) la viga  $AB$  sometida a la carga móvil  $P$  y consideremos la sección  $C$ , distante  $d$  del apoyo  $A$ .

El momento de flexión en  $C$  es, mientras la carga se mueve de  $B$  hacia  $C$

$$M_C = R_A \times d = \frac{P(l-x)}{l} \times d$$

ecuación de una recta en que para

$$x = l \dots \dots M_C = 0 \\ x = 0 \dots \dots M_C = P \times d$$

tomando  $A_1 A_2 = P \times d$  se tiene en  $A_2 B_1$  la recta.

Si la carga  $P$  al moverse pasa al otro lado de la sección  $C$ , el momento flector sería

$$M_C = R_B \times (l - d) = \frac{P \times x}{l} (l - d)$$

ecuación de una recta en que para

$$x = l \dots \dots M_c = P ( - d)$$

$$x = 0 \dots \dots M_c = 0$$

tomando  $B_1 B_2 = P (l - d)$  se tiene en  $A_1 B_2$  la recta.

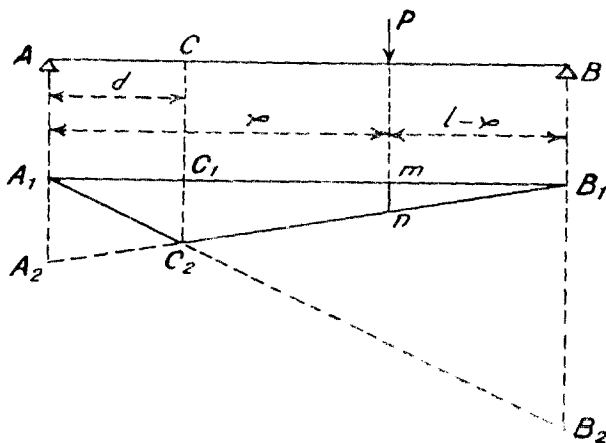


Fig. 21.

Las rectas  $A_1 B_2$  y  $A_2 B_1$  se cortan en la vertical de la sección  $C$ , pues para  $x = d$ , ambas ecuaciones dan el mismo valor

$$C_1 C_2 = \frac{P (l - d)}{l} \times d.$$

La línea  $A_1 C_2 B_1$  representa, pues, la variación del momento en  $C$  para las diversas posiciones de la carga móvil, y es por lo tanto la línea de influencia de los momentos en dicha sección, y las ordenadas interceptadas debajo de la carga, representan en la escala del dibujo los momentos de flexión en tonelámetros, si las fuerzas y longitudes vienen dadas en toneladas y en metros.

Para la posición de la figura el momento en  $C$  es  $mn$  tonelámetros (cargas en toneladas y distancias en metros) y el máximo será cuando la carga pise la sección  $C$ .

Como los momentos flectores son proporcionales a las cargas, se construirá la línea de influencia para una carga unidad, y si (fig. 22)  $AB$  es la viga, y  $C$  la sección considerada, como sobre la vertical de  $C$  está el

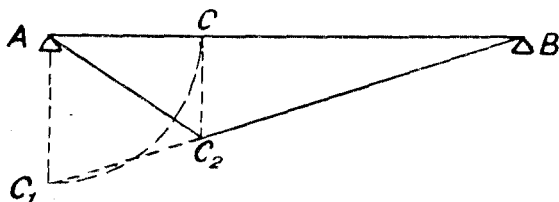


Fig. 22.

punto de máxima ordenada, bastará determinar una de las rectas que forman el triángulo de la línea de influencia, y siendo  $P = 1$ , llevar sobre la vertical de  $A$  una distancia.

$$AC_1 = Pd = 1 \times d = d = AC \quad \text{y} \quad AC_2B$$

será la línea de influencia de momentos para la carga unidad, cuyas ordenadas medidas en la escala de la figura y multiplicadas por  $P$ , darán los momentos buscados.

Las ordenadas de la línea de influencia de momentos para carga unidad representan tonelámetros en la misma escala que la de longitudes.

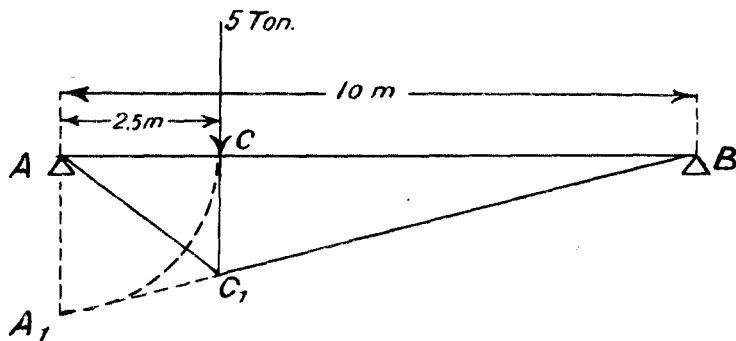


Fig. 23.

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  (fig. 23) de 10 metros de luz, se desplaza una carga móvil de 5 toneladas. Averiguar el momento máximo en la sección de abscisa 2,5 metros.

Dibujada la viga en escala  $\frac{1}{100}$  y llevando  $AA_1 = AC = 2,5$  metros = 25 milímetros, se tiene en  $AC_1B$  la línea de influencia de momentos para la sección  $C$  y carga unidad.

Como la escala de longitudes es  $\frac{1}{100}$ , la escala de ordenadas será la misma, es decir:

$$1 \text{ milímetro} = 0,1 \text{ tonelámetros.}$$

El momento de flexión será máximo, cuando la carga pise la sección, y su valor será:

$$5 \times CC_1 = 5 \times 18,5 \text{ mm.} = 5 \times \frac{18,5}{0,1} \text{ tm.} = 9,25 \text{ tm.}$$

*Comprobación.*—El momento máximo de flexión en una sección de abscisa  $x$  es

$$M = \frac{P(l-x)x}{l}$$

y como en este caso  $x = 2,5$  metros;  $l - x = 7,5$  metros, se tendrá:

$$M = \frac{5 \times 7,5 \times 2,5}{10} = 9,37 \text{ tonelámetros,}$$

diferencia explicable por la escala del dibujo.

#### Tren de cargas.

Quando se trata de un tren de cargas, se procede en forma análoga a lo hecho para los esfuerzos cortantes; sea la viga  $AB$  sometida al tren

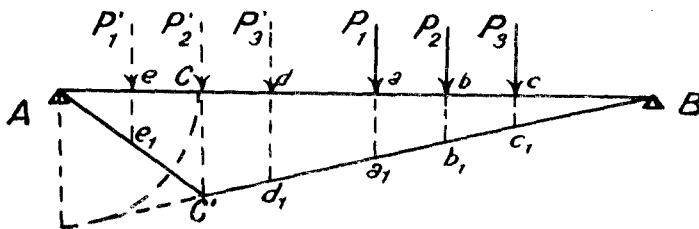


Fig. 24.

de cargas que se indica (fig. 24) y construida la línea de influencia para momentos en la sección  $C$ , que es  $AC_1B$  para la posición de las cargas, el momento flector en  $C$  es



$$(P_1 \times a a_1) + (P_2 \times b b_1) + (P_3 \times c c_1) \text{ tonelámetros.}$$

Si las cargas ocupan la posición de puntos, el momento sería

$$(P'_1 \times e e_1) + (P'_2 \times c c_1) + (P'_3 \times d d_1) \text{ tonelámetros.}$$

Es evidente que para trozos rectos de la línea de influencia, la suma de efectos de las cargas es igual al efecto de la resultante.

*Determinación del máximo momento de flexión en una sección dada.*—Moviendo las cargas se puede deducir por tanteo, qué posición de éstas da el máximo momento en la sección  $C$ .

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  (fig. 25) de 10 metros de luz se mueve

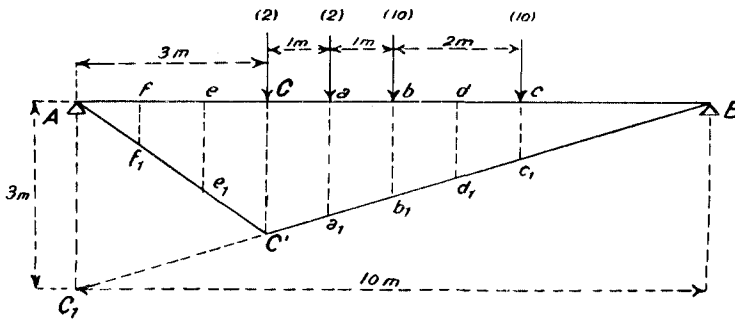


Fig. 25.

el tren de cargas que se indica; deducir el máximo momento flector en la sección  $C$  distante 3 metros del apoyo  $A$ .

Construyamos la línea de influencia de momentos para dicha sección, llevando sobre la vertical de  $A$  la distancia  $AC_1 = AC$  y  $A'C_1B$ , será la línea buscada para la carga unidad.

Situemos las cargas de modo que la de cabeza pise la sección, y el momento flector sería

$$M_C = (2 \times CC') + (2 \times a a_1) + (10 \times b b_1) + (10 \times c c_1).$$

Si la escala de longitudes es  $1/100$ , las ordenadas representan tonelámetros en la misma escala, es decir,

$$\begin{aligned} CC' &= 2,1 \text{ tm.}; & a a_1 &= 1,8 \text{ tm.} \\ b b_1 &= 1,5 \text{ tm.}; & c c_1 &= 0,9 \text{ tm.} \end{aligned}$$

y el momento será

$$M_C = (2 \times 2,1) + (2 \times 1,8) + (10 \times 1,5) + (10 \times 0,9) = 31,8 \text{ tm.}$$

Si se mueven las cargas de modo que la segunda pise la sección, el momento sería

$$\begin{aligned} M_C &= (2 \times e e_1) + (2 \times C C') + (10 \times a a_1) + (10 \times d d_1) = \\ &= (2 \times 1,4) + (2 \times 2,1) + (10 \times 1,8) + (10 \times 1,2) = 37 \text{ tm.} \end{aligned}$$

Si es la carga tercera la que pisa la sección, el momento sería

$$\begin{aligned} M_C &= (2 \times f f_1) + (2 \times e e_1) + (10 \times C C') + (10 \times b b_1) = \\ &= (2 \times 0,7) + (2 \times 1,4) + (10 \times 2,1) + (10 \times 1,5) = 40,2 \text{ tm.} \end{aligned}$$

Si se siguen moviendo las cargas para que la cuarta pise la sección, se sale del tramo la primera, luego el momento máximo en  $C$  es 40,2 toneladas y ocurre cuando la tercera carga pisa la sección considerada.

*Comprobación.*—Para calcular analíticamente el máximo momento en una sección y qué carga lo produce, se hará uso del cuadro de momentos ya descrito y se tendrá una vez deducidos los valores de  $R_A$  (ver página 21).

*Carga 1 en C:*

$$\begin{aligned} R_A &= 10,6 \text{ tonelámetros,} \\ M_C &= R_A \times 3 = 10,6 \times 3 = 31,8 \text{ tonelámetros.} \end{aligned}$$

*Carga 2 en C:*

$$R_A = 13 \text{ tons.; } M_C = R_A \times 3 - (2 \times 1) = (13 \times 3) - 2 = 37 \text{ tm.}$$

*Carga 3 en C:*

$$\begin{aligned} R_A &= 15,4 \text{ tonelámetros.} \\ M_C &= (R_A \times 3) - (2 \times 2) - (2 \times 1) = (15,4 \times 3) - 6 = 40,2 \text{ tm.} \end{aligned}$$

*Carga 4 en C:*

$$\begin{aligned} R_A &= 18 \text{ tons.; } M_C = (R_A \times 3) - (2 \times 3) - (10 \times 2) = \\ &= (18 \times 3) - 26 = 28 \text{ tonelámetros.} \end{aligned}$$

Luego el máximo momento ocurre al pisar la carga 3 la sección considerada.

*Determinación de la posición de las cargas que produce máximo momento en una sección.*—Para evitar estos tanteos cuando la línea de influencia de momentos es un triángulo, supongamos (fig. 26) que  $A C' B$  sea la correspondiente a la sección  $C$  para una carga unidad.

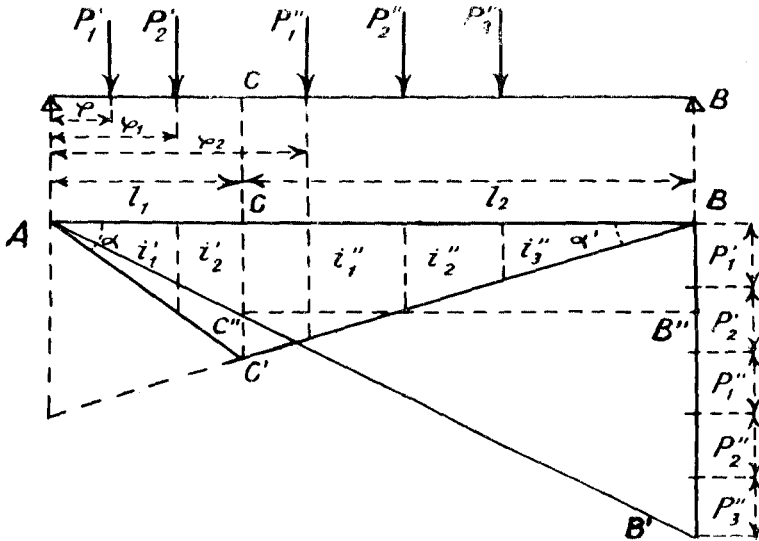


Fig. 26.

Si llamamos  $P'_1 - P'_2$  los pesos situados a la izquierda de la sección  $C$  y  $P''_1 - P''_2 - P''_3$  los situados a la derecha y designamos por  $i'_1 - i'_2 - i''_1 - i''_2 - i''_3$  las ordenadas de la línea de influencia, para la posición de las cargas de la figura, la influencia total en la sección  $C$  es

$$I = \sum (P' \times i') + \sum (P'' \times i'')$$

si  $x - x_1 - x_2$  son las distancias de las cargas al apoyo  $A$ , diferenciando respecto a  $x$  se tiene

$$\frac{dI}{dx} = \sum \left( P' \times \frac{di'}{dx} \right) + \sum \left( P'' \frac{di''}{dx} \right)$$

siendo  $dx$  un desplazamiento infinitamente pequeño del tren de cargas, y  $di$  el cambio correspondiente a la longitud de la ordenada de influencia.

Si el desplazamiento del tren es hacia la derecha, para las cargas situadas sobre  $A C$ , se tiene que  $\frac{d i'}{d x} = \text{tang. } \alpha$  y para las cargas situadas sobre  $B C$  que

$$\frac{d i''}{d x} = \text{tang. } (\pi - \alpha') = - \text{tang. } \alpha',$$

por lo tanto:

$$\frac{d I}{d x} = \text{tang. } \alpha \Sigma (P') - \text{tang. } \alpha' \Sigma (P'').$$

El triángulo  $A C C'$  da:

$$\text{tang. } \alpha = \frac{C C'}{l_1},$$

y el triángulo  $B C C'$  que

$$\text{tang. } \alpha' = \frac{C C'}{l_2},$$

y sustituyendo

$$\frac{d I}{d x} = C C' \left[ \Sigma \frac{(P')}{l_1} - \Sigma \frac{(P'')}{l_2} \right],$$

expresión que debe ser igual a cero para el valor máximo de  $I$ , o sea que

$$\Sigma \frac{(P')}{l_1} = \Sigma \frac{(P'')}{l_2} = \frac{\Sigma (P') + \Sigma (P'')}{l_1 + l_2} = \frac{\Sigma (P)}{l};$$

es decir, que el máximo momento en  $C$  tiene lugar en aquella posición del tren de cargas en que se verifica que la carga media en cada segmento de viga es igual a la carga media sobre toda ella.

Como para una sección dada es conocida su distancia  $l_1$ , se tiene que la carga que debe haber a su izquierda es

$$\Sigma (P') = \frac{\Sigma (P) \times l_1}{l}$$

en función de cantidades conocidas.

*Determinación gráfica de la carga que debe colocarse en una sección para el máximo momento.*—Si en la figura 26 trazamos por  $B$  una vertical y llevamos sucesivamente las cargas, empezando por la más cerca del apoyo  $A$ , tendremos en  $BB'$  la carga total sobre la viga; uniendo  $B'$  con  $A$  la recta  $AB'$  corta en  $C''$  a la ordenada  $CC'$ , y trazando la horizontal  $C''B''$ , se tiene que los triángulos semejantes  $ACC''$  y  $C''B''B'$  dar:

$$\frac{CC''}{AC} = \frac{B'B''}{C''B''}$$

y los  $ABB'$  y  $C''B''B'$ :

$$\frac{B'B''}{C''B''} = \frac{BB'}{AB} \quad \text{o sea} \quad \frac{CC''}{AC} = \frac{B'B''}{C''B''} = \frac{BB'}{AB},$$

y poniendo sus valores

$$\frac{CC''}{l_1} = \frac{B'B''}{l_2} = \frac{\Sigma P}{l},$$

y como se sabe que para el máximo momento en  $C$

$$\frac{\Sigma(P')}{l_1} = \frac{\Sigma(P'')}{l_2} = \frac{\Sigma(P)}{l}.$$

Resulta que el punto  $B''$  divide la recta  $B'B$  en la relación necesaria para el máximo momento, es decir, que la carga  $P'_2$  cortada por la horizontal  $C''B''$  debe colocarse en la sección  $C$  para que el tren de cargas dé el máximo momento. En el caso que la horizontal  $C''B''$  caiga en el punto de unión de dos cargas, estas dos darían máximo momento en la sección y su valor numérico sería igual.

*Ejemplo.*—Apliquemos esta construcción al ejemplo anterior (fig. 27), y llevando en la vertical de  $B$  sucesivamente las cargas, se tiene en  $BB'$  la carga total sobre la viga igual a 24 toneladas; uniendo  $A$  con  $B'$  y levantando en  $C$  la vertical, se obtiene el punto  $C'$ , y trazando la horizontal  $C'C''$  corta a  $BB'$  en la tercera carga, que será la que habrá que poner en  $C$  para obtener el máximo momento.

*Comprobación.*—Por la fórmula

$$\Sigma(P') = \frac{\Sigma(P) \times l_1}{l}$$

se obtiene, puesto que

$$\Sigma(P) = 24 \text{ toneladas} \quad l = 10 \text{ metros} \quad l_1 = 3 \text{ metros},$$

$$\Sigma(P') = \frac{24 \times 3}{10} = \frac{72}{10} = 7,2 \text{ toneladas};$$

es decir, que este peso debe estar a la izquierda de  $C$  para obtener el máximo momento, lo que ocurrirá cuando la tercera carga pise la sección.

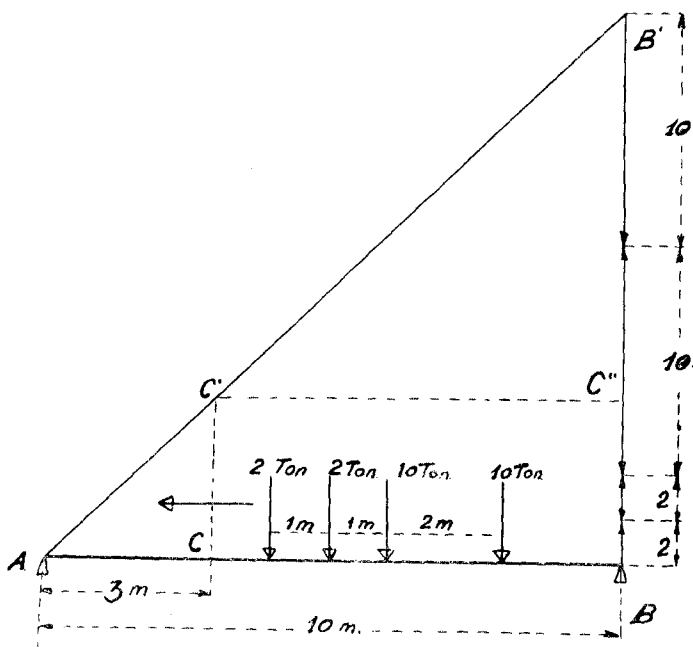


Fig. 27.

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  de 10 metros de luz (fig. 28) circula el tren de cargas indicado; deducir el máximo momento en la sección  $C$ , distante 2 metros de  $B$ , y qué posición de cargas lo produce.

Aplicando la fórmula se tiene

$$\Sigma(P') = \frac{\Sigma(P) \times l_1}{l} = \frac{12 \times 8}{10} = \frac{96}{10} = 9,6 \text{ toneladas},$$

lo que ocurrirá cuando el peso de 10 toneladas pise la sección, quedando entonces fuera de la viga la segunda carga.

Construida la línea de influencia, se tiene:

$$M_C = 10 \times C' C'' = 10 \times 1,6 = 16 \text{ tonelámetros.}$$

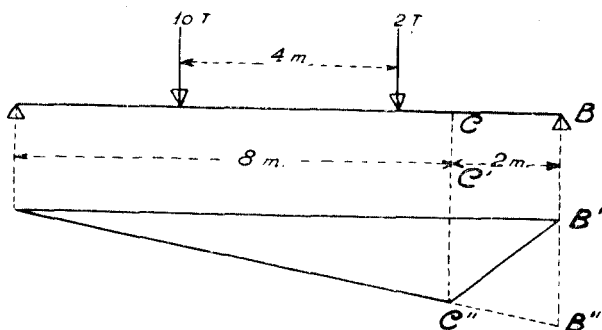


Fig. 28.

*Comprobación.*—Tomando momentos respecto a A, se tiene:

$$R_B \times 10 = 10 \times 8 = 80 \text{ tonelámetros,}$$

o sea

$$R_B = \frac{80}{10} = 8 \text{ toneladas,}$$

y por lo tanto,

$$M_C = R_B \times 2 = 8 \times 2 = 16 \text{ tonelámetros.}$$

*Ejemplo.*—Sea (fig. 29) la viga AB de 8 metros de luz recorrida por las cargas que se indican; determinar el máximo momento de flexión en la sección C de abscisa igual a 3 metros.

Supongamos el tren de cargas moviéndose de B hacia A y llevando en B' B'' las cargas y uniendo A' con B'', determinaríamos el punto C', y trazando por él una horizontal vemos que la carga segunda debe estar en C para producir máximo momento.

Construido el diagrama de influencia de momentos, el valor buscado es:

$$M_C = (4 \times 0,95) + (5 \times 1,9) + (6 \times 1,15) + (3 \times 0,8) = 22,6 \text{ tm.}$$

*Comprobación.*—Tomando momentos respecto a B, se tiene:

$$R_A \times 8 = (4 \times 6,5) + (5 \times 5) + (6 \times 3) + (3 \times 2) = 75 \text{ tm.}$$

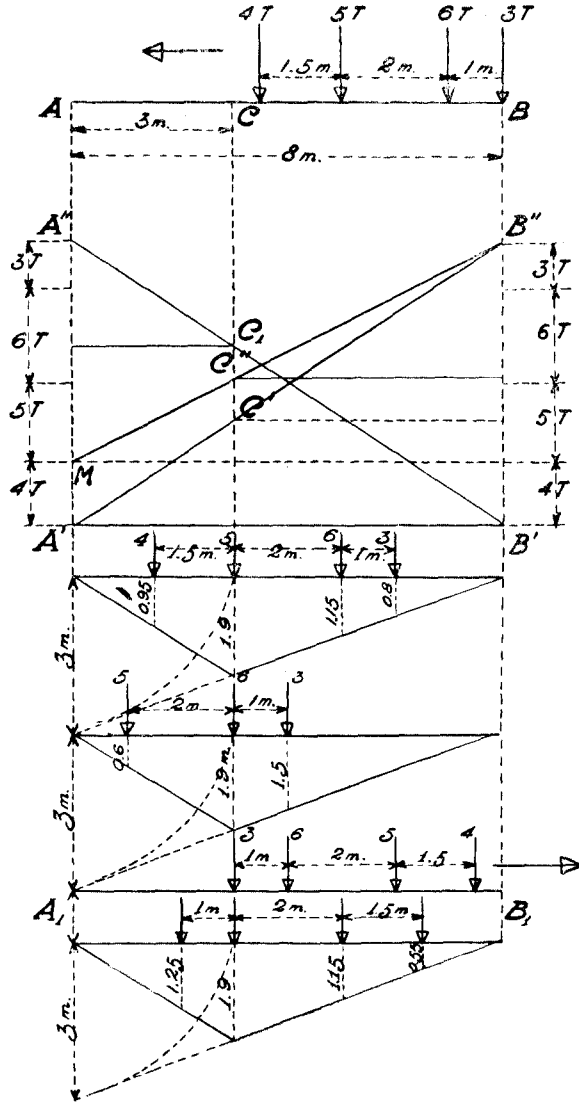


Fig. 29.

luego

$$R_B = \frac{75}{8} = 9,37 \text{ toneladas}$$

y el momento en C será:

$$M_C = (9,37 \times 3) - (4 \times 1,5) = 22,11 \text{ toneladas.}$$



Si las cargas siguen moviéndose hacia la izquierda, la primera saldrá de la viga, y para determinar qué carga es la que produce ahora máximo momento en  $C$  repetiremos la construcción uniendo  $B''$  con  $M$ , siendo  $A' M = 4$  toneladas, que es la carga que sale de la viga; la recta  $MB''$  corta a la vertical de  $C$  en  $C''$ , y trazando la horizontal por este punto vemos que la tercera carga puede producir también máximo momento cuando pise en  $C$ .

Para esta nueva posición del tren de cargas, la línea de influencia dá:

$$M_C = (5 \times 0,6) + (6 \times 1,9) + (3 \times 1,5) = 18,9 \text{ tonelámetros},$$

valor menor que el anterior.

Por lo tanto, al moverse hacia la izquierda, el máximo momento en  $C$  es cuando lo pisa la segunda carga, y su valor es 22,6 tonelámetros.

Supongamos que el tren de cargas cambia el sentido del movimiento y se mueve de izquierda a derecha (viga  $A_1 B_1$ ): para ver qué carga es la que dá máximo momento llevaremos en la vertical de  $A'$  sucesivamente las cargas, y uniendo  $A''$  con  $B'$  determinaríamos el punto  $C_1$ , que nos dice que la tercera carga debe pisar la sección para máximo momento. La línea de influencia nos da

$$M_C = (3 \times 1,25) + (6 \times 1,9) + (5 \times 1,15) + (4 \times 0,55) = 23,1 \text{ tm.}$$

*Comprobación.*—Para la posición del tren de cargas, tomando momentos respecto a  $A$  se tiene

$$R_B \times 8 = (3 \times 2) + (6 \times 3) + (5 \times 5) + (4 \times 6,5) = 75 \text{ tm.}$$

de donde

$$R_B = \frac{75}{8} = 9,37 \text{ toneladas}$$

y por lo tanto

$$M_C = (9,37 \times 5) - (5 \times 2) - (4 \times 3,5) = 22,85 \text{ tm.}$$

diferencia explicable puesto que la escala es pequeña.

*Ejemplo.*—Sea (fig. 30) la viga  $AB$  de 40 metros de luz recorrida por el tren de cargas que se indica averiguar el momento máximo en el punto medio.

La condición de máximo momento es

$$\Sigma(P') = \frac{\Sigma(P) \times l_1}{l}$$

y como

$$l = 40 \text{ ms.}; \quad l_1 = 20 \text{ ms.}; \quad \Sigma(P) = 90 \text{ tm.},$$

se tiene

$$\Sigma(P') = \frac{90 \times 20}{40} = \frac{1800}{40} = 45 \text{ toneladas},$$

peso que debe estar a la izquierda de  $C$ , lo que se cumple cuando la ter-

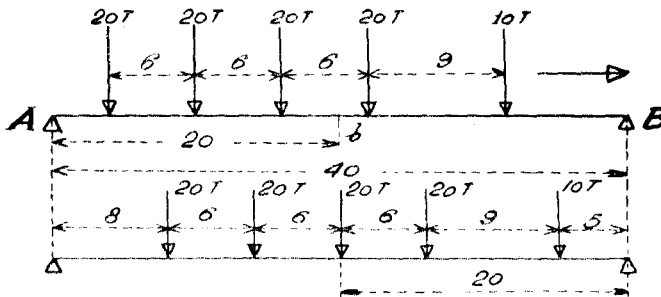


Fig. 30.

cera carga pisa la sección, y tomando momentos respecto a  $B$  se tiene

$$R_A \times 40 = (10 \times 5) + 20 [14 + 20 + 26 + 32] = 189 \text{ tm.}$$

de donde

$$R_A = \frac{189}{40} = 47.25 \text{ toneladas}$$

y por lo tanto

$$M_C = (47.25 \times 20) - 20 [6 + 12] = 585 \text{ tonelámetros.}$$

*Empleo del polígono de influencia de la reacción.*—Por medio del polígono de influencia de la reacción se puede también deducir gráficamente el máximo momento de flexión en una sección dada y la carga que lo

produce. Sea (fig. 31) la viga  $AB$  recorrida por tren de cargas  $P_1 - P_2 - P_3$ .

Se construye el polígono de influencia de la reacción  $R_A$  que es  $B_1 M_1 N_1 O$ , que como se sabe es un polígono funicular del sistema de fuerzas, trazado con distancia polar igual a la luz del tramo.

Ahora bien, observemos que este polígono está trazado en posición

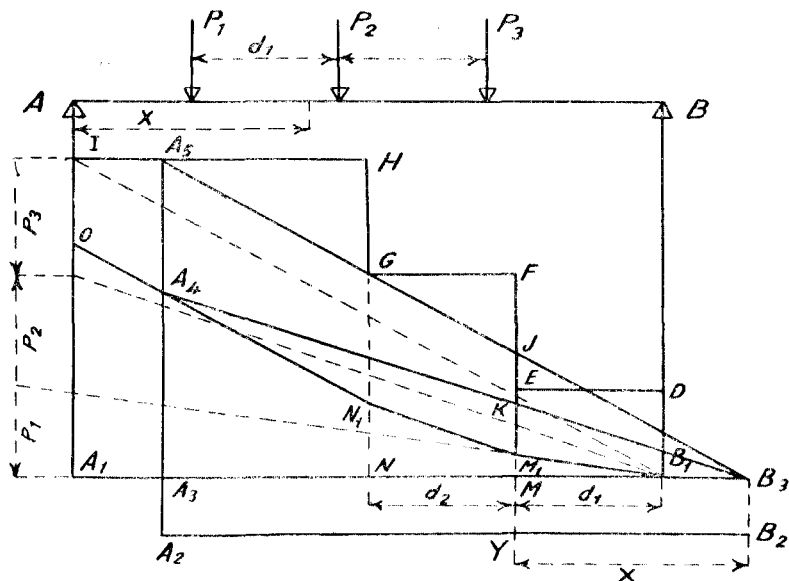


Fig. 31.

inversa de uno ordinario, puesto que las cargas se llevan hacia arriba, empezando con  $P_1$ , y las distancias  $d_1 - d_2$  se llevan de derecha a izquierda empezando con  $d_1$ .

Supongamos que se quiere determinar qué posición del tren de cargas produce máximo momento en la sección  $C$  que dista  $x$  del apoyo izquierdo.

A partir del punto  $B_1$  se lleva  $B_1 D = P_1$  y se traza la horizontal  $DE$  hasta el encuentro con la vertical de  $M$  en  $E$ ; se lleva  $EF = P_2$  y se traza la horizontal  $FG$  hasta el encuentro con la vertical de  $N$  en  $G$ ; se lleva  $GH = P_3$  y se traza la horizontal  $HI$ .

La línea escalonada  $B_1 D E F G H I$ , representa la suma de las cargas y también la suma de las distancias desde la carga de cabeza a cualquier punto.

Se dibuja en una tira de papel la viga  $A_2 B_2$  y se lleva la distancia  $x$

a partir del apoyo derecho, obteniéndose el punto  $Y$  sobre la viga. Se ensaya ahora la carga  $P_2$ , por ejemplo, haciendo que la sección  $Y$  caiga debajo de la vertical  $EF$ ; se levantan verticales por los extremos obteniéndose los puntos  $B_3$  y  $A_5$ .

Se traza la recta  $B_3 A_5$ , y si corta a la vertical  $EF$  en un punto  $J$ , entonces esta carga  $P_2$  colocada en  $C$ , dará máximo momento.

En efecto, los triángulos semejantes  $M J B_3$  y  $A_3 A_5 B_3$  dan

$$\frac{M J}{A_3 A_5} = \frac{M B_3}{A_3 B_3}$$

o sea

$$\frac{\Sigma (P')}{\Sigma (P)} = \frac{l_1}{l},$$

es decir, que se verifica también la relación

$$\frac{\Sigma (P)}{l} = \frac{\Sigma (P')}{l_1}$$

que es la necesaria para máximo momento, según se sabe.

Para obtener el valor del momento se traza la línea del cierre del funicular, que es  $A_4 B_3$  y la ordenada  $K M_1$  interceptada sobre la vertical de  $P_2$ , multiplicada por la distancia polar, o sea por  $l$  medida en la escala de fuerzas, dará el valor buscado.

Si al tantear la carga  $P_2$  la recta  $A_5 B_3$  no cortara la vertical  $EF$ , se moverá la viga  $A_2 B_2$ , hasta que la sección  $Y$  cayese sobre otra carga, y se repetirá la construcción.

Para obtener mayor exactitud en el dibujo, se puede dibujar el polígono de influencia de  $R_A$ , no con la distancia polar igual a la luz de la viga, sino con una distancia mitad, por ejemplo, para obtener un polígono de lados más inclinados.

Las ordenadas serán dobles que antes, y los valores de los momentos y esfuerzos cortantes habrá que reducirlos en esta proporción.

*Ejemplo.*—Sea la viga  $AB$  (fig. 32) sobre la que circula el tren de cargas indicado; deducir el momento máximo en la sección  $C$  de abscisa 3 metros.

Se dibuja la viga en escala  $1/100$  y se construye el polígono de fuerzas con escala 1 tonelada = 5 milímetros. Se escoge un polo  $P$  cuya distancia polar sea la mitad de la luz, o sea  $\frac{40 \text{ mm.}}{5} = 8$  toneladas y se construye el polígono de fuerzas correspondiente.

A partir de  $B_1$  se llevan las distancias entre las fuerzas y se construye el funicular  $B_1 M_1 N_1 O_1 R$ , que es el polígono de influencia de la reacción, cuyas ordenadas vendrán en escala doble.

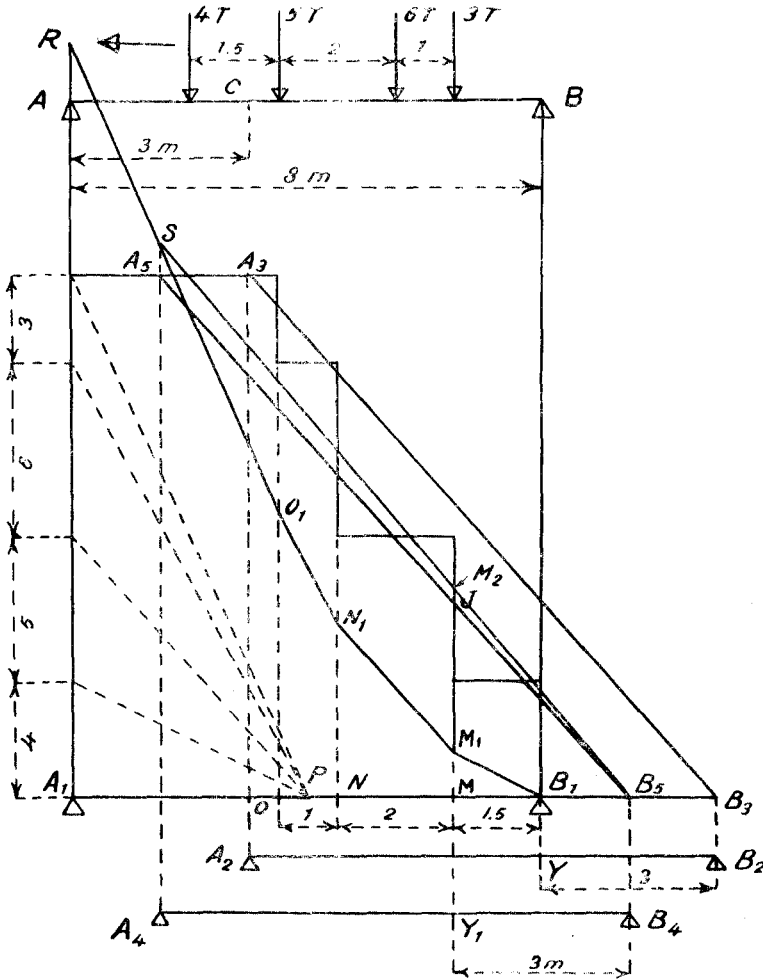


Fig. 32.

Se construye la línea escalonada y se ensaya la carga primera pisando la sección  $C$ .

La posición correspondiente de la viga será la  $A_2 B_2$  y trazando la recta  $A_3 B_3$  no corta a la vertical de  $B_1$ , por lo que esta carga no da máximo momento.

Ensayando la carga segunda, la posición correspondiente de la viga es  $A_4 B_4$  y trazando la recta  $A_3 B_3$ , si corta a la vertical de  $M$  en  $J$ , luego la segunda carga colocada en la sección  $C$  produce máximo momento.

La línea de cierre del funicular es  $S B_3$ , y la ordenada interceptada es  $M_2 M_1 = 28$  milímetros  $= \frac{28}{5} = 5,6$  toneladas, y como las ordenadas del polígono vienen en escala doble, su verdadero valor será 2,8 toneladas.

El momento máximo en  $C$  será  $M_C = 2,8 \times 8 = 22,4$  t. m. valor que concuerda con el encontrado en la página 49.

#### Determinación del valor máximo absoluto del momento de flexión en una viga

No es fácil obtener la posición del tren de cargas que origina el máximo momento de flexión en una viga, pero el problema se simplifica cuando todas las cargas que están sobre aquella son conocidas y cuando ninguna de éstas sale o entra en la viga durante su movimiento. Este es el caso en que el tren de cargas es de longitud menor que la viga, porque entonces se sabe que el máximo momento tendrá lugar cuando todas las cargas están sobre la viga, mientras que en el caso de un tren de cargas de longitud mayor que la viga no se sabe qué combinación dará el máximo momento, y lo único que se conoce es que tendrá lugar debajo de una de las cargas, y probablemente debajo de la más pesada, cuando ésta se coloque cerca del centro de la viga.

Como el máximo momento de flexión puede asignarse definitivamente a una de dos o tres cargas en la proximidad de la resultante del sistema, es útil conocer en qué posición el momento de flexión, bajo una carga dada, alcanza su máximo valor, porque entonces los valores máximos para cada carga se pueden comparar y deducir el valor máximo absoluto y la posición del tren que lo determina.

*Determinación de la sección en que tiene lugar el máximo momento de flexión para una carga dada.*—Sea la viga  $AB$  (fig. 33) sometida a un tren de cargas  $P_1-P_2-P_3$   $P_4-P_5-P_6$  y determinemos la sección en que tiene lugar el máximo momento bajo la carga  $P_3$ .

Si  $C$  es la sección en que actúa el peso  $P_3$  cuando se tiene el máximo momento,  $R$  la resultante del tren de cargas,  $P$  la resultante de los pesos situados a la izquierda de  $C$  y  $M$  el punto medio de la viga, el momento de flexión en  $C$  será:

$$M_C = (V_A \times x) - (P \times d).$$

El valor de  $R_A$  se deduce tomando momentos respecto a  $B$  y se tiene llamando  $a$  y  $b$  las distancias de la resultante  $R$  y carga  $P_3$  a la carga de cabeza:

$$V_A \times l = R \times d_1 = R [(l - x) - (a - b)] = (l - x + b - a),$$

de donde

$$V_A = \frac{R}{l} (l - x + b - a),$$

y por lo tanto,

$$M_C = \frac{R \times x}{l} (l - x + b - a) - P \times d;$$

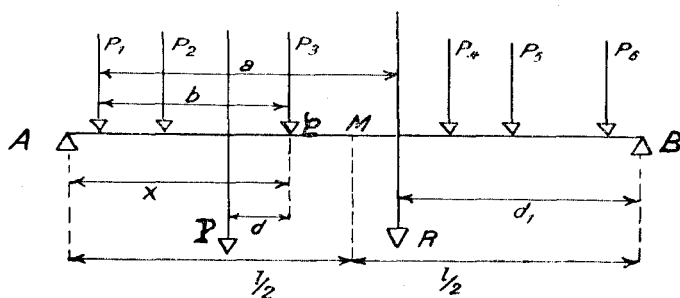


Fig. 33.

diferenciando respecto a  $x$ , se tiene:

$$\frac{d M_C}{d x} = \frac{R}{l} (l - 2x + b - a),$$

que debe ser igual a cero para el valor máximo de  $M_C$ , o sea

$$l - 2x + b - a = 0,$$

de donde

$$x = \frac{l}{2} - \frac{a - b}{2} = d_1 \quad \text{o bien} \quad \frac{l}{2} = x + \frac{a - b}{2};$$

es decir, que la sección  $C$ , en la que se verifica el máximo momento bajo la carga  $P_3$  y la resultante  $R$ , equidistan del centro de la viga, o también que deben estar a igual distancia de los apoyos.

Basándose en la propiedad anterior se puede deducir el momento máximo debajo de cada carga, y comparando los resultados, averiguar el valor máximo absoluto del momento de flexión y en qué sección de la viga se produce.

La aplicación de las líneas de influencia no es conveniente en este caso, porque habría que construir varias para las distintas secciones y por tanteos deducir el máximo momento en cada sección, por esto es preferible la resolución analítica o gráfica.

#### Tren de cargas de longitud menor que la viga.

RESOLUCIÓN ANALÍTICA.—*Ejemplo.*—Sea (fig. 34) el tren de cargas que se indica, que recorre la viga  $AB$  de 30 metros; deducir el máximo momento debajo de cada carga y el valor absoluto máximo.

*Carga de 4 toneladas.*—La resultante del sistema distará de la carga de cabeza una distancia que se determina tomando momentos respecto a aquélla, y se tiene:

$$R \times d = 23 \times d = (8 \times 4) + (5 \times 8) + (6 \times 12) = 144 \text{ tm.},$$

o sea:

$$d = \frac{144}{23} = 6,26 \text{ metros},$$

y como el centro de la viga debe dividir en partes iguales a esta distancia, la posición del tren será la indicada en  $A_1 B_1$ .

La reacción en  $A_1$  será tomando momentos respecto a  $B_1$

$$R_{A_1} \times 30 = R \times 11,87 = 23 \times 11,87 = 273,01 \text{ tm.},$$

o sea:

$$R_{A_1} = \frac{273,01}{30} = 9,1 \text{ toneladas},$$

y el momento en la sección pisada por la carga de 4 toneladas será

$$M_1 = R_{A_1} \times 11,87 = 9,1 \times 11,87 = 108,01 \text{ tm.}$$

y tiene lugar a la distancia de 11,87 metros del apoyo  $A$ .

*Carga de 8 toneladas.*—La resultante  $R$  del sistema, que dista 6,26 metros de la carga de cabeza, distará  $6,26 - 4 = 2,26$  metros de la car-



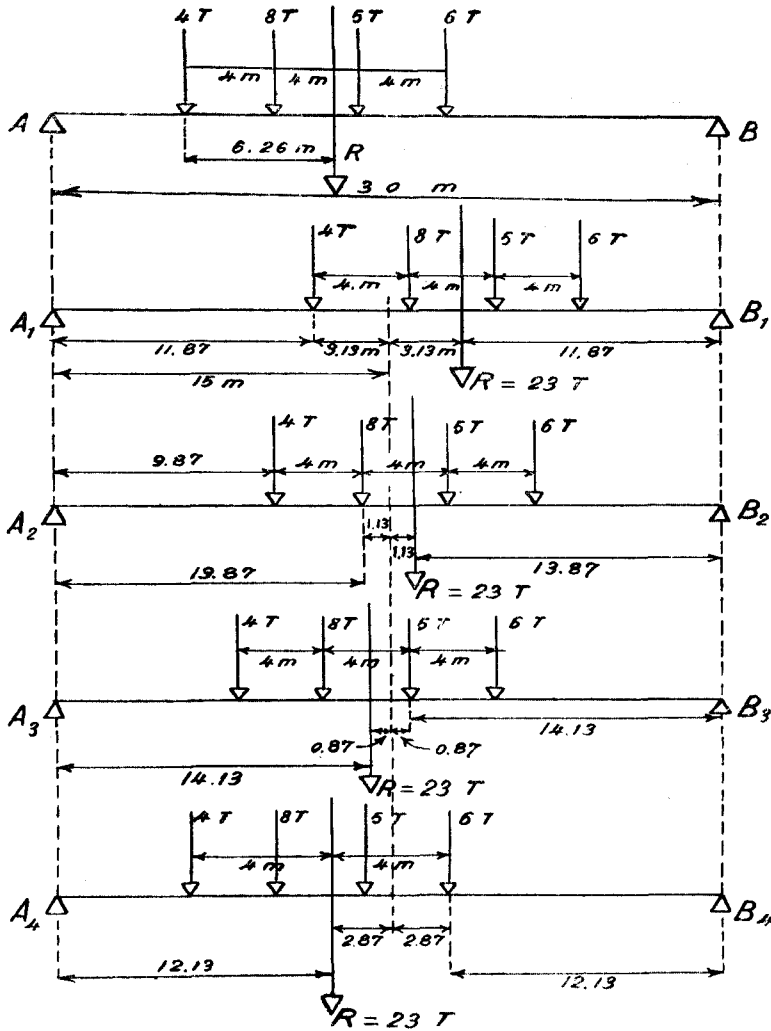


Fig. 34.

ga de 8 toneladas, y como el centro de la viga debe dividir en partes iguales esta distancia, la posición del tren será la indicada en  $A_2 B_2$ .

La reacción en  $A_2$  será:

$$R_{A_2} \times 30 = R \times 13,87 = 23 \times 13,87 = 318,01 \text{ tm.},$$

de donde

$$R_{A_2} = \frac{319 \text{ 01}}{30} = 10,63 \text{ toneladas,}$$

y el momento máximo en la sección pisada por la carga de 8 toneladas será:

$$M_8 = (R_{A_2} \times 13,87) - (4 \times 4) = 131,43 \text{ tm.},$$

y tiene lugar a la distancia de 13,87 metros del apoyo *A*.

*Carga de 5 toneladas.*—La resultante *R* del sistema, que dista 6,26 metros de la carga de cabeza, distará  $8 - 6,26 = 1,74$  de la carga de 5 toneladas, y como el centro de la viga debe dividir en partes iguales esta distancia, la posición del tren será la indicada en  $A_3 B_3$ .

La reacción en  $B_3$ , será tomando momentos respecto a  $A_3$ ,

$$R_{B_3} \times 30 = R \times 14,13 = 23 \times 14,13 = 324,99 \text{ tm.},$$

y

$$R_{B_3} = \frac{324,99}{30} = 10,81 \text{ toneladas.}$$

El momento máximo en la sección pisada por la carga de 5 toneladas será

$$M_5 = (R_{B_3} \times 14,13) - (6 \times 4) = (10,81 \times 14,13) - 24 = 128,74 \text{ tonelámetros}$$

y tiene lugar a la distancia de 14,13 metros del apoyo *B*.

*Carga de 6 toneladas.*—La resultante *R* dista de esta carga  $12 - 6,26 = 5,74$  metros, y como el centro de la viga debe dividir en partes iguales esta distancia, la posición del tren de cargas será la indicada en  $A_4 B_4$ .

La reacción en  $B_4$  será

$$R_{B_4} \times 30 = R \times 12,13 = 23 \times 12,13 = 278,99 \text{ tonelámetros.}$$

y

$$R_{B_4} = \frac{278,99}{30} = 9,29 \text{ toneladas}$$

y el momento en la sección pisada por la carga de 6 toneladas será

$$M_6 = R_{B_4} \times 12,13 = 9,29 \times 12,13 = 112,68 \text{ tonelámetros.}$$

y tiene lugar a la distancia de 12,13 metros del apoyo *B*.

*Resumen.*—El valor máximo absoluto del momento de flexión en la

viga tiene lugar bajo la carga de 8 toneladas, su valor es 131,43 tonelá-  
metros y se verifica en una sección que dista 13,87 metros del apoyo A.

*Determinación del máximo momento empleando la resultante del tren de cargas.*—En la práctica, para determinar el valor máximo absoluto del momento de flexión, no hay que tantear todas las cargas como se ha hecho, sino que sólo se considera la carga más próxima a la resultante, que casi siempre será la que dé máximo momento, o bien se tantean las dos cargas que comprenden a la resultante, cuando sus valores difieran bastante.

*Ejemplo.*—Sea el tren de cargas indicado en la figura 35 moviéndose

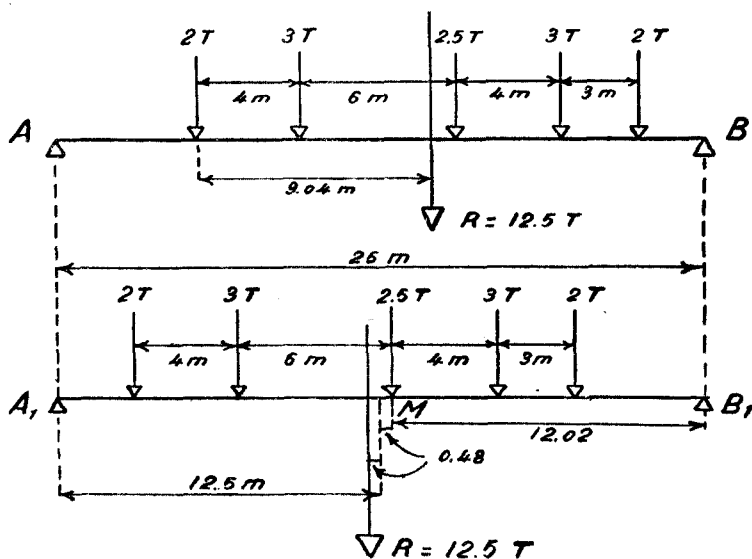


Fig. 35.

sobre una viga de 25 metros de luz; deducir el valor máximo absoluto del momento de flexión y en qué sección tiene lugar.

Para obtener la posición de la resultante, tomemos momentos respecto a la primera carga de la izquierda, y se tendrá

$$R \times d = 12,5 \times d = (3 \times 4) + (2,5 \times 10) + (3 \times 14) + (2 \times 17) = 113 \text{ tonelámetros,}$$

de donde

$$d = \frac{12,5}{113} = 9,04 \text{ metros.}$$

La carga más próxima a la resultante es la de 2,5 toneladas que dista de ella  $10 - 9,04 = 0,96$  metros, y el valor máximo absoluto del momento de flexión tendrá lugar bajo la carga de 2,5 toneladas que es la más próxima a la resultante, cuando aquella carga diste del centro de la viga una distancia de  $\frac{0,96}{2} = 0,48$  metros.

Dibujada en  $A_1 B_1$  la posición de las cargas, determinaremos el momento de flexión bajo la carga de 2,5 toneladas, o sea en la sección  $M$  que dista de  $A_1$  la distancia  $12,5 + 0,48 = 12,98$  metros.

Tomando momentos respecto a  $B_1$  se tiene

$$R_{A_1} \times 25 = R \times 12,98 = 12,5 \times 12,98 = 162,25 \text{ tonelámetros.}$$

de donde

$$R_{A_1} = \frac{162,25}{25} = 6,49 \text{ toneladas}$$

y el momento máximo sería

$$M = (6,49 \times 12,98) - (2 \times 10) - (3 \times 6) = 46,24 \text{ tm.}$$

*Ejemplo.*—Sea la viga  $AB$  (fig. 36) sometida al tren de cargas indicado; deducir el máximo momento de flexión en la viga y en qué sección tiene lugar.

Para este ejemplo ya calculamos en la página 21 la tabla de momentos, que nos sirve ahora para hallar la resultante, pues la tabla da directamente el momento de las cargas respecto a la última que es  $M = 34$  toneladas y, por lo tanto, la distancia de la resultante a la carga de 10 toneladas es

$$d = \frac{34}{24} = 1,41 \text{ metros.}$$

La carga más próxima a la resultante es la 3.<sup>a</sup> que será la que dé máximo momento, pues son iguales la 3.<sup>a</sup> y 4.<sup>a</sup> y dista de  $R$  la distancia

$$2 - 1,41 = 0,59 \sim 0,6 \text{ metros.}$$

Dibujada en  $A_1 B_1$  la posición del tren para el máximo momento, bajo la carga tercera, de forma que el punto medio  $M$  de la viga diste de la carga la distancia  $\frac{0,6}{2} = 0,3$  el momento máximo de flexión en la

viga será, tomando momentos respecto a  $A_1$

$$R_{B_1} \times 10 = R \times 5,3 = 23 \times 5,3 = 127,2 \text{ tonelámetros}$$

y

$$R_{B_1} = \frac{127,2}{10} = 12,7 \text{ toneladas;}$$

el momento máximo absoluto sería

$$M = (12,7 \times 5,3) - (10 \times 2) = 47,3 \text{ tonelámetros}$$

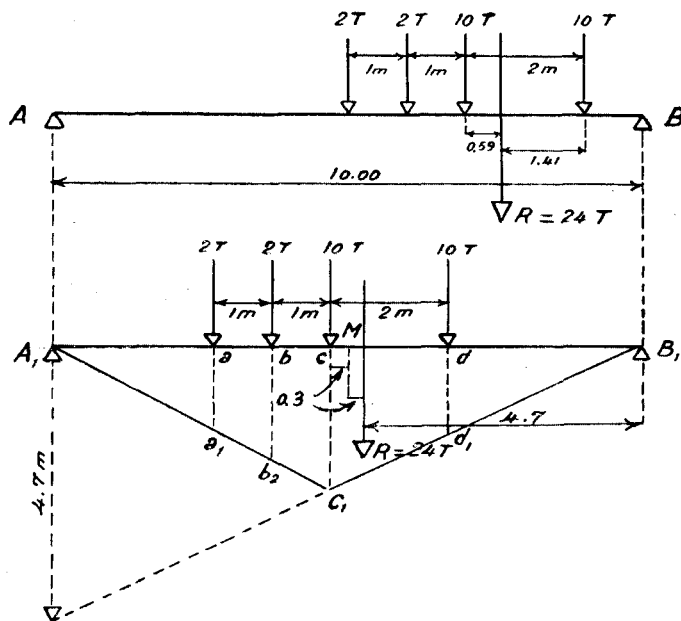


Fig. 36.

y tendría lugar en la sección que diste de A la distancia de 4,7 metros.

*Comprobación.*—Construyamos la línea de influencia de momentos para la sección que diste 4,7 metros de A y será la  $A_1 C_1 B_1$ .

Para la posición de las cargas, el momento en C es

$$\begin{aligned} M_C &= (2 \times a a_1) + (2 \times b b_1) + (10 \times c c_1) + (10 \times d d_1) = \\ &= (2 \times 1,4) + (2 \times 1,95) + (10 \times 2,5) + (10 \times 1,55) = 47,2 \text{ tm.} \end{aligned}$$

*Ejemplo.*—El tren de cargas indicado en la figura 37, se mueve sobre

la viga  $AB$  en el sentido  $BA$ ; determinar el máximo momento de flexión absoluto y la sección en que se produce.

La resultante distará de la carga de cola, una distancia que se deducirá tomando momentos respecto a ella

$$R \times d = (3 \times 2,5) + (5 \times 1) = 12,5 \text{ tonelámetros,}$$

o sea

$$d = \frac{12,5}{R} = \frac{12,5}{16} = 0,78 \text{ metros.}$$

En este caso, la resultante está comprendida entre dos cargas que difieren bastante y no se sabe si la más próxima dará el máximo momento y hay que ensayar las dos.

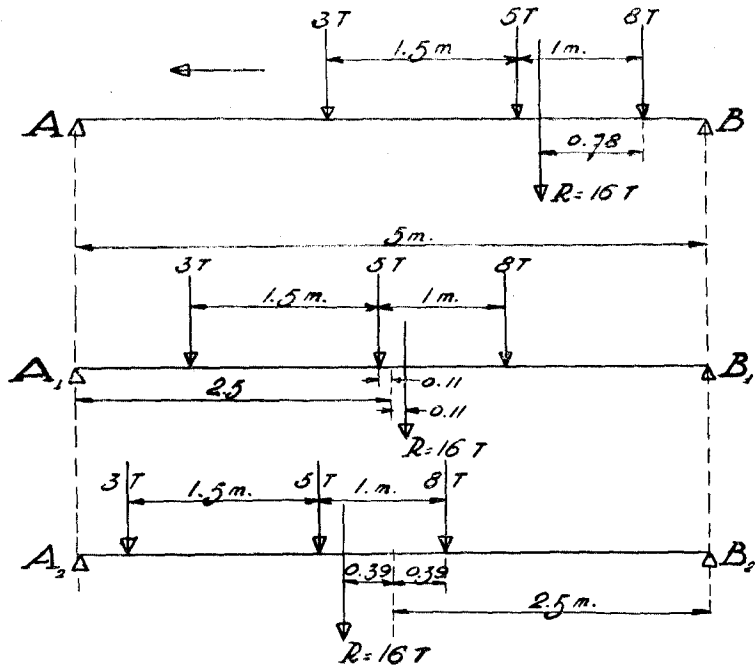


Fig. 97.

Anteando la carga de 5 toneladas, la posición de máximo momento es la indicada en  $A_1 B_1$ , pues esta carga dista de  $R$  la distancia  $1 - 0,78 = 0,22$ , y tomando momentos respecto a  $A_1$  tendremos

$$R_{B_1} \times 5 = R \times 2,61 = 16 \times 2,61 = 41,76 \text{ tonelámetros}$$

de donde

$$R_{B_1} = \frac{41,76}{5} = 8,35 \text{ toneladas,}$$

y el momento máximo producido por la carga de 5 toneladas será

$$M_s = (8,35 \times 2,61) - (8 \times 1) = 13,79 \text{ tonelámetros.}$$

Tanteando la carga de 8 toneladas, la posición de máximo momento será la indicada en  $A_2 B_2$  que dará una reacción  $R_{B_2}$  que se determinará como antes

$$R_{B_2} \times 5 = R \times 2,11 = 16 \times 2,11 = 33,76 \text{ tonelámetros}$$

y

$$R_{B_2} = \frac{33,76}{5} = 6,75 \text{ toneladas}$$

y el momento máximo producido por la carga de 8 toneladas será

$$M_s = R_{B_2} \times 2,11 = 6,75 \times 2,11 = 14,24 \text{ tonelámetros.}$$

Por lo tanto, el máximo absoluto del momento de flexión lo produce la última carga; su valor es 14,24 tonelámetros y tiene lugar a una distancia de 2,11 metros del apoyo  $B$ .

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  de 26,5 metros de luz (fig. 38) se mueve el tren de cargas indicado; averiguar el máximo momento de flexión y en qué sección se produce.

Como hay simetría de cargas, la resultante pasará por el punto medio del intervalo entre las cargas tercera y cuarta, que son iguales.

Tanteando la carga tercera, hay que colocar el tren en la posición de la viga  $A_1 B_1$  y tendremos

$$R_{A_1} \times 26,5 = R \times 12,675 = 30 \times 12,675 = 380,25 \text{ tm.}$$

de donde

$$R_{A_1} = \frac{380,25}{26,5} = 14,3 \text{ toneladas}$$

y el momento máximo producido por la tercera carga será

$$M_3 = (14,3 \times 12,675) - (5 \times 9) - (5 \times 6,7) = 102,7 \text{ tm.}$$

Tanteando la cuarta carga, hay que colocar el tren en la posición de la viga  $A_2 B_2$ , y tendremos

$$R_{B_2} \times 26,5 = R \times 12,675 = 380,25 \text{ tonelámetros.}$$

o sea

$$R_{B_2} = \frac{380,25}{26,5} = 14,3 \text{ toneladas}$$

y el momento máximo producido por la cuarta carga

$$M_4 = (14,3 \times 12,675) - (5 \times 9) - (5 \times 6,7) = 102,7 \text{ tm.}$$

Vemos, pues, que el momento máximo absoluto lo producen indistintamente las cargas tercera y cuarta, su valor es 102,7 tonelámetros y

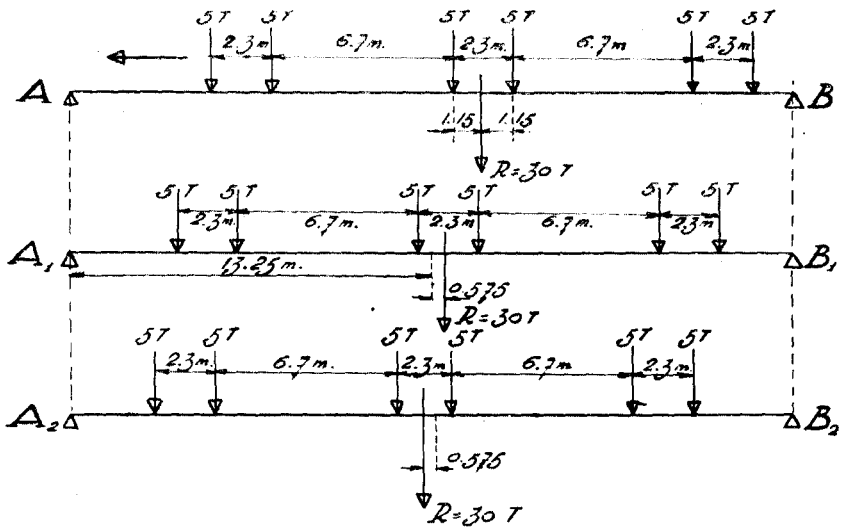


Fig. 38.

se produce en dos secciones que distan de  $A$  las distancias 12,675 y 13,825 metros.

Como comprobación, se ve que en las dos posiciones  $A_1 B_1$  y  $A_2 B_2$ , se debe tener, por haber simetría de cargas que

$$R_{A_1} = R_{B_2} = 14,3 \text{ toneladas.}$$



## Resolución gráfica.

Para ello se determina la posición de la resultante construyendo un polígono de fuerzas y el funicular correspondiente, cuya línea de cierre para cada posición de la viga, determinará el diagrama de momentos de flexión y la ordenada debajo de cada carga, medida a escala y multiplicada por la distancia polar, dará el momento correspondiente.

*Ejemplo.*—Aplicemos el procedimiento al ejemplo (fig. 34) y nos servirá de comprobación.

Se dibuja la viga  $AB$  y la separación de las cargas en escala  $1/300$  y se construye (fig. 39) el polígono de fuerzas con una escala de 1 milímetro

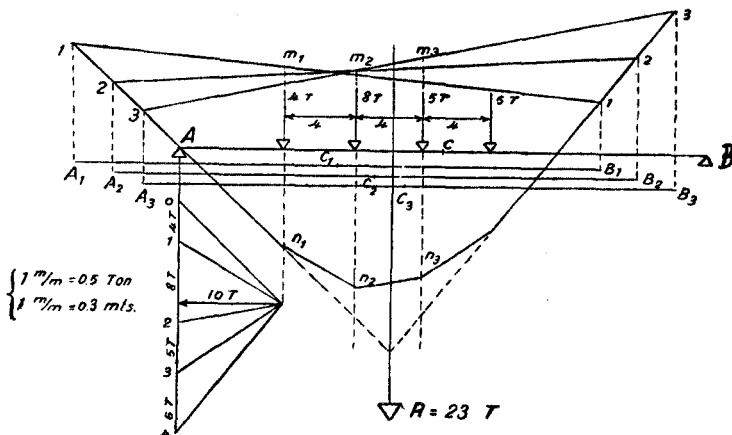


Fig. 39.

tro = 0,5 toneladas y con distancia polar = 10 toneladas; se traza el funicular correspondiente y prolongando los lados extremos, se tiene la posición de la resultante que dista 6,26 metros de la carga de 4 toneladas.

*Carga de 4 toneladas.*—La resultante  $R$  dista de ella 6,26 metros y hay que dibujar la viga en la posición  $A_1 B_1$  para que el centro de ella  $C_1$  equidiste de la carga y de la resultante; la línea del cierre del funicular es  $1-1$  y la ordenada interceptada bajo la carga es  $m_1 n_1 = 35$  milímetros.

El momento de flexión sería  $M_1 = (m_1 n_1 \times \text{escala longitudes}) \times \text{distancia polar} = (35 \times 0,3) \times 10 = 105$  tonelámetros.

*Carga de 8 toneladas.*—La distancia de la resultante a esta carga es

2,25 metros, y la viga hay que dibujarla en la posición  $A_2 B_2$  para que el centro  $C_2$  equidiste de la carga de 8 toneladas y de la resultante  $R$ ; la línea de cierre del polígono funicular es la 2-2 y la ordenada interceptada bajo la carga es  $m_2 n_2 = 43,5$  milímetros.

El momento de flexión sería

$$M_8 = (43,5 \times 0,3) \times 10 = 130,5 \text{ tonelámetros.}$$

*Carga de 5 toneladas.*—La distancia de la resultante a esta carga es 1,70 metros y la viga hay que dibujarla en la posición  $A_3 B_3$ ; la línea del cierre del funicular es 3-3 y la ordenada interceptada se  $m_3 n_3 = 42$  milímetros.

El momento de flexión sería

$$M_5 = (42 \times 0,3) \times 10 = 126 \text{ tonelámetros,}$$

del mismo modo se deduciría el momento bajo la carga de 6 toneladas que no se hace, por no confundir la figura.

Los errores que se obtienen, comparados con el sistema analítico (página 69), son debidos a la escala pequeña adoptada para las longitudes ( $1/300$ ).

*Determinación analítica del polígono funicular de un sistema de cargas.*—En la construcción del polígono funicular hay que evitar cometer errores, cosa fácil si se construye gráficamente y es grande el número de cargas, pues entonces el valor del momento obtenido puede diferir bastante del verdadero.

Por esta razón, cuando es grande el número de cargas, como sucede en la práctica en el cálculo de puentes de ferrocarril, es preferible construir analíticamente el polígono funicular.

Sea la viga  $AB$  de 20 metros de luz (fig. 40), sometida al tren de cargas que se indica, el cual se supone colocado en cualquier posición y calculemos los momentos de las cargas respecto a los dos extremos, haciendo un cuadro como el siguiente:

Número de las cargas.	Valor en toneladas.	Distancia en metros al apoyo A.	Momento respecto a A en tonelámetros.	Distancia en metros al apoyo B.	Momento respecto a B en tonelámetros.
1	5	4	20	16	80
2	10	9	90	11	110
3	6	14	84	6	36
SUMA....	21		194		226

Si se divide cada suma de momentos respecto a un extremo de la viga por la suma de cargas, se tiene como se sabe la distancia de la resultante al otro extremo, y, por lo tanto, si se divide la suma de los momentos

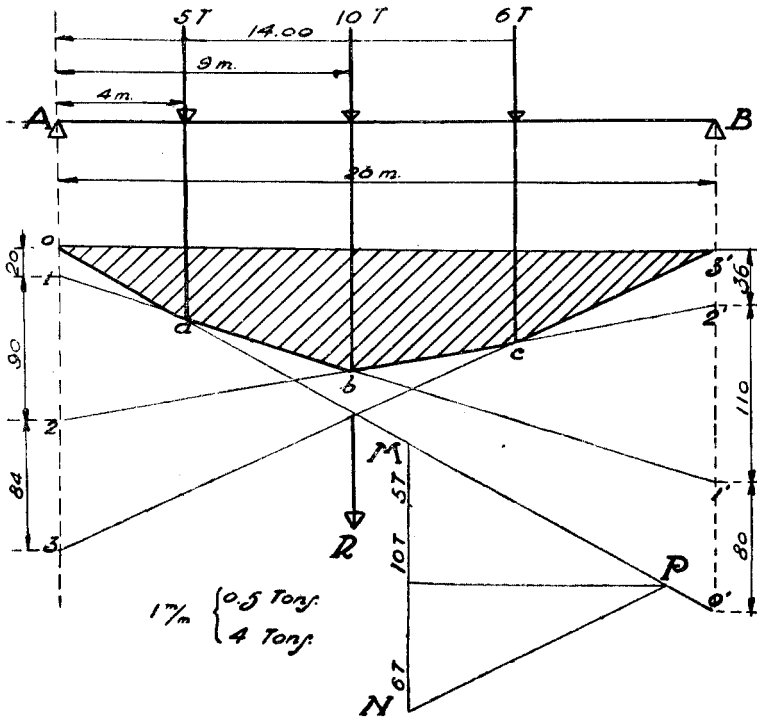


Fig. 40.

respecto a los dos extremos por la carga total, se tendrá la luz del tramo. En la tabla anterior se tendrá como comprobación

$$\frac{194 + 226}{21} = 20 \text{ metros.}$$

Obtenido el cuadro anterior sobre la vertical de A, se llevan sucesivamente en escala 1 milímetros = 4 tonelámetros, los valores de los momentos de las cargas respecto a A en (0-1), (1-2), (2-3) y sobre la vertical de B a partir de cualquier punto los momentos respecto a B pero en sentido inverso, en (0'-1'), (1'-2'), (2'-3') y uniendo los puntos (0-0'), (1-1'), (2-2'), (3-3') por rectas, se tendrá dibujado el funicular en o-a-b-c-3', de-

biendo cortarse todas aquellas rectas en las verticales de las cargas.

Este funicular es uno de los infinitos del sistema y corresponderá a un polígono de fuerzas cuya distancia polar se obtendrá trazando por los extremos de las rectas  $MN$  que representa  $3 + 10 + 6 = 21$  toneladas en la escala  $1 \text{ milímetro} = 0,5 \text{ toneladas}$  paralelas  $MP$  y  $NP$  a los lados extremos ( $o-a$ ) y ( $c-3'$ ), cuya intersección dará el polo  $P$ , siendo la distancia polar medida a escala de  $24,5 \text{ toneladas}$ .

**Determinación gráfica del máximo momento absoluto en una viga y la sección en que se verifica.**

Gráficamente se puede determinar sin tanteos en el caso de un tren de cargas de longitud menor que la viga, cuál es el momento máximo absoluto y en qué sección de la viga tiene lugar.

Sea (fig. 41)  $P_1-P_2-P_3-P_4-P_5$  el tren de cargas, para el que se construye en 0-5 el polígono de fuerzas, y con un polo cualquiera  $H$  se traza

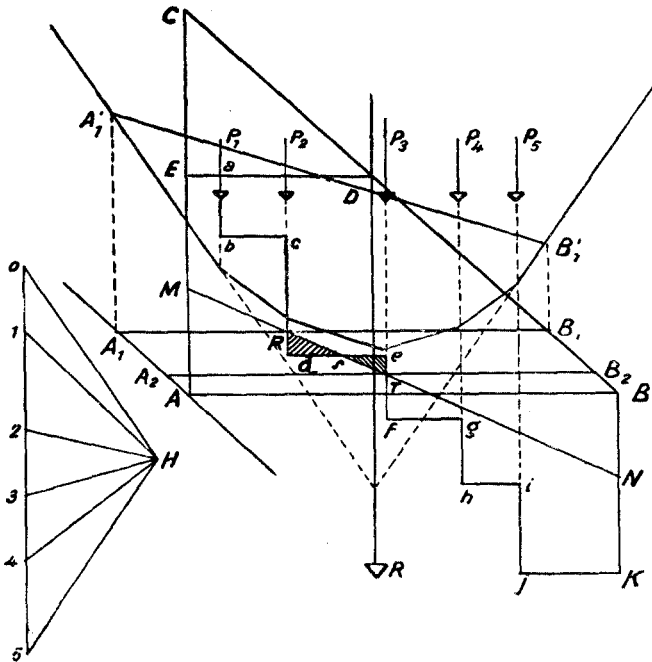


Fig. 41.

el funicular correspondiente a las cargas; si se desea mayor aproximación, se construye analíticamente el funicular como se sabe. Prolon-

gando los lados extremos del funicular se tiene en  $R$  la posición de la resultante.

Se dibuja ahora la viga en cualquier posición tal como  $A B$ , y por el extremo  $A$  se levanta una perpendicular y se lleva  $A C =$  suma de cargas  $= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 0.5$ ; se une  $C$  con  $B$  y esta recta corta a la resultante en  $D$ , punto por el que se traza la horizontal  $D E$ .

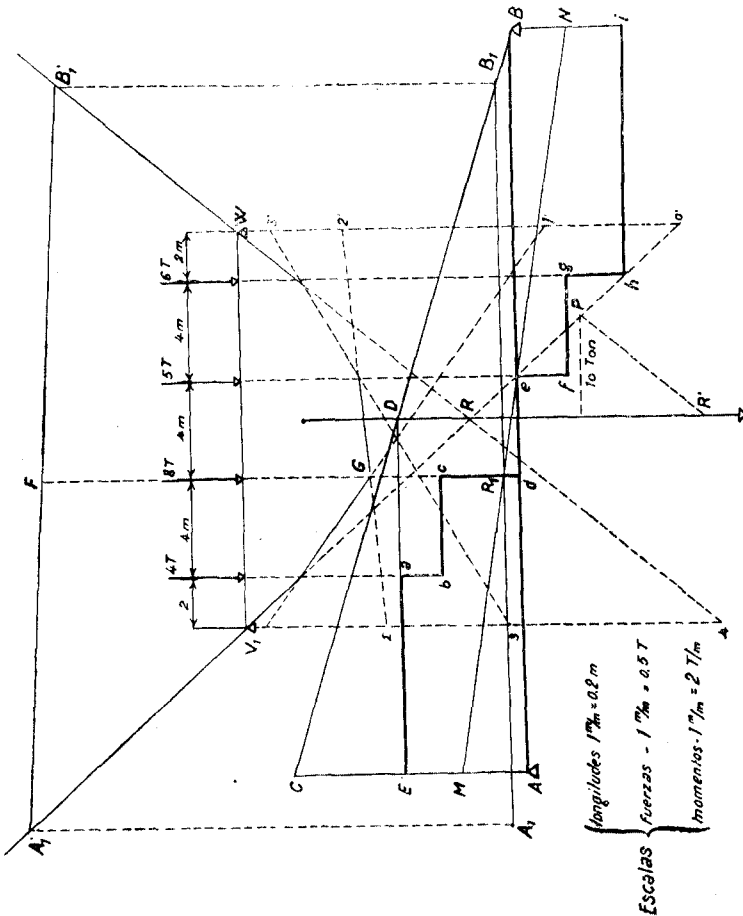


Fig. 42.

A partir del punto  $a$ , encuentro de la carga  $P_1$  con  $D E$ , se traza la línea escalonada  $a-b-c-d-j-K$ , llevando

$$ab = P_1 \quad \ast \quad cd = P_2 \quad \ast \quad ef = P_3 \quad \ast \quad gh = P_4 \quad \ast \quad ij = P_5$$

y se toman los puntos medios de  $A E$  y  $B K$  que son  $M$  y  $N$ , los cuales

se unen con una recta  $MN$ , que corta a las partes verticales de la línea escalonada en  $R$  y  $T$ .

Trazando por estos puntos las rectas  $A_1 B_1$  y  $A_2 B_2$ , estas posiciones de la viga dan máximo momento y para averiguar en cuál de las dos ocurre el máximo absoluto, se tendrá presente que el área del triángulo  $R-d-S$ , representa la disminución del momento de flexión al pasar la viga de la posición  $A_1 B_1$  a la posición que coincide con la base  $d-e$  y que el triángulo  $S-e-T$  representa el aumento de momento de flexión al pasar la viga de la posición que coincide con la base  $d-e$  a la posición  $A_2 B_2$ .

Por lo tanto, la posición  $A_1 B_1$  ó  $A_2 B_2$ , será la posición del momento máximo absoluto según que

$$\text{Area } R-d-S \cong \text{área } S-e-T.$$

En el caso de la figura el triángulo  $R-d-S$  es mayor que el triángulo  $S-e-T$ , y el máximo absoluto lo dará la posición  $A_1 B_1$ .

Esta posición determina la línea de cierre del funicular que es  $A'_1 B'_1$  y el valor máximo del momento lo dará la ordenada que pasa por  $R$  y que corresponde a la carga  $P_2$ .

*Ejemplo.*—Apliquemos esta construcción al ejemplo de la figura 34.

Colocadas las cargas en su posición relativa (fig. 42) y con escala de longitudes de  $\frac{1}{200}$ , se construye el polígono funicular, que, para mayor precisión, lo trazaremos analíticamente, eligiendo una viga  $V-W$  auxiliar de 16 metros de luz y calculando la tabla siguiente:

Número de las cargas.	Valor en toneladas.	Distancia en metros al apoyo V.	Momentos respecto a V en tonelámetros.	Distancia en metros al apoyo W.	Momentos respecto a W en tonelámetros.
1	4	2	8	14	56
2	3	6	48	10	80
3	5	10	50	6	30
4	6	14	84	2	12
SUMAS...	23		190		178

Como comprobación se tiene  $\frac{190 + 178}{23} = 16$  metros = luz viga auxiliar.

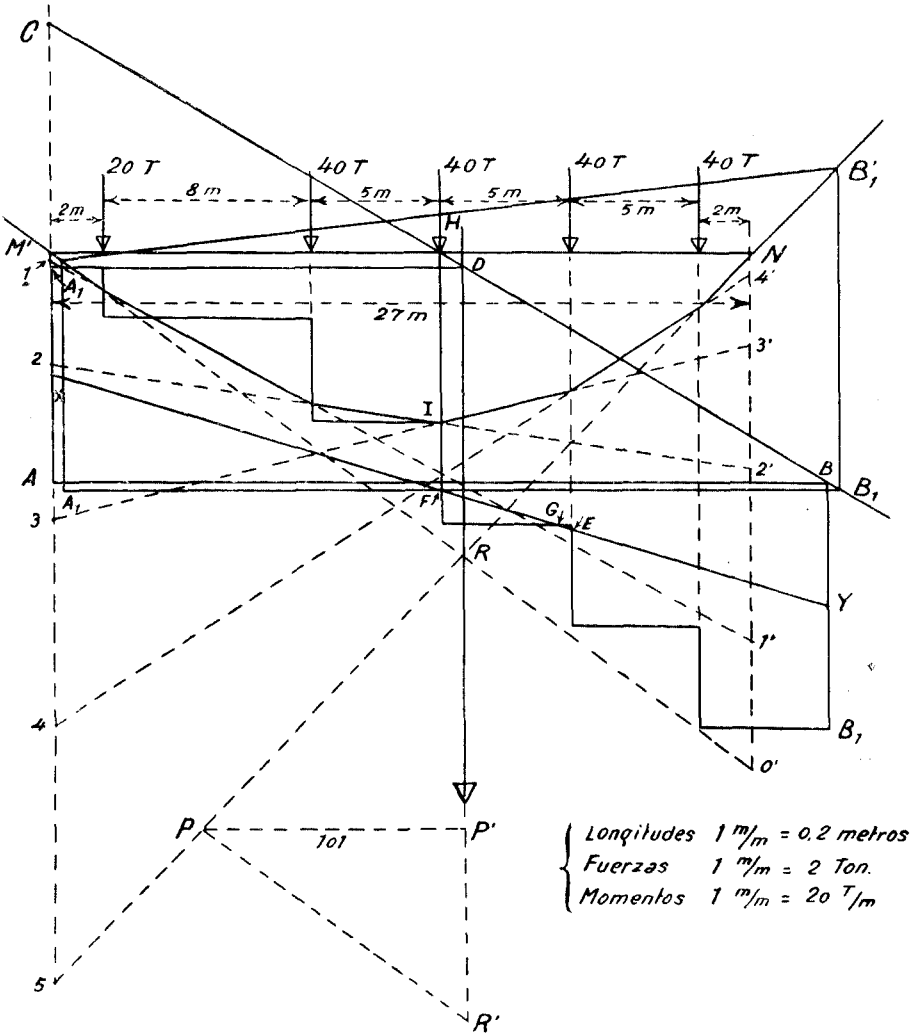


Fig. 43.

En la vertical de  $V$  se llevan las distancias

$$V - 1 = 8 \text{ tm.} \quad \gg \quad 1 - 2 = 48 \text{ tm.} \quad \gg \quad 2 - 3 = 50 \text{ tm.}$$

$$3 - 4 = 84 \text{ tm.}$$

y en la vertical de  $W$  las magnitudes

$$W - 3' = 12 \text{ tm.} \quad \gg \quad 3' - 2' = 30 \text{ tm.} \quad \gg \quad 2' - 1' = 80 \text{ tm.}$$

$$1' - 0' = 56 \text{ tm.}$$

con arreglo a una escala de 1 milímetro = 2 tonelámetros y uniendo los puntos de igual numeración, se tiene el funicular del tren de cargas cuyos lados extremos se cortan en  $R$ , determinándose así la posición de la resultante. Este polígono funicular corresponde a uno de fuerzas que se obtiene llevando  $RR' = 23$  toneladas en escala 1 milímetro = 0,5 toneladas y trazando por  $R'$  la paralela a  $4 - W$  se tiene en  $P$  el polo, obteniéndose una distancia polar de 10 toneladas.

Obtenido ya el polígono funicular y la posición de la resultante, se dibuja la viga  $AB$  en cualquier posición y con arreglo a la escala de longitudes adoptada (1 milímetro = 0,2 metros), en el extremo  $A$  se lleva  $AC = R = 23$  tonelámetros en escala 1 milímetros = 0,5, se une  $C$  con  $B$ , y por el punto  $D$  de encuentro con la resultante se traza la horizontal  $DE$  que corta a la vertical de la carga de 4 toneladas en  $a$ .

Se traza la línea escalonada llevando a escala

$$ab = 4 \text{ ton.} \quad \gg \quad ed = 8 \text{ ton.} \quad \gg \quad ef = 5 \text{ ton.} \quad \gg \quad gh = 6 \text{ ton.,}$$

y tomando los puntos medios de  $A-E$  y  $B-i$  se traza la recta  $MN$  que corta a la parte vertical de la línea escalonada en  $R_1$ .

Trazando por este punto la viga  $A_1 B_1$  ésta será la posición de máximo momento que determina la recta  $A'_1 B'_1$  de cierre del funicular, y el momento será la ordenada  $FG = 65$  milímetros.

Luego el momento máximo absoluto es  $65 \times 2 = 130$  tonelámetros y tiene lugar bajo la carga de 8 toneladas, y en la sección  $R_1$  que dista de  $A$  la distancia 13,8 metros, resultado que concuerda con el encontrado en la página 71.

*Ejemplo.*—Sea la viga  $AB$  (fig. 43) de 30 metros de luz, recorrida por el tren de cargas indicado. Deducir el momento máximo absoluto y en qué sección se produce.

Para construir el funicular de las cargas, se elige una viga auxiliar  $MN$  de 27 metros de luz y se calcula la tabla siguiente:

Número de la carga.	Valor en toneladas.	Distancia en metros al apoyo $M$ .	Momentos respecto a $M$ en tonelámetros.	Distancia en metros al apoyo $N$ .	Momentos respecto a $N$ en tonelámetros.
1	20	2	40	25	500
2	40	10	400	17	680
3	40	15	600	12	480
4	40	20	800	7	280
5	40	25	1.000	2	80
SUMAS...	180		2.840		2.020



Como comprobación, se debe tener  $\frac{2840 + 2020}{180} = 27$  metros, que es la luz de la viga auxiliar  $M N$ .

En la vertical de  $M$  se llevan las distancias

$$M - 1 = 40 \text{ tm.} \quad \gg \quad 1 - 2 = 400 \text{ tm.} \quad \gg \quad 2 - 3 = 600 \text{ tm.}$$

$$3 - 4 = 800 \text{ tm.} \quad \gg \quad 4 - 5 = 1000 \text{ tm.}$$

y en la vertical de  $N$  las distancias

$$N - 4' = 80 \text{ tm.} \quad \gg \quad 4' - 3 = 280 \text{ tm.} \quad \gg \quad 3' - 2 = 480 \text{ tm.}$$

$$2' - 1 = 680 \text{ tm.} \quad \gg \quad 1' - 0' = 500 \text{ tm.}$$

con arreglo a la escala de 1 milímetro = 20 tonelámetros y, uniendo los puntos de igual numeración se tiene un funicular de las cargas cuyos lados extremos se cortan en  $R$ , punto de paso de la resultante.

Llevando  $R R' = 180$  toneladas en escala de 1 milímetro = 2 toneladas y trazando por  $R'$  una paralela a  $R \cdot O'$ , se obtiene el polo  $P$  del polígono de fuerzas correspondientes, obteniéndose como distancia polar  $P P' = 50,5$  milímetros = 101 toneladas.

Se dibuja la viga  $A B$  en cualquier posición, se lleva  $A C = 180$  toneladas y se determina el punto  $D$  que es el encuentro de  $B C$  con la resultante.

Trazada la línea escalonada y determinando los puntos medios  $X$  e  $Y$  de las rectas  $A A_1$  y  $B B_1$  se tiene que la línea  $X Y$  corta en  $F$  y  $E$  a las verticales de las cargas 3.<sup>a</sup> y 4.<sup>a</sup>, siendo la posición  $F$  la de máximo momento, cuya distancia a la resultante  $R$  es 0,80 metros.

Trazada la viga  $A_1 B_1$  y la línea de cierre del funicular, se ve que la ordenada medida en la vertical de la 3.<sup>a</sup> carga, es  $H I = 40,6$  milímetros =  $40,6 \times 20 = 812$  tonelámetros, siendo la 3.<sup>a</sup> carga la que produce este máximo momento.

El punto de aplicación de la 3.<sup>a</sup> carga, y, por lo tanto, el punto de máximo momento dista 0,40 del centro de la viga. Por lo tanto, el máximo momento absoluto de flexión ocurre bajo la 3.<sup>a</sup> carga cuando está situada a 0,40 metros a la izquierda del centro de la viga, y su valor es 812 tonelámetros.

*Comprobación.*—La resultante está situada a 0,80 a la derecha de la 3.<sup>a</sup> carga, y el máximo momento será cuando el centro de la viga equidiste de la carga y de la resultante.

Tomando momentos respecto a  $B$ , se tiene:

$$R_A \times 30 = R \times (15 - 0,40) = 180 \times 14,60 = 2628 \text{ tm.}$$

o sea

$$R_A = \frac{2628}{30} = 87,6 \text{ toneladas,}$$

y el momento de flexión bajo la tercera carga será

$$M = R_A \times (15 - 0,4) - (20 \times 13 + 40 \times 5) = (87,6 \times 14,6) - (20 \times 13 + 40 \times 5) = 812,9 \text{ tonelámetros.}$$

*Carga equivalente uniformemente repartida que da igual momento máximo que el tren de cargas.*—Deducido como se ha visto el momento máximo absoluto, se puede obtener la carga uniformemente repartida que dé el mismo momento máximo igualando el valor obtenido a la expresión  $\frac{Pl^2}{8}$ . Si el momento máximo es 102,7 tonelámetros y la luz 26,5 metros, se tendrá

$$\frac{Pl^2}{8} = \frac{P \times 26,5^2}{8} = 102,7 \text{ tonelámetros,}$$

de donde

$$P = \frac{107,7 \times 8}{26,5^2} = \frac{821,6}{702,25} = 1,17 \text{ toneladas por metro lineal.}$$

#### Tren de cargas de longitud mayor que la viga.

En este caso es preciso proceder por tanteos para encontrar la posición de las cargas que produce el máximo momento absoluto en la viga.

Para ello se construye el polígono de fuerzas correspondiente al tren de cargas, con una distancia polar pequeña para mayor exactitud del dibujo y se traza el funicular correspondiente; se dibuja la viga en papel transparente con las verticales de sus extremos y se coloca en varias posiciones, trazando para cada una de éstas las líneas del cierre del funicular, viendo qué ordenada es la máxima debajo de cada carga.

*Ejemplo.*—Sea (fig. 44) el tren de cargas indicado que se mueve sobre una viga de 30 metros de luz, averiguar el máximo absoluto del momento de flexión.

Se dibuja el tren de cargas, colocando éstas a su distancia con arreglo a la escala de 1 milímetro = 0,4 metros; se construye el polígono de fuerzas O 7 con una distancia polar pequeña para que el funicular resulte muy cóncavo para poder medir bien las ordenadas; en el ejemplo, la distancia polar es 15 toneladas.

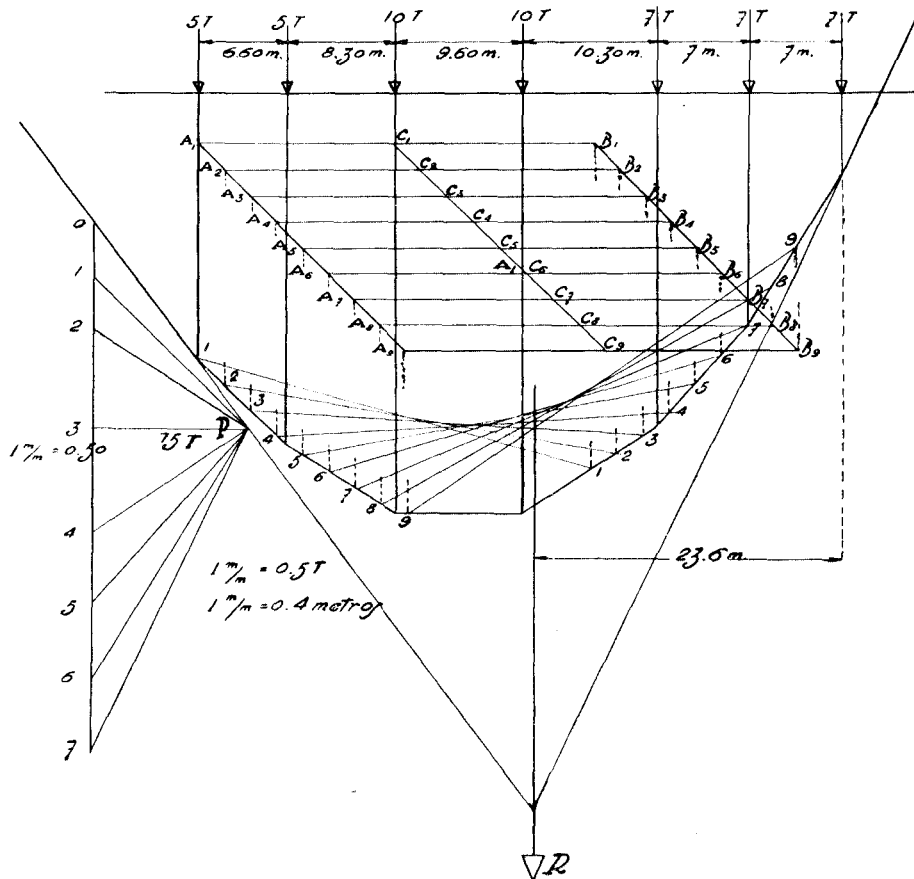


Fig. 44.

Se traza el polígono funicular correspondiente a las cargas, cuyos lados extremos prolongados determinan la posición de la resultante  $R$ , que dista de la carga de la derecha la distancia de 23,6 metros.

Se dibuja la posición de la viga en  $A_1 B_1$  señalando en  $C_1$  el centro de ella, y para esta posición la línea de cierre del funicular es  $I I$ ; la or-

denada máxima es la situada debajo de la 3.<sup>a</sup> carga, y su valor 19,2 milímetros.

Se coloca la viga en la posición  $A_2 B_2$ ; la línea de cierre del funicular es 2-2 y la ordenada máxima es la situada debajo de la 3.<sup>a</sup> carga, y su valor es 19 milímetros.

En la figura se ha supuesto que los desplazamientos sucesivos de la viga son iguales entre sí y de valor 2 metros, con lo que resultan paralelas las rectas  $A_1 A_9$ ,  $C_1 C_9$  y  $B_1 B_9$ .

Procediendo sucesivamente, se construye el cuadro siguiente, cuyos datos son obtenidos del dibujo:

Posición de la viga.	Línea de cierre del funicular.	Ordenada máxima del funicular en milímetros.	Carga a que corresponde.	Cargas que actúan sobre la viga.
$A_1 B_1$	1-1	19,2	3. <sup>a</sup>	1-2-3-4
$A_2 B_2$	2-2	19	3. <sup>a</sup>	2-3-4
$A_3 B_3$	3-3	18	3. <sup>a</sup>	2-3-4
$A_4 B_4$	4-4	17	4. <sup>a</sup>	2-3-4-5
$A_5 B_5$	5-5	18,5	4. <sup>a</sup>	3-4-5
$A_6 B_6$	6-6	20	4. <sup>a</sup>	3-4-5
$A_7 B_7$	7-7	18	4. <sup>a</sup>	3-4-5-6
$A_8 B_8$	8-8	17	4. <sup>a</sup>	3-4-5-6
$A_9 B_9$	9-9	16,5	5. <sup>a</sup>	4-5-6

El máximo momento se produce en la posición 6-6 y su valor es

$$M = (20 \times 0,4) \times 15 = 120 \text{ tonelámetros}$$

y tiene lugar en una sección  $A$  que dista del centro de la viga la distancia

$$A C_6 = 0,42 \text{ metros.}$$

Para esta posición sólo hay en la viga tres cargas, que son la 3 4 5.

Se disminuyen los tanteos observando que sólo hay que ensayar varias posiciones, para las que la resultante  $R$  caiga cerca del punto medio de la viga.

**Construcción de curvas de momentos de flexión y esfuerzo cortante en diversas secciones de una viga para un tren de cargas determinado.**

En el caso de vigas de puentes es corriente determinar las curvas que dan la variación del momento de flexión y esfuerzo cortante en secciones

escogidas de la viga, para deducir los valores máximos en estas secciones y construir las curvas de momentos y esfuerzos cortantes máximos absolutos en toda la viga.

*Ejemplo.*—Supongamos (fig. 45) un tren de cargas de 38,80 metros de longitud formado por dos locomotoras con sus tónders, que circula por una viga de  $AB$  de 30 metros de luz.

Dibujemos en papel cuadriculado con arreglo a escala de  $\frac{1}{300}$  (1) en la parte alta y sobre una recta  $VW$ , la separación de las cargas y su valor en toneladas correspondientes a un solo carril, es decir, la mitad de su valor real.

Se dibuja una recta  $CD$  debajo de la  $VW$  y paralela a ella; trazaremos la vertical de la carga de cabeza, y por el punto  $I$  de encuentro con  $CD$ , llevaremos a derecha e izquierda varias veces la longitud de 30 metros que tiene la viga: por lo general dos longitudes a la derecha y una a la izquierda.

En el ejemplo se supone dividida la viga  $AB$  en cinco partes iguales de 6 metros cada una, que dan las secciones  $RSTU$ , para las cuales queremos deducir la variación del momento de flexión en ellas. En la práctica se divide la viga en mayor número de partes, *escogiendo además como una de las secciones el punto medio*, con objeto de obtener mayor aproximación. Cuando se trate de vigas de celosía, los puntos escogidos son los nudos.

A partir del punto  $I$  se llevan a derecha e izquierda longitudes iguales a 6 metros, obteniendo una serie de puntos 2-3-4-5-6... y 2'-3'-4' 5'... que se numeran correlativamente a uno y otro lado.

Se construye ahora el polígono funicular de las cargas, y como su forma no depende de la longitud de la viga sobre que están apoyadas, se supone que lo están sobre una viga ficticia  $VW$  de 48 metros de luz, escogida de forma que su longitud sea un múltiplo de 6 metros, que es la separación de secciones. El polígono funicular se construye analíticamente para tener la mayor exactitud posible.

Se calcula el cuadro de momentos de las cargas con relación a los puntos  $V$  y  $W$ , dispóniéndolo como sigue:

(1) En la práctica, la escala debe ser mayor para obtener más exactitud.

Número de las cargas.	Valor en toneladas.	Distancia al extremo V en metros.	Momentos respecto a V en tonelámetros.	Distancia al extremo W en metros.	Momentos respecto a W en tonelámetros.
1	5,75	6	$M V_1 = 34,5$	42	$M W_1 = 242$
2	5,75	8,3	$M V_2 = 47,72$	39,7	$M W_2 = 228,27$
3	9	10	$M V_3 = 90$	38	$M W_3 = 342$
4	9	12,05	$M V_4 = 108,45$	35,95	$M W_4 = 323,55$
5	9	14,10	$M V_5 = 126,9$	33,90	$M W_5 = 305,1$
6	7,85	16,60	$M V_6 = 130,31$	31,40	$M W_6 = 246,49$
7	7,5	19,41	$M V_7 = 145,57$	28,59	$M W_7 = 214,42$
8	7,5	22,11	$M V_8 = 165,82$	25,89	$M W_8 = 194,17$
9	7,5	23,91	$M V_9 = 179,32$	24,09	$M W_9 = 180,67$
10	5,75	26,89	$M V_{10} = 154,61$	21,11	$M W_{10} = 121,38$
11	5,75	29,19	$M V_{11} = 167,84$	18,81	$M W_{11} = 108,15$
12	9	30,89	$M V_{12} = 278,01$	17,11	$M W_{12} = 153,99$
13	9	32,94	$M V_{13} = 296,46$	15,06	$M W_{13} = 135,54$
14	9	34,99	$M V_{14} = 314,91$	13,01	$M W_{14} = 117,09$
15	7,85	37,49	$M V_{15} = 294,29$	10,51	$M W_{15} = 82,5$
16	7,5	40,30	$M V_{16} = 302,25$	7,7	$M W_{16} = 57,75$
17	7,5	43	$M V_{17} = 322,50$	5	$M W_{17} = 37,5$
18	7,5	44,8	$M V_{18} = 336$	3,2	$M W_{18} = 24$
SUMAS.	137,7		3.495,46		3.114,07

Como comprobación se tiene

$$\frac{\sum M V + \sum M W}{\sum P} = \frac{3495,46 + 3114,07}{137,7} = 48 \text{ metros,}$$

que es la luz de la viga auxiliar.

Sobre las verticales de  $V$  y  $W$  se llevan a escala de 1 milímetro = 20,25 tonelámetros, y a partir de cualquier punto, los valores de  $M V$  y  $M W$  en sentido contrario y correlativamente sobre cada vertical, se tienen así una serie de puntos y uniendo por rectas los del mismo sub-índice

$$(M V_0 \text{ con } M W_0 - M V_1 \text{ con } M W_1), \text{ etc.,}$$

se tendrá el funicular de las cargas  $EFG$ , debiendo cortarse las rectas de sus lados en las verticales de las cargas.

Este funicular corresponde a un polígono de fuerzas  $HJK$ , en el que  $HJ$  y  $JK$  son paralelas a los lados extremos del funicular ( $M V_0 - M W_0$ ) y ( $M V_{18} - M W_{18}$ ), trazados por los extremos de la recta  $HJ$ , suma de las cargas, con arreglo a la escala de 1 milímetro = 1 tonelada; la distancia polar es 67,5 milímetros = a 67,5 toneladas.

Para resolver el problema, si las cargas se mueven en el sentido de

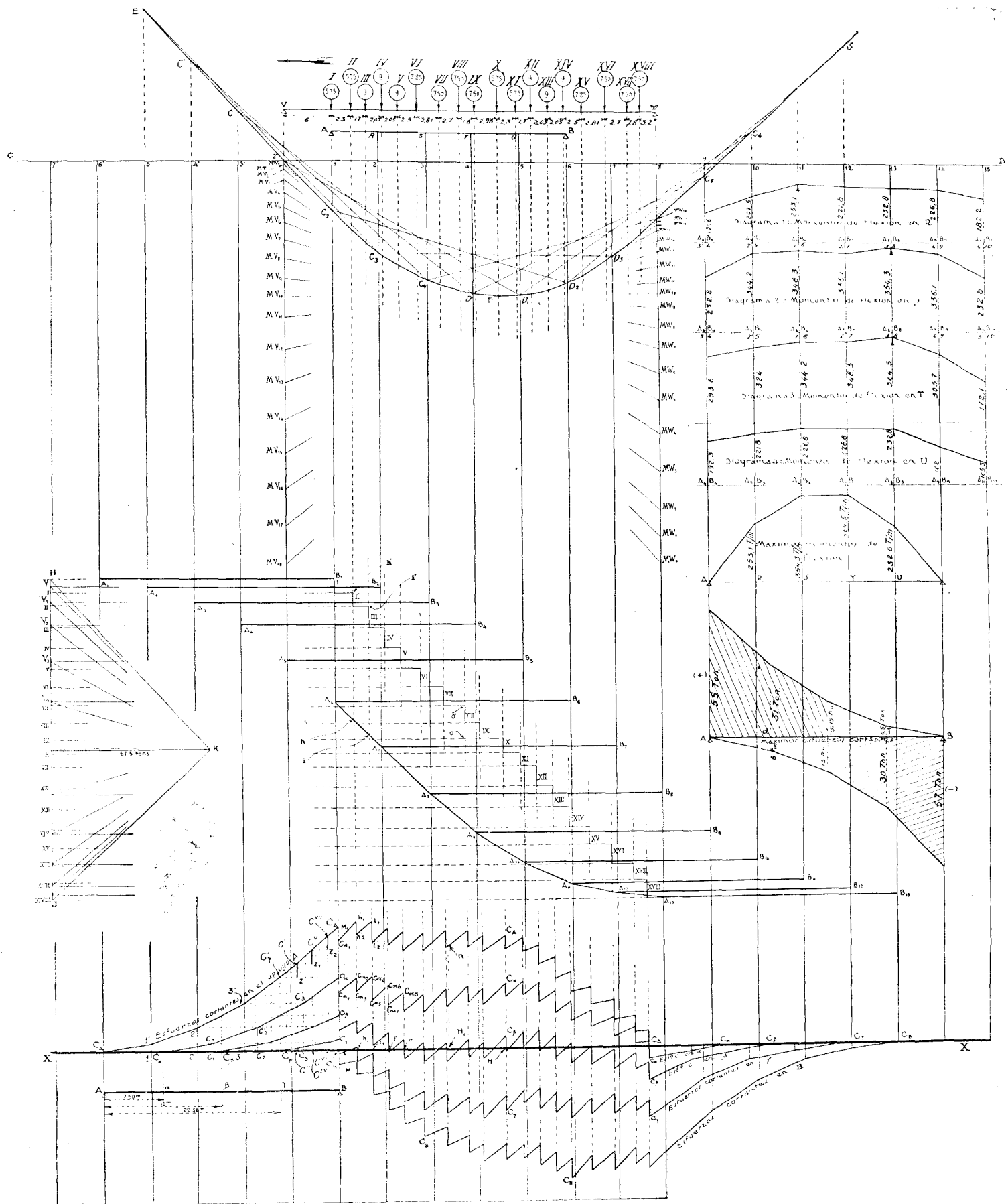


Fig. 45.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100



la flecha, se supone al tren de cargas fijo y que la viga A B se mueve en sentido contrario, o sea de izquierda a derecha y ocupando las posiciones.

$$(5' - 2) - (4' - 3) - (3' - 4) - (2' - 5) - (1 - 6) - (2 - 7)$$

desplazándose cada vez un intervalo, o sea 6 metros.

#### Determinación de los momentos de flexión.

Para calcular los momentos en las secciones *R-S-T-U*, distantes, respectivamente, 6-12-18-24 metros del apoyo *A*, se suponen diversas posiciones de la viga, se dibuja la línea de cierre del polígono funicular y se miden las ordenadas correspondientes a las secciones consideradas, que multiplicadas por la escala de longitudes y por la distancia polar, darán el momento; en el caso actual el factor por el que hay que multiplicar las ordenadas es  $0,3 \times 67,5 = 20,25$ , factor igual a la escala adaptada para dibujar el polígono funicular.

*Posición 3'-4.*—La línea de cierre del funicular es *CD*; las secciones *R-S-T-U* ocupan los puntos 2' 1-2-3, y las ordenadas correspondientes a estos puntos son en milímetros

$$6,5 - 11,5 - 14,5 - 9,5$$

y los momentos de flexión serán

$$131,6 - 232,8 - 293,6 - 192,3 \text{ tonelámetros.}$$

Para esta posición están en la viga las cargas 1 a 8.

*Posición 2' 5.*—La línea de cierre del funicular es *2'-D<sub>1</sub>*; las secciones están en los puntos 1-2-3-4, y las ordenadas correspondientes son en milímetros

$$10 - 17 - 16 - 11$$

y los momentos de flexión serán

$$202,5 - 344,2 - 324 - 221,8 \text{ tonelámetros.}$$

Para esta posición están en la viga las cargas 1 a 11.

*Posición 1-6.*—La línea de cierre del funicular es *C<sub>2</sub>-D<sub>2</sub>*, las secciones están en 2-3-4 5 y las ordenadas correspondientes son

$$12,5 - 17,2 - 17 - 11,2 \text{ milímetros}$$

y los momentos de flexión serán

$$253,1 - 348,3 - 344,2 - 226,8 \text{ tonelámetros.}$$

Para esta posición están en la viga los cargas 1 a 14.

Procediendo de esta manera, formaríamos el cuadro siguiente:

Posición de la viga.	Línea de cierre del funicular.	Posición de las secciones.				Ordenadas del funicular en milímetros en las secciones.				Valor del momento en tonelámetro en las secciones.				Cargas que hay sobre la viga.
		R	S	T	U	R	S	T	U	R	S	T	U	
3' - 4	<i>CD</i>	2'	1	2	3	6,5	11,5	14,5	9,5	131,6	232,8	293,6	192,3	1 a 8
2' - 5	2' - <i>D</i> <sub>1</sub>	1	2	3	4	10	17	16	11	202,5	344,2	324	221,8	1 a 11
1 - 6	<i>C</i> <sub>2</sub> - <i>D</i> <sub>2</sub>	2	3	4	5	12,5	17,2	17	11,2	253,1	348,3	344,2	226,8	1 a 14
2 - 7	<i>C</i> <sub>3</sub> - <i>D</i> <sub>3</sub>	3	4	5	6	11	16,5	17,2	11,3	221,8	336,1	348,3	228,8	4 a 18
3 - 8	<i>C</i> <sub>4</sub> - <i>M W</i> <sub>18</sub>	4	5	6	7	11,5	17,5	18	11,5	232,8	354,3	364,5	232,8	7 a 18
4 - 9	<i>D</i> - <i>C</i> <sub>5</sub>	5	6	7	8	11,2	16,5	15	8	226,8	336,1	303,7	162	9 a 18
5 - 10	<i>D</i> <sub>1</sub> - <i>C</i> <sub>6</sub>	6	7	8	9	9	11,5	8,5	5,2	182,2	232,8	172,12	105,3	12 a 18

Por él se vé que el momento máximo en la sección *R* es 253,1 tonelámetros y tiene lugar cuando la viga tiene la posición 1-6, es decir, que la carga de cabeza pisa el apoyo *A* estando sobre la viga las cargas 1 a 14.

El momento máximo en la sección *S* es 354,3 tonelámetros y tiene lugar cuando la viga ocupa la posición 3-8, es decir, cuando la 7.<sup>a</sup> carga dista del apoyo *A* una distancia igual a (distancia entre cargas 1 y 7) — (distancia *AS*) = (13,41) — (12) = 1,41 metros.

El momento máximo en la sección *T* es de 364,5 tonelámetros y tiene lugar cuando la viga ocupa la posición 3 8, igual que en el caso anterior.

El momento máximo en la sección *U* es 232,8 tonelámetros y tiene lugar en iguales condiciones que los dos anteriores.

El momento de flexión máximo absoluto es 364,5 tonelámetros y tiene lugar en la sección *T* distante 18 metros de *A* y se verifica en la posición 3-8, estando sobre la viga las cargas 7 a 18.

*Comprobación analítica.*—Para facilitar los cálculos, se calcula la tabla de momentos del tren de carga, como se sabe, y tendremos el siguiente cuadro, que está hecho para un solo sentido de movimiento de derecha a izquierda.

TABLA DE "MOMENTOS" PARA UN TREN DE DOS LOCOMOTORAS "PACIFIC"  
TIPO 18 TONELADAS CON SUS TENDERES  
(CARGAS EN UN CARRIL)

1	137.7	131.95	126.2	117.2	108.2	99.2	91.35	83.85	76.35	68.85	63.1	57.35	48.35	39.35	30.35	22.5	15	7.5
2	5.75	11.5	20.5	29.5	38.5	46.35	53.85	61.35	68.85	74.60	80.35	89.35	98.35	107.35	115.2	122.7	130.2	137.7
3	(5.75)	(5.75)	(9)	(9)	(9)	(7.85)	(7.5)	(7.5)	(7.50)	(5.75)	(5.75)	(9)	(9)	(9)	(7.85)	(7.5)	(7.5)	(7.5)
4	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII
5	← 2.3 *	1.7 *	2.05 *	2.05 *	2.5 *	2.81 *	2.7 *	1.8 *	2.98 *	2.3 *	1.7 *	2.05 *	2.05 *	2.5 *	2.81 *	2.7 *	1.8 *	
6	2.3	4	6.05	8.10	10.6	13.41	16.11	17.91	20.89	23.19	24.89	26.94	28.99	31.49	34.30	37	38.8	
7	38.8	36.5	34.8	32.75	30.7	28.20	25.39	22.69	20.89	17.91	15.61	13.91	11.86	9.81	7.31	4.5	1.8	
8	2673.43	2450.33	2240.46	1927.26	1632.51	1356.21	1134.84	944.22	774.25	617.58	514.60	424.85	299.66	192.92	104.63	47.25	13.5	
9	2439.08	2226.33	2026.81	1729.81	1451.26	1191.16	983.92	807	650.32	507.15	414.52	335.12	226.13	135.59	63.50	20.25		
10	2107.77	1910.55	1726.55	1453.85	1199.6	963.8	777.6	621.09	484.67	361.75	284.65	220.77	136.08	69.84	22.05			
11	1784.08	1603.02	1435.18	1187.77	958.81	748.3	584.32	448.72	333.37	231.52	170.57	122.85	63.45	22.5				
12	1513.66	1348.97	1195.51	970.65	764.19	576.18	431.82	314.97	218.37	135.27	88.7	55.35	18.45					
13	1372.07	1157.17	1015.49	809.03	621.02	453.46	325.20	223.73	142.51	74.79	40.01	18.45						
14	1130.92	987.81	857.92	669.91	500.35	349.24	237.07	150.97	85.12	32.77	9.77							
15	994.34	860.99	740.88	568.17	413.91	278.1	179.27	105.92	52.82	13.22								
16	822.75	702.64	595.75	443.74	310.18	195.07	114.30	58.20	22.35									
17	617.50	514.60	424.85	299.66	192.92	104.63	47.25	13.5										
18	507.15	414.52	335.12	226.13	135.59	63.5	20.25											
19	361.75	284.65	220.77	136.08	69.84	22.05												
20	231.52	170.57	122.85	63.45	22.5													
21	135.27	88.7	55.35	18.45														
22	74.79	40.01	18.45															
23	32.77	9.77																
24	13.22																	

LINEAS DE INFLUENCIA

*Posición 3'-4.*—Las cargas que hay sobre la viga son (fig. 46) de la 1 a la 8, que pesan 61,35 toneladas y ocupan 16,11 metros.

La carga de cola (8) dista del apoyo 4 la distancia  $30 - (12 + 16,11) = 30 - 28,11 = 1,89$  metros.

Tomando momentos respecto al apoyo 4 se tiene (pág. 20). Suma de

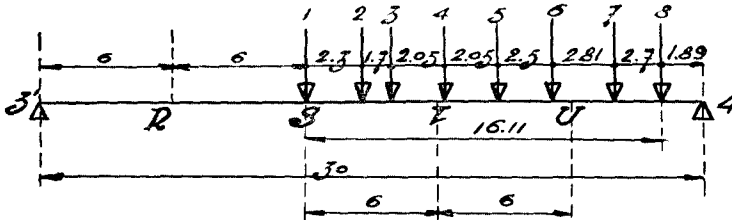


Fig. 46.

momentos de las cargas respecto al apoyo 4 = suma de momentos de las cargas respecto a la de cola + (suma cargas  $\times$  distancia carga cola al apoyo 4).

La tabla de momentos da

$$\sum_1^8 P a = 507,15 \text{ (fila 18)} \quad \gg \quad \sum_1^8 P = 61,35 \text{ toneladas}$$

y se tendrá:

$$M_4 = 507,15 + (61,35 \times 1,89) = 507,15 + 105,95 = 613,10 \text{ tm.}$$

La reacción en 3' será

$$R_3 = \frac{613,10}{30} = 20,4 \text{ toneladas}$$

y los momentos en las secciones R-S-T-U serán

$$\text{Sección R.} \quad M_R = R_3 \cdot 6 = 20,4 \times 6 = 122,4 \text{ tonelámetros.}$$

$$\text{Sección S.} \quad M_S = R_3 \cdot 12 = 20,4 \times 12 = 244 \text{ idem.}$$

$$\text{Sección T.} \quad M_T = (R_3 \cdot 18) - (\text{suma momentos cargas 1-2-3 respecto a T}) = (R_3 \cdot 18) - [(\text{suma momentos cargas 1-2 respecto a 3}) + (\text{suma cargas 1-2-3}) \times (\text{distancia carga 3 a T})].$$

La tabla de momentos da (fila 23):

$$\sum_1^2 P a = 32,77 \quad \sum_1^3 P = 20,5.$$

Distancia carga 3 a  $T = 6 - 4 = 2$  metros, y por lo tanto,  $M_T = (R_3 \cdot \times 18) - [32,77 + (20,5 \times 2)] = (20,4 \times 18) - (32,77 + 41) = 367,2 - 73,77 = 293,43$  tonelámetros.

Sección U.— $M_U = (R_3 \cdot \times 24) - (\text{suma momentos cargas 1 a 6 respecto a U}) = (R_3 \cdot \times 24) = [(\text{suma momentos cargas 1 a 5 respecto a 6}) + (\text{suma cargas 1 a 6}) \times \text{distancia carga 6 a U}]$ .

La tabla dá:

$$\sum_1^5 Pa = 251,52 \text{ (fila 20)} \qquad \sum_1^6 P = 46,35.$$

Distancia carga 6 a  $U = 12 - 10,6 = 1,4$ , y por lo tanto,  $M_U = (R_3 \cdot \times 24) - [231,52 + (46,35 \times 1,4)] = (20,4 \times 24) - 296,4 = 193,2$  tonelámetros.

Posición 2' — 5.—Las cargas que hay sobre la viga son (fig. 47) la 1 a 11, que pesan 80,35 toneladas y ocupan 23,19 metros.

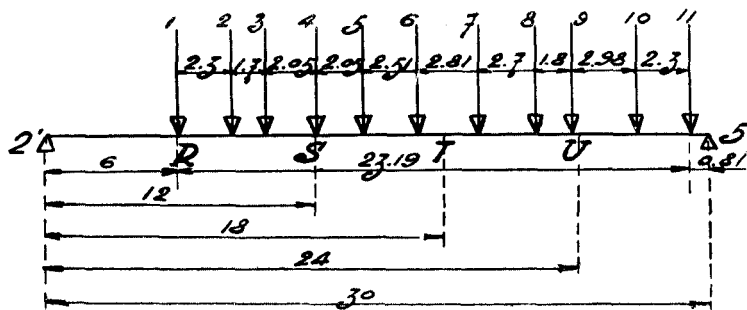


Fig. 47.

La carga de cola (11) dista del apoyo 5 la distancia  $30 - (6 + 23,19) = 30 - 29,19 = 0,81$  metros.

Tomando momentos respecto al apoyo 5, se sabe que (página 20):

Suma de momentos de las cargas respecto al apoyo 5 = suma de momentos de las cargas respecto a la de la cola 11 + (suma de las cargas  $\times$  distancia carga de cola 11 al apoyo 5).

La tabla de momentos da:

$$\sum_1^{11} Pa = 994,34 \text{ (fila 15)} \qquad \sum_1^{11} P = 80,35 \text{ tn.,}$$

y se tendrá:

$$M_5 = 994,34 + (80,35 \times 0,81) = 994,34 + 65,08 = 1059,42 \text{ tm.}$$

La reacción en 2' será:

$$R_2' = \frac{1059,42}{30} = 35,3 \text{ toneladas.}$$

Y los momentos en las secciones *R-S-T-U* serán:

*Sección R.*— $M_R = (R_2' \times 6) = 35,3 \times 6 = 211,8$  tonelámetros.

*Sección S.*— $M_S = (R_2' \times 12) -$  (suma momentos cargas 1 a 3 respecto a *S*)  $= (R_2' \times 12) -$  [(suma momentos cargas 1 y 2 respecto a 3) + (suma cargas 1 a 3)  $\times$  distancia cargas 3 a *S*].

La tabla de momentos dá:

$$\sum_1^2 P a = 32,77 \text{ (fila 23)} \qquad \sum_1^3 P = 20,5.$$

Distancia carga 3 a *S* = 6 — 4 = 2, y por lo tanto,  $M_S = (R_2' \times 12) - [32,77 + (20,5 \times 2)] = (35,3 \times 12) - [32,77 + 41] = 42,36 - 73,77 = 349,83$  tonelámetros.

*Sección T.*— $M_T = (R_2' \times 18) -$  (suma momentos cargas 1 a 6 respecto a *T*)  $= (R_2' \times 18) -$  [(suma momentos cargas 1 a 5 respecto a 6) + (suma cargas 1 a 6)  $\times$  distancia carga 6 a *T*].

La tabla da:

$$\sum_1^5 P a = 231,52 \text{ (fila 20)} \qquad \sum_1^6 P = 46,35 \text{ toneladas.}$$

Distancia carga 6 a *U* = 12 — 10,6 = 1,4, y por lo tanto,  $M_T = (R_2' \times 18) - [231,52 + (46,35 \times 1,4)] = (35,3 \times 18) - (231,52 + 64,89) = 635,4 - 296,4 = 339$  tonelámetros.

*Sección U.*— $M_U = (R_2' \times 24) -$  (suma momentos cargas 1 a 9 respecto a *U*)  $= (R_2' \times 24) -$  [(suma momentos cargas 1 a 8 respecto a 9) + (suma cargas 1 a 9)  $\times$  distancia carga 9 a *U*].

La tabla dá:

$$\sum_1^8 P a = 617,58 \text{ (fila 17)} \qquad \sum_1^9 P = 68,85.$$

Distancia carga 9 a *U* = 18 — 17,91 = 0,09 metros, y por lo tanto,  $M_U = (35,3 \times 24) - [617,58 + (68,85 \times 0,09)] = 847,2 - (617,58 + 6,19) = 847,2 - 623,77 = 223,43$  tonelámetros.

Las diferencias que se observan en los valores deducidos por el resultado gráfico, son debidas a la pequeña escala adoptada para el dibujo, pues 0,5 milímetros de error de lectura en las ordenadas del funicular representa un error de

$$(0,5 \times 0,3) \times 67,5 = 10,12 \text{ tonelámetros.}$$

*Diagramas de momentos de flexión en las secciones R-S-T-U y de momentos máximos absolutos en la viga.*—Los valores deducidos para los momentos en cada sección, se llevan a escala sobre las ordenadas de los puntos (3'-4) — (2'-5) — (1-6) separados 6 metros (parte derecha de la figura 45) y se obtienen los diagramas de momentos en las secciones consideradas que representan la variación de aquél en cada sección, conforme el tren se mueve de derecha a izquierda; estos diagramas no estarán formados, en realidad, por porciones de rectas, sino por una serie de arcos parabólicos.

Escogiendo en cada sección la ordenada máxima, se puede dibujar el diagrama de máximos momentos absolutos de flexión en la viga, llevando en las ordenadas de los puntos *R-S-T-U* los valores (253,1) — (354,3) — (364,5) — 232,8) tonelámetros y uniendo los puntos finales por una curva.

En el caso de que la viga soporte la carga no directamente, sino por medio de viguetas transversales apoyadas en los nudos, los momentos en éstos serían los del diagrama y los momentos entre los nudos serían menores que los dados por la curva.

*Determinación de la carga uniformemente repartida equivalente al tren de cargas para los momentos de flexión.*—Para los trenes tipos que se emplean en el cálculo de puentes, se calcula, como se ha visto para cada luz, la parábola de momentos máximos, cuya ordenada máxima si es  $M_m$  tonelámetros, se tendrá:

$$M_m = \frac{p l^2}{8}$$

de donde

$$p = \frac{8 M_m}{l^2}$$

obteniendo así la carga equivalente uniforme de  $p$  toneladas por metro lineal que da el mismo momento máximo.

#### Determinación de los esfuerzos cortantes.

Por el polo  $K$  del polígono de fuerzas (fig. 45) tracemos paralelas a las líneas de cierre de los funiculares parciales obtenidos con las posiciones de la viga

$$(5'-2) — (4'-3) — (3'-4) — (2'-5) — (1-6) — (2-7)...$$

que serán

$K V$	paralela a	$E-C_3$
$K V_1$	»	a $C'-C_4$
$K V_2$	»	a $C-D$
$K V_3$	»	a $2'-D_1$
$K V_4$	»	a $C_2-D_2$

y tendremos sobre la recta  $HJ$  las reacciones en los apoyos  $R_A$  y  $R_B$  para cada posición de la viga, así por ejemplo:

$$\text{Posición } 5'-2. — R_A = H V \quad \gg \quad R_B = J V.$$

$$\text{Posición } 4'-3. — R_A = H V_1 \quad \gg \quad R_B = J V_1.$$

Por los puntos  $H-V-V_1-V_2-V_3\dots J$ , tracemos horizontales (líneas llenas) sobre las que marcaremos las diversas posiciones de la viga y supongamos la primera posición  $A_1 B_1$  correspondiente a (6'-1), a partir de la cual ya entran cargas en la viga; para esta posición el esfuerzo cortante o reacción  $R_A$  es nulo y empezaremos el diagrama en la vertical de  $A_1$  en el punto  $C_A$  sobre una recta  $XX$  trazada en la parte inferior del dibujo.

Coloquemos la viga en la posición  $A_2 B_2$  correspondiente a la (5'-2); la reacción en  $A$  será  $H V = 3,2$  milímetros = 3,2 toneladas, valor que se lleva en 1-1' sobre la base  $XX$  en la vertical de  $A_2$  y para las posiciones  $A_3 B_3-A_4 B_4-A_5 B_5-A_6 B_6$  se llevan análogamente las distancias

$$H V_1 = 10 \text{ mm.} = 10 \text{ tons.} \quad \gg \quad H V_2 = 20 \text{ mm.} = 20 \text{ tons.}$$

$$H V_3 = 35 \text{ mm.} = 35 \text{ tons.} \quad \gg \quad H V_4 = 52,5 \text{ mm.} = 52,5 \text{ tons.}$$

sobre la base  $XX$  y las verticales de los puntos  $A_3-A_4-A_5-A_6$  para obtener el tramo ascendente de la curva  $C_A$ . A partir de la posición  $A_6 B_6$  si se sigue desplazando la viga, se sale la primera carga y el esfuerzo cortante sufre bruscamente una disminución  $C_A C_{A_1} = \text{carga } I = 5,75$  toneladas = 5,75 milímetros y en seguida un aumento continuo, hasta alcanzar el valor que corresponde al momento en que la 2.<sup>a</sup> carga pisa el apoyo  $A$ .

Para dibujar esta parte del diagrama se construye la línea escalonada

$$B_1-I-II-III-IV-V\dots XVIII-A_{13}$$

trazando por los puntos

$$H-I-II-III-IV-V\dots$$

del polígono de tuerzas, horizontales de puntos, hasta el encuentro con



las verticales de las cargas y en la línea escalonada, claro está, que las porciones verticales serán las cargas en valor y línea de acción.

Supongamos que entre las diversas posiciones de la viga el valor de  $C_A$  sigue una ley lineal, es decir, que el extremo de la viga  $A_6$  se mueve sobre la recta  $A_6 A_7$  cuando se desplace la viga para que coincida sucesivamente el apoyo  $A$  con las verticales de las cargas. Cuando la segunda carga pise el apoyo  $A$ , la viga ocupará la posición trazada por el punto  $h$ , intersección de  $A_6 A_7$  con la vertical de la carga segunda, y el esfuerzo cortante en el apoyo  $A$  será la reacción en éste menos el valor de la carga primera que ya está fuera del tramo, es decir, la ordenada  $h h' = 55$  milímetros = 55 toneladas que se llevará sobre la vertical de la segunda carga en  $h_1-h'_1$  y contando sobre la línea  $XX$ .

Cuando la carga segunda salga del tramo el esfuerzo cortante sufre bruscamente una disminución igual a  $h'_1 h'_2 = \text{carga II} = 5,75$  milímetros = 5,75 toneladas, volviendo en seguida a aumentar progresivamente hasta que la carga tercera pisa el apoyo, en cuyo caso la posición de viga sería la horizontal trazada por el punto  $i$  intersección de la vertical de la tercera carga con  $A_6 A_7$ , y en este caso el esfuerzo cortante en  $A$  sería la reacción en  $A$ , menos las cargas 1 y 2, que están fuera de la viga; es decir, sería el valor  $i i' = 54,8$  milímetros = 54,8 toneladas, que se llevaría en  $i_1 - i'_1$  sobre la vertical de la tercera carga.

Al salir la tercera carga de la viga, el esfuerzo cortante sufre una disminución brusca igual a  $i'_1 - i'_2 = 9$  milímetros = 9 toneladas, volviendo en seguida a aumentar hasta que la cuarta carga pisa el apoyo.

Siguiendo la marcha indicada, se dibujará la línea  $C_A$ , que representa la variación del esfuerzo cortante en el apoyo  $A$  al moverse el tren de cargas de derecha a izquierda y que, como queda encima de  $XX$ , indica que no hay esfuerzos cortantes negativos en el apoyo  $A$ .

Consideremos ahora una sección  $\alpha$  de la viga, que diste 7,5 metros del apoyo  $A$ ; el esfuerzo cortante en esta sección será, para cualquier posición de la viga,  $C_\alpha = \text{reacción en } A$  (suma cargas comprendidas entre  $A$  y  $\alpha$ ).

Para la posición  $A_1 B_1$  el valor de  $C_\alpha$  es cero, pues no hay cargas sobre la viga, y el diagrama de  $C_\alpha$  arrancará del punto  $C_\alpha$ , distante 7,5 metros de  $C_A$  (parte inferior izquierda del dibujo).

Para la posición  $A_2 B_2$  el valor de  $C_\alpha$  será igual a  $C_A$ , pues no hay cargas entre  $A$  y  $\alpha$ ; en esta posición de la viga la sección  $\alpha$  está situada en  $C_1$ , siendo  $C_\alpha C_1 = 6$  metros; y llevando en la ordenada de  $C_1$  un valor  $C_1 C'_1 = 1-1' = 3,2$  milímetros = 3,2 toneladas, para lo cual basta trazar por  $1'$  la horizontal hasta el encuentro con la vertical de  $C_1$ , se tendrá en  $C'_1$  un punto de la curva  $C_\alpha$ .

Para la posición  $A_3 B_3$  el valor de  $C_\alpha$  será igual a  $C_A$ , pues no hay cargas entre  $A$  y  $\alpha$ ; en esta posición de la viga la sección  $\alpha$  está situada en  $C_2$ , siendo

$$C_1 C_2 = 6 \text{ metros.}$$

y llevando en la ordenada de  $C_2$  una distancia

$$C_2 C'_2 = 2-2' = 10 \text{ milímetros} = 10 \text{ toneladas.}$$

para lo cual basta trazar por  $2'$  una horizontal hasta el encuentro con la vertical de  $C_2$ , se tendrá en  $C'_2$  otro punto de la curva  $C_\alpha$ .

Para la posición  $A_4 B_4$  el valor de  $C_\alpha$  será igual a  $C_A$ , pues tampoco hay cargas entre  $A$  y  $\alpha$ ; en esta posición de la viga la sección  $\alpha$  está en  $C_3$ , siendo

$$C_2 C_3 = 6 \text{ metros,}$$

y llevando en la ordenada de  $C_3$  una distancia

$$C_3 C'_3 = 3-3' = 20 \text{ milímetros} = 20 \text{ toneladas,}$$

se tendrá en  $C'_3$  otro punto de la curva  $C_\alpha$ .

Entre las posiciones  $A_4 B_4$  y  $A_5 B_5$  la carga primera pisará a la sección  $\alpha$ , pues en esta última posición el apoyo  $A_5$  dista de la primera carga 6 metros, es decir, que esta carga ya habrá pasado de la sección  $\alpha$  una distancia de  $7,5 - 6 = 1,5$  metros.

Supongamos, por lo tanto, la posición de la viga cuando la primera carga pise la sección  $\alpha$ ; entonces el extremo de la viga estará en  $C_\gamma$ , siendo

$$C_B C_\gamma = 7,5 \text{ metros.}$$

Para esta posición el esfuerzo cortante en  $\alpha$  será el valor de  $C_\alpha$ , que es precisamente la ordenada  $C_\gamma C'_\gamma$  y, por lo tanto, trazado por  $C'_\gamma$  una horizontal  $C'_\gamma C_\alpha$  se tendrá en  $C_\alpha$  sobre la vertical de la carga I un punto de la curva, siendo

$$C_B C_\alpha = 31 \text{ milímetros} = 31 \text{ toneladas}$$

el valor del esfuerzo cortante en  $\alpha$  cuando la primera carga pise esta sección.

Cuando esta carga rebese la sección  $\alpha$ , el esfuerzo cortante disminuye bruscamente en el valor de la carga I, permaneciendo igual el valor de

la reacción en el apoyo  $A$ , puesto que no ha salido carga alguna de la viga; se llevará, pues,

$$C_{\alpha} C_{\alpha_1} = \text{carga I} = 5,75 \text{ milímetros} = 5,75 \text{ toneladas}$$

para obtener el punto  $C_{\alpha_1}$ .

Si se sigue moviendo la viga, el esfuerzo cortante en la sección  $\alpha$  vuelve a aumentar, conforme se va aproximando a la sección la carga segunda y aumenta lo que aumenta la reacción en el apoyo  $A$ ; cuando la carga segunda pisa la sección al extremo de la viga está en  $C''$ , siendo  $C_{\gamma} C'' =$  distancia entre cargas I y II = 2,3 metros, y el aumento de reacción en el apoyo  $A$  es la diferencia de ordenadas.

$$C'' C''' - C_{\gamma} C'_{\gamma} = Z C''' = 5,7 \text{ mm.} = 5,7 \text{ tons.}$$

valor que añadido a la ordenada  $C_B C_{\alpha_1}$  nos da el punto  $C_{\alpha_2}$ .

Al rebasar la carga segunda la sección  $\alpha$ , el esfuerzo cortante disminuye bruscamente este valor y llevando

$$C_{\alpha_2} C_{\alpha_3} = \text{carga II} = 5,75 \text{ tons.} = 5,75 \text{ mm.}$$

se tiene el punto  $C_{\alpha_3}$ .

Al seguir moviéndose la viga, el esfuerzo cortante vuelve a aumentar conforme se aproxima a la sección la carga tercera y aumentará lo que aumente la reacción en  $A$ . Cuando la carga tercera pise la sección  $\alpha$ , el extremo de la viga está en  $C^{IV}$ , siendo  $C'' C^{IV} =$  distancia entre cargas II y III = 1,7 metros, y el aumento de reacción en el apoyo es la diferencia de ordenadas

$$C^{IV} C^V - C'' C''' = Z_1 C^V = 5,5 \text{ mm.} = 5,5 \text{ tons.}$$

valor que se añade a la ordenada  $h_1 C_{\alpha_3}$  para obtener el punto  $C_{\alpha_4}$ .

Al rebasar la tercera carga la sección, el esfuerzo cortante disminuye bruscamente este valor, y llevando  $C_{\alpha_4} C_{\alpha_5}$  igual a la tercera carga, se tiene el punto  $C_{\alpha_5}$ .

En lugar de proceder en esta forma, es más sencillo suponer que a partir de la vertical de la carga primera, la sección  $\alpha$  para la que se quiere determinar el esfuerzo cortante, va cayendo sucesivamente debajo de las cargas, se deduce el valor de la ordenada de la curva  $C_A$  y se resta la suma de las cargas que han rebasado la sección y están dentro del tramo, medida en la línea escalonada  $B_1 \cdot I \cdot II \cdot III \cdot IV \dots$

Así, por ejemplo, y contando sobre la base  $XX$ .

*Carga I en la sección  $\alpha$ .*—El extremo de la viga estará en  $C_\gamma$  siendo

$$C_\gamma C_B = 7,5 \text{ metros.}$$

La reacción en el extremo es  $C_\gamma C'_\gamma = 31 \text{ milímetros} = 31 \text{ toneladas}$ , y como no hay cargas entre  $A$  y  $\alpha$ , se lleva este valor en  $C_B C_\alpha$ .

Cuando la carga rebasa la sección, el esfuerzo cortante disminuye bruscamente la cantidad  $C_\alpha C_{\alpha_1} = \text{carga I} = 5,75 \text{ milímetros} = 5,75 \text{ toneladas}$ .

*Carga II en la sección  $\alpha$ .*—El extremo de la viga estará en  $C''$ , siendo

$$h_1 C'' = 7,5 \text{ metros.}$$

La reacción en el extremo de la viga es  $C'' C''' = 37 \text{ milímetros} = 37 \text{ toneladas}$ , y como la carga I es la que está entre el extremo y la sección, el valor de  $C_\alpha$  será:

$$C_\alpha = C'' C''' - \text{carga I} = 37 - 5,75 = 31,25 \text{ mm.} = 31,25 \text{ tons.}$$

valor que se lleva en  $h_1 C_{\alpha_2}$ .

Cuando la segunda carga rebasa la sección, el esfuerzo sufre una disminución

$$C_{\alpha_2} C_{\alpha_3} = \text{carga II} = 5,75 \text{ mm.} = 5,75 \text{ tons.}$$

*Carga III en la sección  $\alpha$ .*—El extremo de la viga estará en  $C^{IV}$  siendo

$$l_1 C^{IV} = 7,5 \text{ metros.}$$

La reacción en el extremo de la viga es

$$C^{IV} C^V = 42,5 \text{ mm.} = 42,5 \text{ tons.}$$

y como las cargas I y II están entre el extremo y la sección, el valor de  $C_\alpha$  será

$$\begin{aligned} C_\alpha &= C^{IV} C^V - (\text{cargas I} + \text{II}) = 42,5 - (5,75 + 5,75) = \\ &= 31 \text{ milímetros} = 31 \text{ toneladas,} \end{aligned}$$

valor que se lleva en  $i_1 C_{\alpha_4}$ .

Cuando la tercera carga rebasa la sección, el esfuerzo disminuye la cantidad

$C_{\alpha_4}, C_{\alpha_5} = \text{carga III} = 9 \text{ milímetros} = 9 \text{ toneladas.}$

*Carga IV en la sección  $\alpha$ .*—El extremo de la viga está en  $C^{VI}$ , siendo  $l C^{VI} = 7,5$  metros.

La reacción en el extremo es  $C^{VI} C^{VII} = 48,5$  milímetros, y como las cargas I-II-III están entre el extremo y la sección, el valor de  $C_{\alpha}$  será

$$C_{\alpha} = C^{VI} C^{VII} - (\text{cargas I} + \text{II} + \text{III}) = 48,5 - (5,75 + 5,75 + 9) = 28 \text{ milímetros}$$

valor que se lleva en  $l C_{\alpha_6}$ .

Cuando la cuarta carga rebasa la sección, el esfuerzo disminuye bruscamente la cantidad

$C_{\alpha_6}, C_{\alpha_7} = \text{carga IV} = 9 \text{ milímetros} = 9 \text{ toneladas.}$

*Carga V en la sección  $\alpha$ .*—El extremo de la viga estará en  $M$ , siendo  $m M = 7,5$  metros.

La reacción en el extremo es  $M M_1 = 49,5$  milímetros, y como las cargas II-III-IV son las que hay entre el extremo y la sección, pues la carga I se ha salido de la viga; se tendrá que el valor de  $C_{\alpha}$  será

$$C_{\alpha} = M M_1 - (\text{cargas II} + \text{III} + \text{IV}) = 49,5 - (5,75 + 9 + 9) = 25,75 \text{ milímetros,}$$

valor que se lleva en  $m C_{\alpha_8}$ .

Se continúa así sucesivamente, y cuando por ejemplo la carga X está en la sección, el extremo en la viga estará en  $N_1$ , siendo  $N N_1 = 7,5$  metros; la reacción en  $A$  será  $N_1 n = 43,5$  milímetros, y como entre el extremo y la sección están sólo las cargas VIII y IX, el valor de  $C_{\alpha}$  será

$$C_{\alpha} = N_1 n - (\text{cargas VIII} + \text{IX}) = 43,5 - (7,5 + 7,5) = 28,5 \text{ mm.}$$

valor que se lleva en  $N C_{\alpha}$ .

Observaremos que la línea escalonada da la suma de las cargas; así para este último caso

$$\text{cargas VIII} + \text{IX} = 00'.$$

Se construye así el diagrama  $C_{\alpha}$  que tiene parte debajo del eje  $X X$ , es decir, que hay en la sección  $\alpha$  esfuerzos cortantes negativos.

Del mismo modo se construirían los diagramas de esfuerzos cortantes en las secciones  $\beta$ - $\gamma$ - $B$  distantes 15-22,5-30 metros de  $A$ , y veríamos que el correspondiente al apoyo  $B$  está todo por debajo del eje  $XX$ , es decir, que todos los valores son negativos.

De los diagramas deduciríamos los máximos esfuerzos cortantes positivos y negativos en cada sección y formaríamos el cuadro siguiente:

SECCIONES	Distancia del apoyo $A$ en metros.	Máximos esfuerzos cortantes en toneladas.	
		Positivos.	Negativos.
$A$ .....	0	55	0
$a$ .....	7,5	31	6
$\beta$ .....	15	15	15
$\gamma$ .....	22,5	4,5	30
$B$ .....	30	0	57

Estos valores se llevarán a un diagrama para obtener el de máximos esfuerzos cortantes en la viga, en el que lo interesante son las partes rayadas, pues lo que conviene conocer es el valor máximo absoluto del esfuerzo cortante, sea positivo o negativo.

En la práctica se tiene suficiente aproximación escogiendo como secciones los apoyos, el centro y los puntos medios de las mitades de la viga, y uniendo con rectas los extremos de los máximos correspondientes a estas secciones

SEGUNDO CASO. CARGAS UNIFORMEMENTE REPARTIDAS.—Carga de longitud mayor que la viga.—Sea la viga  $AB$  de luz  $l$  (fig. 48), sobre la que se mueve una carga uniforme  $P$ , toneladas por metro lineal.

Línea de influencia de las reacciones.—Construyamos la línea de influencia para las reacciones en  $A$  y  $B$ , llevando, como se sabe,  $A_1 A_2 = 1$  tonelada y  $B_1 B_2 = 1$  tonelada.

Si la carga ocupa el trozo de viga  $BM = l_1$ , su valor total será  $P \times l_1$  toneladas, y puede suponerse que equivale a un tren  $p_1 - p_2 - p_3$  de cargas concentradas de valor  $p_1 = p_2 = p_3 = \dots = \frac{P l_1}{n}$  toneladas,

distantes entre sí la distancia  $\frac{l_1}{n}$ ; la aproximación será tanto mayor cuanto mayor sea  $n$  y en el límite será exacta la equivalencia.

Para dicho tren de cargas equivalente, la reacción en  $A$  será:

$$\begin{aligned}
 R_A &= (p_1 \times a a_1) + (p_2 \times b b_1) + (p_3 \times c c_1) + \dots = \left( \frac{P l_1}{n} \times a a_1 \right) + \\
 &+ \left( \frac{P l_1}{n} \times b b_1 \right) + \left( \frac{P l_1}{n} \times c c_1 \right) + \dots = P \left[ \left( \frac{l_1}{n} \times a a_1 \right) + \right. \\
 &+ \left. \left( \frac{l_1}{n} \times b b_1 \right) + \left( \frac{l_1}{n} \times c c_1 \right) + \dots \right] = P [\text{área } M M_1 N N_1 + \text{área} \\
 &N N_1 o o_1 + \text{área} = P \times \text{área } B_1 M M_1.
 \end{aligned}$$

Análogamente, la reacción en  $B$  sería:

$$R_B = P \times \text{área } M B_1 B_2 M_2.$$

Los triángulos semejantes  $B_1 A_1 A_2$  y  $B_1 M M_1$  dan:

$$\frac{M M_1}{A_1 A_2} = \frac{l_1}{l} \quad \text{o sea} \quad M M_1 = \frac{l_1}{l}$$

y por lo tanto,

$$R_A = P \times \text{área } B_1 M M_1 = P \times \frac{M M_1 \times l_1}{2} = P \frac{l_1^2}{2l}.$$

Los triángulos semejantes  $A_1 B_1 B_2$  y  $A_1 M M_2$  dan:

$$\frac{M M_2}{B_1 B_2} = \frac{l - l_1}{l} \quad \text{o sea} \quad M M_2 = \frac{l - l_1}{l}$$

y por lo tanto,

$$\begin{aligned}
 R_B &= P \times \text{área } M B_1 B_2 M_2 = P \times \frac{(M M_2 + B_1 B_2) \times l_1}{2} = \\
 &= P \frac{\left( \frac{l - l_1}{l} + 1 \right) \times l_1}{2} = P \frac{2 l l_1 - l_1^2}{2 l} = P \left( l_1 - \frac{l_1^2}{2 l} \right).
 \end{aligned}$$

Sumando los valores de las reacciones se tiene:

$$R_A + R_B = P \left[ \frac{l_1^2}{2 l} + l_1 - \frac{l_1^2}{2 l} \right] = P l_1 = P \times \text{área } M_1 M_2 B B_1.$$

La reacción en  $A$  será máxima cuando la carga ocupe toda la viga, y su valor será entonces:

$$R_A = P \times \text{área } A_1 A_3 B_1 = P \times \frac{A_1 A_2 \times A_1 B_1}{2} = P \times \frac{1 \times l}{2} = \frac{Pl}{2}.$$

Si las escalas de longitudes es  $\frac{1}{m}$  y la de fuerzas  $\frac{1}{n}$ , el área de influencias representará fuerzas en escala  $\frac{1}{m n}$ , refiriendo  $P$  a la unidad tomada para escala de fuerzas.

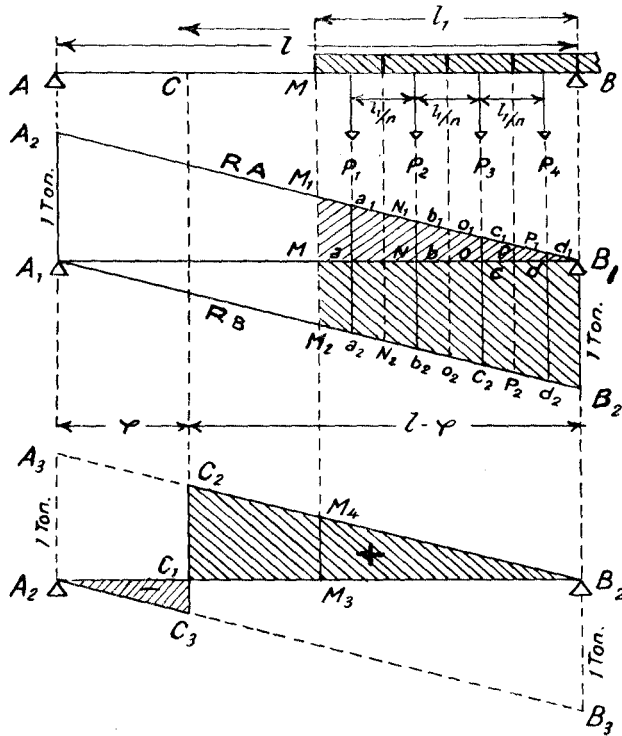


Fig. 48.

*Línea de influencia del esfuerzo cortante.*—Supongamos una sección  $C$  de la viga y construyamos su línea de influencia para la carga unidad, que será, como se sabe, la  $A_2 C_3 C_2 B_2$  (fig. 48).

Para la posición de la carga el esfuerzo cortante positivo en  $C$  será análogamente al caso de la reacción



$$P \times \text{área } M_3 M_1 B_2,$$

valor que será máximo cuando la cabeza de la carga llegue a  $C$  y su valor será entonces

$$C = P \times \text{área } C_1 C_3 B_2 = P \times \frac{C_1 C_2 \times C_1 B_1}{2} = P \frac{(l - \varphi)^2}{2l}.$$

Del mismo modo el esfuerzo cortante máximo negativo ocurrirá

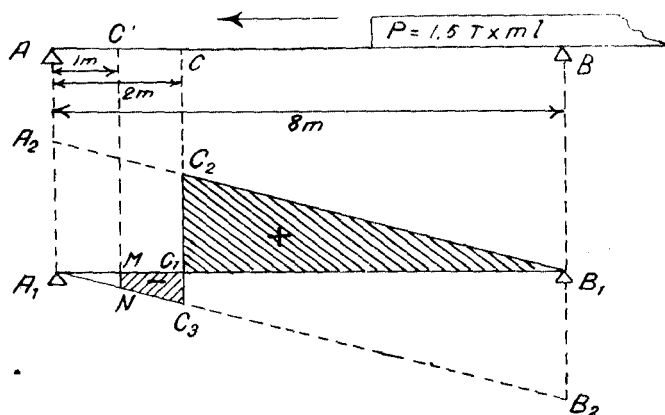


Fig. 49.

cuando al moverse la carga de  $A$  hacia  $B$  esté ocupado el trozo  $AC$  y su valor será:

$$C = P \times \text{área } A_2 C_1 C_3 = P \times \frac{C_1 C_3 \times A_2 C_1}{2} = P \times \frac{\varphi^2}{2l}.$$

El área del diagrama de influencia de esfuerzos cortantes representa fuerzas en escala  $\frac{1}{m \cdot n}$  siendo  $\frac{1}{m}$  y  $\frac{1}{n}$  las escalas de longitudes y fuerzas y refiriendo  $P$  a la unidad tomada para escala de fuerzas.

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  (fig. 49) se mueve una carga uniforme de 1,5 toneladas por metro lineal; deducir el valor máximo de  $R_A$ , el esfuerzo cortante en una sección  $C$  distante 2 metros de  $A$ , cuando la cabeza de la carga diste un metro de  $A$  (sección  $C'$ ) y los valores máximos positivos y negativos del esfuerzo cortante en dicha sección  $C$ .

Se dibuja la viga  $AB$  en escala  $\frac{1}{100}$ , se construye la línea de influencia de la sección  $C$ , llevando  $A_1 A_2 = B_1 B_2 = 1$  tonelada en escala 1 tonelada = 20 milímetros, y se tendrá el diagrama de influencia  $A_1 C_3 C_2 B_1$ .

Valor máximo de  $R_A$ .—Tendrá lugar cuando la carga ocupe toda la viga, y su valor será:

$$R_A = P \times \text{área } A_1 A_2 B_1 = 1,5 \text{ ton.} \times \left[ \frac{20 \times 80}{2} \right] \text{ mm.}^2 = 1,5 \text{ ton.} \times 800 \text{ milímetros cuadrados.}$$

Ahora bien, siendo las escalas de longitudes  $\frac{1}{100}$ , es decir, 1 milímetro = 0,1 metro y la de fuerzas 1 tonelada = 20 milímetros, o sea 1 milímetro =  $\frac{1}{20}$  tonelada = 0,05 toneladas, se tendrá que 1 milímetro cuadrado del diagrama representará

$$0,1 \times 0,05 \text{ toneladas} = 0,005 \text{ toneladas,}$$

y el valor de  $R_A$  será:

$$R_A = 1,5 \times 800 \times 0,005 = 6 \text{ toneladas.}$$

Este valor se obtiene directamente si damos a las magnitudes sus valores reales, pues entonces

$$R_A = P \times \text{área } A_1 A_2 B_1 = 1,5 \times \frac{1 \times 8}{2} = 1,5 \times 4 = 6 \text{ toneladas.}$$

*Esfuerzos cortantes máximos en C.*—El esfuerzo cortante máximo positivo en  $C$  será  $C = P \times \text{área } C_1 C_2 B_1 = 1,5 \times \frac{15 \times 60}{2} = 1,5 \times 450$  milímetros cuadrados =  $1,5 \times (450 \times 0,005) = 3,375$  toneladas.

Poniendo los valores reales, sería:

$$C = P \times \text{área } C_1 C_2 B_1 = 1,5 \times \frac{0,75 \times 6}{2} = 3,375 \text{ toneladas.}$$

El esfuerzo cortante máximo negativo en  $C$  sería:

$$C = P \times \text{área } A_1 C_1 C_3 = 1,5 \times \frac{20 \times 5}{2} = 1,5 \times 50 \text{ mm.}^2 = 1,5 \times (50 \times 0,005) = 0,375 \text{ toneladas.}$$

Poniendo los valores reales, sería:

$$C = P \times \text{área } A_1 C_1 C_2 = 1,5 \times \frac{0,25 \times 2}{2} = 0,375 \text{ toneladas.}$$

*Esfuerzo cortante en C cuando la cabeza de la carga llega a C'.—*Cuando la carga llegue a C', el esfuerzo cortante en C será:

$$\begin{aligned} C &= P \times [\text{área } C_1 C_2 B_1 - \text{área } M N C_1 C_3] = \\ &= 1,5 \left[ \frac{0,75 \times 6}{2} - \frac{(0,125 + 0,25) \times 1}{2} \right] = 1,5 \times (2,25 - 0,187) = \\ &= 1,5 \times 2,063 = 3,09 \text{ toneladas.} \end{aligned}$$

*Línea de influencia de los momentos de flexión.—*Sea la viga *A B*

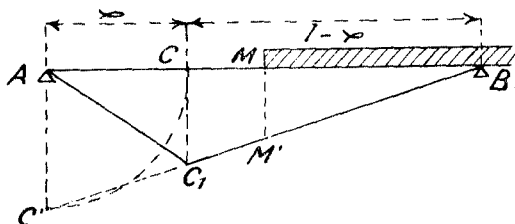


Fig. 50.

(figura 50) sobre la que se mueve una carga uniformemente repartida de *P* toneladas por metro lineal y construyamos para la sección *C* que se estudia su línea de influencia para carga unidad como ya se sabe, que será la *A C<sub>1</sub> B*.

Si la carga ocupa la parte *MB*, por analogía a lo dicho anteriormente, el momento en *C* sería  $M_C = P \times \text{área } M M' B$ .

El valor del momento será máximo cuando la carga ocupe toda la viga y su valor será:

$$M_C = P \times \text{área } A C_1 B = P \times \frac{C C_1 \times l}{2} = P \frac{\frac{x(l-x)}{l} \times l}{2} = P \frac{x(l-x)}{2}.$$

El área del diagrama de momentos representa metros cuadrados, en escala  $\frac{1}{m^2}$ , siendo  $\frac{1}{m}$  la escala de longitudes.

*Ejemplo.*—Sea la viga *A B* (fig. 51) de 8 metros de luz recorrida por

una carga uniforme de 2 toneladas por metro lineal. Calcular el máximo momento de flexión en el centro de la viga.

Se construye la línea de influencia de  $C$ , como se sabe, llevando  $A C_1 = 4$  metros y obteniendo en  $A C' B$  el triángulo de influencia.

El momento en  $C$  será máximo cuando la carga ocupe toda la viga y su valor será:

$$M_C = P \times \text{área } A C' B = 2 \text{ ton.} \times \left( \frac{80 \times 20}{2} \right) \text{ mm.}^2 = 2 \text{ ton.} \times 800$$

milímetros cuadrados.

Si la escala de longitudes es  $\frac{1}{100}$ , o sea 1 mm. = 0,1 metro; un mi-

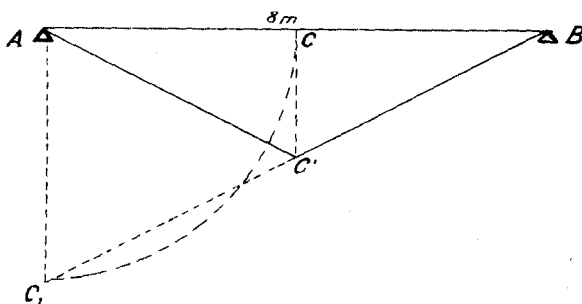


Fig. 51.

límetro cuadrado del diagrama representará  $0,1 \times 0,1 = 0,01$  tonelámetro por metro cuadrado, y el valor de  $M_C$  será:

$$M_C = 2 \times 800 \times 0,01 = 2 \times 8 = 16 \text{ tonelámetros.}$$

Este valor se obtiene directamente si damos a las magnitudes sus valores reales, pues entonces:

$$M_C = P \times \text{área } A C' B = 2 \times \frac{8 \times 2}{2} = 16 \text{ tonelámetros.}$$

*Comprobación.*—Aplicando la fórmula  $M = \frac{1}{8} P \times l^2$ , se tiene:

$$M_C = \frac{1}{8} P l^2 = \frac{1}{8} \times 2 \times 64 = 16 \text{ tonelámetros.}$$

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  de 14 metros de luz (fig. 52) circula una carga uniforme de 1,5 toneladas por metro lineal. Deducir los máximos esfuerzos cortantes y momentos en las secciones  $C$ - $D$ - $E$ , distante 4-7-10 metros del apoyo  $A$ .

*Esfuerzos cortantes.*—Se dibuja la recta  $A_1 B_1$  y sobre ella el diagrama  $A_1 A_2 B_1 B_2$ , siendo, como se sabe,  $A_1 A_2 = B_1 B_2 = 1$  tonelada = 20 milímetros.

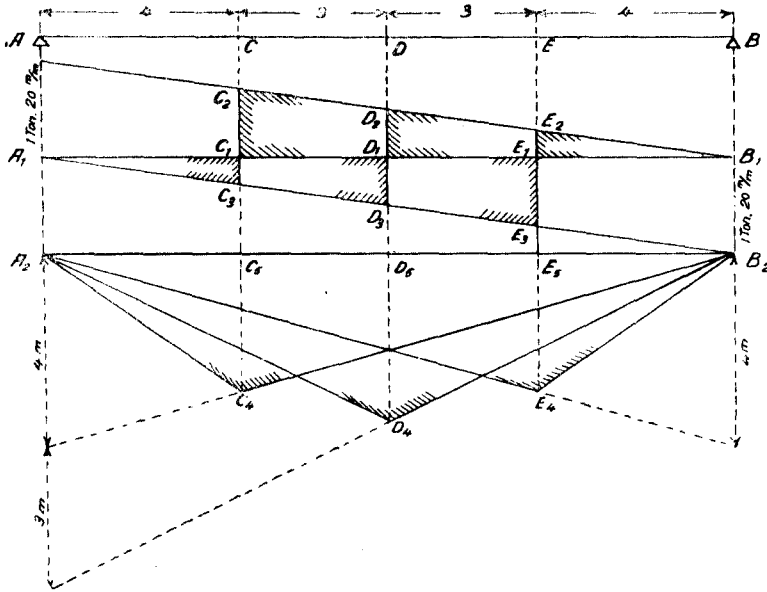


Fig. 52.

*Sección C.*—Su línea de influencia es  $A_1 C_3 C_2 B_1$  y los esfuerzos cortantes máximos serán:

$$\begin{aligned} \text{Máximo positivo} &= P \times \text{área } C_1 C_2 B_1 = 1,5 \times \frac{C_1 C_2 \times C_1 B_1}{2} = \\ &= 1,5 \times \frac{0,72 \times 10}{2} = + 5,4 \text{ toneladas.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Máximo negativo} &= P \times \text{área } A_1 C_1 C_3 = 1,5 \times \frac{C_1 C_3 \times A_1 C_1}{2} = \\ &= 1,5 \times \frac{0,3 \times 4}{2} = - 0,9 \text{ toneladas.} \end{aligned}$$

*Sección D.*—Su línea de influencia es la  $A_1 D_3 D_2 B_1$  y los esfuerzos cortantes máximos serán:

$$\begin{aligned}\text{Máximo positivo} &= P \times \text{área } D_1 D_2 B_1 = 1,5 \times \frac{D_1 D_2 \times D_1 B_1}{2} = \\ &= 1,5 \times \frac{0,5 \times 7}{2} = + 2,62 \text{ toneladas.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Máximo negativo} &= P \times \text{área } A_1 D_1 D_3 = 1,5 \times \frac{D_1 B_3 \times A_1 D_1}{2} = \\ &= 1,5 \times \frac{0,5 \times 7}{2} = - 2,62 \text{ toneladas.}\end{aligned}$$

*Sección E.*—Su línea de influencia es la  $A_1 E_3 E_2 B_1$  y los esfuerzos cortantes serían:

$$\begin{aligned}\text{Máximo positivo} &= P \times \text{área } E_1 E_2 B_1 = 1,5 \times \frac{E_1 E_2 \times E_1 B_1}{2} = \\ &= 1,5 \times \frac{0,3 \times 4}{2} = + 0,9 \text{ toneladas.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Máximo negativo} &= P \times \text{área } A_1 E_3 E_1 = 1,5 \times \frac{A_1 E_1 \times E_1 E_3}{2} = \\ &= 1,5 \times \frac{10 \times 0,72}{2} = - 5,4 \text{ toneladas.}\end{aligned}$$

*Comprobación.*—Aplicando las fórmulas deducidas anteriormente, que son:

$$\text{Máximo esfuerzo cortante positivo} = P \frac{(l-x)^2}{2l};$$

$$\text{Máximo esfuerzo cortante negativo} = P \frac{x^2}{2l},$$

se tiene:

*Sección C:*

$$x = 4 \text{ metros} \quad \text{»} \quad l - x = 14 - 4 = 10 \text{ metros.}$$

$$\text{Máximo positivo} = 1,5 \times \frac{10^2}{2 \times 14} = \frac{150}{28} = + 4,3 \text{ toneladas.}$$

$$\text{Máximo negativo} = 1,5 \times \frac{4^2}{2 \times 14} = \frac{1,5 \times 16}{28} = - 0,85 \text{ toneladas.}$$

Sección D:

$$x = 7 \text{ metros} \quad \gg \quad l - x = 14 - 7 = 7 \text{ metros.}$$

$$\text{Máximo positivo} = 1,5 \times \frac{7^2}{2 \times 14} = \frac{1,5 \times 49}{28} = + 2,62 \text{ toneladas.}$$

$$\text{Máximo negativo} = 1,5 \times \frac{7^2}{2 \times 14} = \frac{1,5 \times 49}{28} = - 2,62 \text{ toneladas.}$$

Sección E:

$$x = 10 \text{ metros} \quad \gg \quad l - x = 14 - 10 = 4 \text{ metros.}$$

$$\text{Máximo positivo} = 1,5 \times \frac{4^2}{2 \times 14} = \frac{1,5 \times 16}{28} = + 0,85 \text{ toneladas.}$$

$$\text{Máximo negativo} = 1,5 \times \frac{10^2}{2 \times 14} = \frac{1,5 \times 100}{28} = - 5,3 \text{ toneladas.}$$

*Momentos de flexión.*—Llevando en las verticales de  $A_2$  y  $B_2$  las distancias de 4-7 y 4 metros y uniendo los puntos resultantes con  $A_2$  y  $B_2$ , se tienen las líneas de influencias de los momentos.

*Sección C.*—Su línea de influencia es  $A_2 C_4 B_2$ , y el máximo momento será:

$$\begin{aligned} M_C &= P \times \text{área } A_2 C_4 B_2 = P \times \frac{A_2 B_2 \times C_4 C_5}{2} = 1,5 \times \frac{14 \times 2,85}{2} = \\ &= 29,92 \text{ tonelámetros.} \end{aligned}$$

*Sección D.*—Su línea de influencia es  $A_2 D_4 B_2$  y el máximo momento será:

$$\begin{aligned} M_D &= P \times \text{área } A_2 D_4 B_2 = 1,5 \times \frac{A_2 B_2 \times D_4 D_5}{2} = 1,5 \times \frac{14 \times 3,5}{2} = \\ &= 36,75 \text{ tonelámetros.} \end{aligned}$$

*Sección E.*—Su línea de influencia es  $A_2 E_4 B_2$  y el máximo momento será:

$$\begin{aligned} M_E &= P \times \text{área } A_2 E_4 B_2 = 1,5 \times \frac{A_2 B_2 \times E_4 E_5}{2} = 1,5 \times \frac{14 \times 2,85}{2} = \\ &= 29,92 \text{ tonelámetros.} \end{aligned}$$

*Comprobación.*—Aplicando la fórmula  $M = P \frac{x(l-x)}{2}$ , se tiene:

Sección C:

$$x = 4 \quad \text{»} \quad l - \varphi = 14 - 4 = 10$$

$$M_C = 1,5 \times \frac{4 \times 10}{2} = 30 \text{ tonelámetros.}$$

Sección D:

$$x = 7 \quad \text{»} \quad l - \varphi = 14 - 7 = 7.$$

$$M_D = 1,5 \times \frac{7 \times 7}{2} = 36,75 \text{ tonelámetros.}$$

Sección E:

$$x = 10 \quad \text{»} \quad l - \varphi = 14 - 10 = 4.$$

$$E_E = 1,5 \times \frac{10 \times 4}{2} = 30 \text{ tonelámetros.}$$

*Cuadros de esfuerzos cortantes y momentos para carga uniforme de 1 tonelada por metro lineal y separación de secciones igual a 1 metro.*—En el caso de carga móvil de longitud mayor que la viga, se simplifican mucho los cálculos suponiendo secciones de viga separadas 1 metro y  $p = 1$  tonelada por metro lineal.

Se tiene así la tabla A para esfuerzos cortantes en secciones separadas 1 metro, cuyos valores hay que multiplicarlos por  $p \times d$ , siendo  $d$  la relación de la luz de la viga al número de partes en que se divide, o sea la equidistancia de las secciones escogidas.

De los dos números de la tabla, el de arriba es el esfuerzo cortante máximo positivo, y el de abajo el máximo negativo.

*Ejemplo:*

$$L = 14 \text{ metros} \quad \text{»} \quad p = 1,5 \text{ ton.} \times \text{metro lineal.}$$

Dividiendo la luz en seis partes, se tiene:

$$d = \frac{14}{6} = 2,33 \text{ metros} \quad \text{y} \quad p \times d = 1,5 \times 2,33 = 3,495.$$

Los valores que da la tabla son para los cortantes positivos:

$$3, \quad 2,08, \quad 1,33, \quad 0,75$$



y los cortantes negativos

0,08,                      0,33,                      0,75.

Multiplicando estos valores por 3,495 se tiene la tabla siguiente:

SECCIONES	Esfuerzos cortantes máximos positivos.	Esfuerzos cortantes máximos negativos.
Apoyo izquierdo..	$3 \times 3,495 = 10,48$ toneladas.	
1	$2,08 \times 3,495 = 7,26$ id.	$0,08 \times 3,495 = 0,27$ toneladas.
2	$1,33 \times 3,495 = 4,64$ id.	$0,33 \times 3,495 = 1,15$ id.
3	$0,75 \times 3,495 = 2,62$ id.	$0,75 \times 3,495 = 2,62$ id.

De la misma forma se calcula la tabla B para la determinación de momentos, suponiendo una carga de 1 tonelada por metro lineal y separación de secciones igual a un metro.

Tabla A.

Número de partes en que se divide la luz	Secciones.					
	Apoyos	1	2	3	4	5
3	1.5	0.67 0.17				
4	2	1.12 0.12	0.5 0.5			
5	2.5	1.60 0.10	0.9 0.4			
6	3	2.08 0.08	1.33 0.33	0.75 0.75		
7	3.5	2.57 0.07	1.78 0.29	1.14 0.64		
8	4	3.06 0.06	2.25 0.25	1.56 0.56	1.00 1.00	
9	4.5	3.56 0.06	2.72 0.22	2.00 0.50	1.39 0.89	
10	5	4.05 0.05	3.20 0.20	2.45 0.45	1.80 0.80	1.25 1.25

Tabla B.

Numero de partes en que se divide la luz	Secciones.						
	1	2	3	4	5	6	7
3	1						
4	1.5	2					
5	2	3					
6	2.5	4	4.5				
7	3	5	6				
8	3.5	6	7.5	8			
9	4	7	9	10			
10	4.5	8	10.5	12	12.5		
11	5	9	12	14	15		
12	5.5	10	13.5	16	17.5	18	
13	6	11	15	18	20	21	
14	6.5	12	16.5	20	22.5	24	24.5

Los valores de la tabla hay que multiplicarlos por  $p d^2$ .

Ejemplo:

$$L = 14 \text{ metros} \quad \gg \quad p = 1,5 \text{ ton. } \times \text{ por metro lineal.}$$

Dividiendo la luz en seis partes, se tiene:

$$d = \frac{14}{6} = 2,33 \quad \gg \quad d^2 = 5,43$$

$$y \quad p \times d^2 = 1,5 \times 5,43 = 8,14.$$

Los valores que dé la tabla son:

2,5,                      4,                      4,5

y los momentos serán:

$$M_1 = 2,5 \times 8,14 = 20,35 \text{ tonelámetros} = M_5.$$

$$M_2 = 4 \times 8,14 = 32,56 \text{ tonelámetros} = M_4.$$

$$M_3 = 4,5 \times 8,14 = 36,63 \text{ tonelámetros.}$$

Carga de longitud menor que la viga.

Sea la viga  $AB$  (fig. 53) de luz  $l$  sobre la que se mueve una carga uniforme de  $P$  toneladas por metro lineal, que ocupa una longitud  $d < l$ .

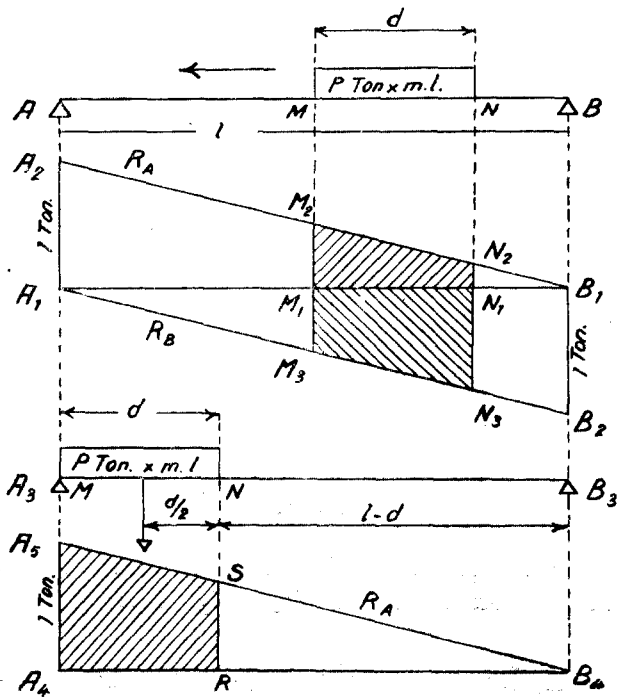


Fig. 53.

*Línea de influencia de las reacciones.*—Construyamos la línea de influencia para las reacciones como se sabe. Para cualquier posición de la carga los valores de las reacciones serán:

$$R_A = P \times \text{área } M_1 M_2 N_2 N_1.$$

$$R_B = P \times \text{área } M_1 M_3 N_1 N_3.$$

Estos valores serán máximos cuando la cabeza de la carga llegue a un

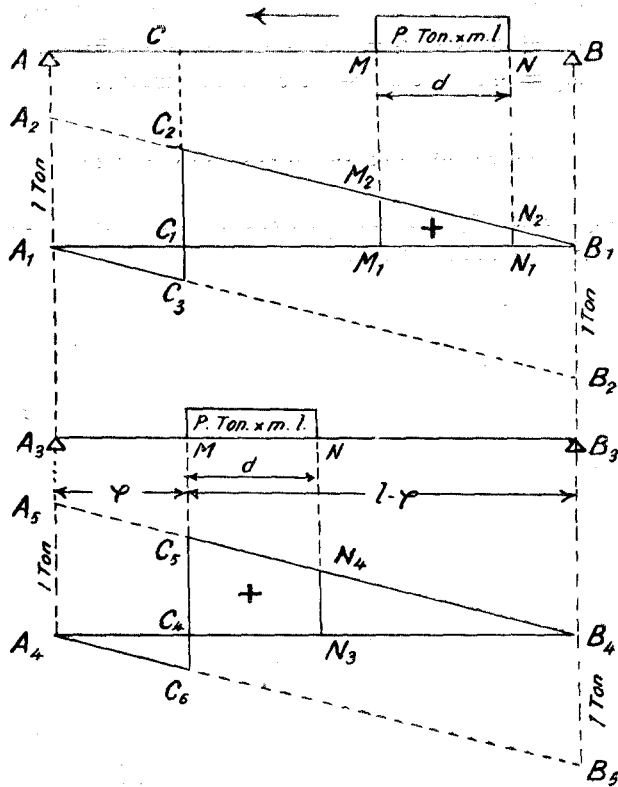


Fig. 54.

apoyo y, por ejemplo, para el valor  $R_A$  será la posición de la viga  $A_3 B_2$ , siendo entonces el máximo valor de  $R_A$  el siguiente:

$$\begin{aligned} R_A &= P \times \text{área } \bar{A}_4 \bar{A}_5 S R = P \times \frac{(A_4 A_5 + S R) \times d}{2} = P \times \frac{(1 + S R) \times d}{2} = \\ &= P \frac{\left(1 + \frac{l-d}{l}\right) d}{2} = P \frac{2ld - d^2}{2l} = P \left(d - \frac{d^2}{2l}\right). \end{aligned}$$

*Comprobación.*—Para la posición de la carga, la resultante de valor

$P \times d$  dista del apoyo  $B_1$  la distancia  $l - \frac{d}{2}$ , y tomando momentos respecto a  $B_1$ , se tiene:

$$R_A \times l = P d \left( l - \frac{d}{2} \right).$$

de donde

$$R_A = \frac{P d \left( l - \frac{d}{2} \right)}{l} = \frac{P d (2l - d)}{2l} = P d - \frac{P d^2}{2l} = P \left( d - \frac{d^2}{2l} \right).$$

*Línea de influencia del esfuerzo cortante.*—Supongamos una sección  $C$  de la viga y construyamos su línea de influencia (fig. 54).

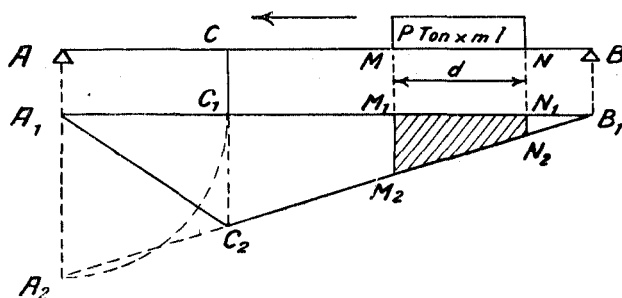


Fig. 55.

Para la posición de la carga sobre  $AB$  el esfuerzo cortante en  $C$  es:

$$C = P \times \text{área } M_1 M_2 N_1 N_2,$$

valor que será máximo cuando la cabeza de la carga llegue a  $C$ , y su valor será (posición  $A_3 B_3$ ):

$$\begin{aligned} C &= P \times \text{área } C_1 C_2 N_1 N_2 = P \times \left[ \frac{(C_1 C_2 + N_1 N_2) \times d}{2} \right] = \\ &= P \times \left[ \frac{\left( \frac{l-x}{l} + \frac{l-x-d}{l} \right) d}{2} \right] = P \times \left[ \frac{(2l - 2x - d) d}{2l} \right] = P \times \\ &\times \frac{2ld - 2xd - d^2}{2l} = P \times \left( d - \frac{xd}{l} - \frac{d^2}{2l} \right) = P d \left( 1 - \frac{x}{l} - \frac{d}{2l} \right). \end{aligned}$$

*Línea de influencia del momento de flexión.*—Sea (fig. 55) la viga  $AB$

sobre la que se mueve la carga uniforme de longitud  $d$  metros y consideremos una sección  $C$  para la que se construye su línea de influencia llevando  $A_1 A_2 = A_1 C_1$ .

Para la posición de la carga, el momento en la sección  $M$  es:

$$M_C = P \times \text{área } M_1 N_1 N_2 M_2.$$

Conforme la carga se desplaza, el área interceptada en el diagrama va aumentando y alcanzará su máximo valor para una posición de la

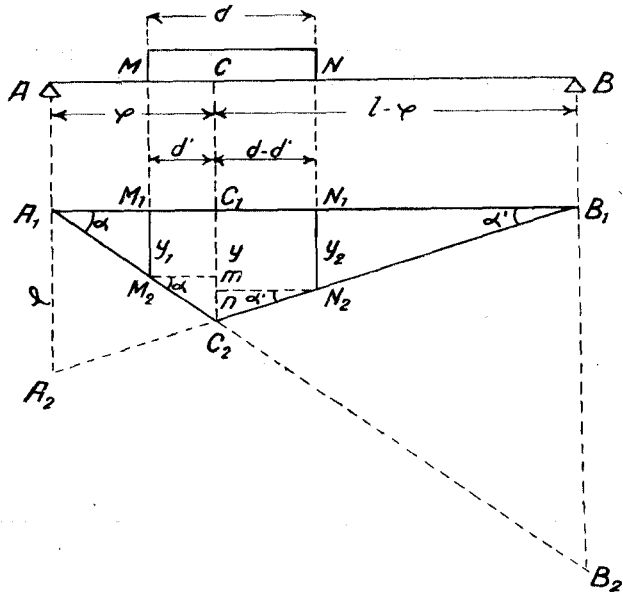


Fig. 56.

carga tal como la indicada en la figura 56, estando la cabeza de aquella separada de la sección  $C$  una distancia  $MC = d'$ , siendo entonces:

$$M_C = P \times \text{área } M_1 M_2 C_2 N_2 N_1.$$

Para determinar la distancia  $d'$ , que produce el máximo momento, veamos cuándo el área interceptada en el diagrama será máxima.

El valor del área es:

$$\frac{M_1 M_2 + C_1 C_2}{2} d' + \frac{C_1 C_2 + N_1 N_2}{2} (d - d').$$

Designando por  $\alpha$  y  $\alpha'$  los ángulos de las rectas  $A_1 C_2$  y  $B_1 C_2$ , con la horizontal se tiene:

$$y_1 = M_1 M_2 = C_1 C_2 - C_2 m = y - d' \operatorname{tang.} \alpha;$$

$$y_2 = N_1 N_2 = C_1 C_2 - C_2 n = y - (d - d') \operatorname{tang.} \alpha';$$

y el valor del área  $M_1 M_2 C_2 N_2 N_1$  será:

$$S = \frac{y + y_2}{2} (d - d') + \frac{y + y_1}{2} d' = \frac{2y - (d - d') \operatorname{tang.} \alpha'}{2} (d - d') +$$

$$+ \frac{2y - d' \operatorname{tg.} \alpha}{2} d' = \frac{2y(d - d') - (d - d')^2 \operatorname{tg.} \alpha' + 2y d' - d'^2 \operatorname{tg.} \alpha}{2} =$$

$$= \frac{2y d - (d - d')^2 \operatorname{tg.} \alpha' - d'^2 \operatorname{tg.} \alpha}{2} = y d - \frac{\operatorname{tg.} \alpha'}{2} (d - d')^2 - \frac{\operatorname{tg.} \alpha}{2} d'^2;$$

diferenciando respecto a  $d'$ , se tiene:

$$\frac{d(S)}{d(d')} = \frac{\operatorname{tg.} \alpha'}{2} 2(d - d') - \frac{\operatorname{tg.} \alpha}{2} 2d' = \operatorname{tg.} \alpha' d - d' (\operatorname{tg.} \alpha + \operatorname{tg.} \alpha'),$$

expresión que debe ser igual a cero para el máximo valor del área, o sea

$$\operatorname{tang.} \alpha' d - d' (\operatorname{tang.} \alpha + \operatorname{tang.} \alpha') = 0,$$

de donde:

$$d' = \frac{d \operatorname{tang.} \alpha'}{\operatorname{tang.} \alpha + \operatorname{tang.} \alpha'}.$$

De la figura 56 se deduce que:

$$\operatorname{tang.} \alpha = \frac{B_1 B_2}{A_1 B_1} = \frac{l - x}{l};$$

$$\operatorname{tang.} \alpha' = \frac{A_1 A_2}{A_1 B_1} = \frac{x}{l}$$

y

$$\operatorname{tang.} \alpha + \operatorname{tang.} \alpha' = \frac{l - x}{l} + \frac{x}{l} = 1,$$

y sustituyendo

$$d' = \frac{d \times x}{l} = M C,$$

o también que

$$\frac{d'}{x} = \frac{d}{l} = \frac{d-d}{l-x},$$

de donde

$$d - d' = \frac{d(l-x)}{l} = C N.$$

Multiplicando por  $P$  se tiene:

$$\frac{P d'}{x} = \frac{P d}{l} = \frac{P(d-d')}{l-x},$$

es decir, que si la sección  $C$  divide la luz en dos segmentos  $x$  y  $l-x$ , la

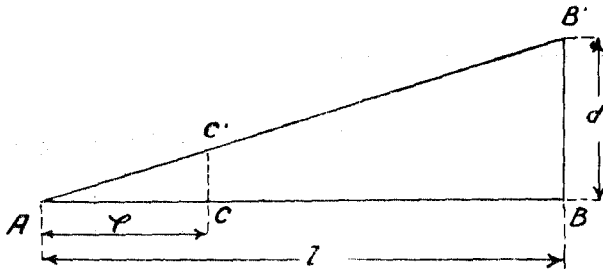


Fig. 57.

condición de máximo momento es que la carga media en cada segmento sea igual a la carga media sobre toda la viga.

*Determinación gráfica del valor de  $d'$ .*—Se dibuja (fig. 57) la viga  $AB$ , se lleva en la vertical de  $B$  una distancia  $BB' = d$  y se une  $A$  con  $B'$ .

Para una sección  $C$  de abscisa  $x$  se levanta la perpendicular en dicho punto que corta en  $C'$  a la recta  $AB'$  y se tiene que los triángulos semejantes  $ACC'$  y  $ABB'$  dan:

$$\frac{CC'}{AC} = \frac{BB'}{AB} \quad \text{o sea} \quad CC' = \frac{AC \times BB'}{AB} = \frac{x \times d}{l} = d'.$$

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  (fig. 58) de 8 metros de luz, se desplaza una carga uniforme de 3 metros de longitud y de 1,5 toneladas por metro lineal.

Deducir el máximo momento de flexión en una sección  $C$  distante 2 metros de  $A$ .



La posición de máximo momento será cuando la cabeza de la carga haya rebasado la sección  $C$  una distancia

$$d' = \frac{dx}{l} = \frac{3 \times 2}{8} = 0,75 \text{ metros.}$$

Colocada la carga en esta posición de modo que  $CM = 0,75$  metros y dibujada la línea de influencia de  $C$  se tiene:

$$M_C = 1,5 \times \text{área } M_1 M_2 C_1 N_2 N_1.$$

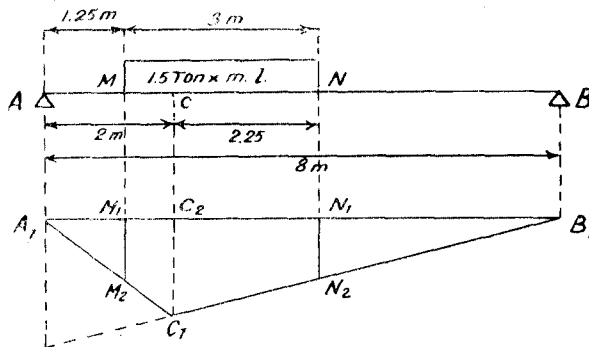


Fig. 58.

$$\begin{aligned} \text{área } M_1 M_2 C_1 C_2 &= \frac{M_1 M_2 + C_1 C_2}{2} \times M_1 C_2 = \frac{0,95 + 1,5}{2} \times 0,75 = \\ &= 0,91 \text{ metros cuadrados;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{área } C_1 N_2 N_1 C_2 &= \frac{C_2 C_1 + N_2 N_1}{2} \times C_2 N_1 = \frac{1,5 + 0,95}{2} \times 2,25 = \\ &= 2,75 \text{ metros cuadrados,} \end{aligned}$$

y el área total sería  $0,91 + 2,75 = 3,66$  metros cuadrados y el momento sería:

$$M_C = 1,5 \times 3,66 = 5,49 \text{ tonelámetros.}$$

*Comprobación.*—Tomando momentos respecto a  $B$ , se tiene:

$$\begin{aligned} R_A \times 8 &= (1,5 \times 3) \times (8 - 1,25 + 1,5) = 4,5 \text{ toneladas} \times 8,25 \text{ me-} \\ &\text{tros} = 37,125 \text{ tonelámetros,} \end{aligned}$$

de donde:

$$R_A = \frac{23,62}{8} = 2,95 \text{ toneladas.}$$

El momento en la sección  $C$  será:

$$M_C = (R_A \times 2) - \left[ (0,75 \times 1,5) \times \frac{0,75}{2} \right] = (2,95 \times 2) - 0,421 = 5,48$$

tonelámetros.

*Ejemplo.*—Sobre la viga  $AB$  (fig. 59) de 20 metros de luz, se mueve

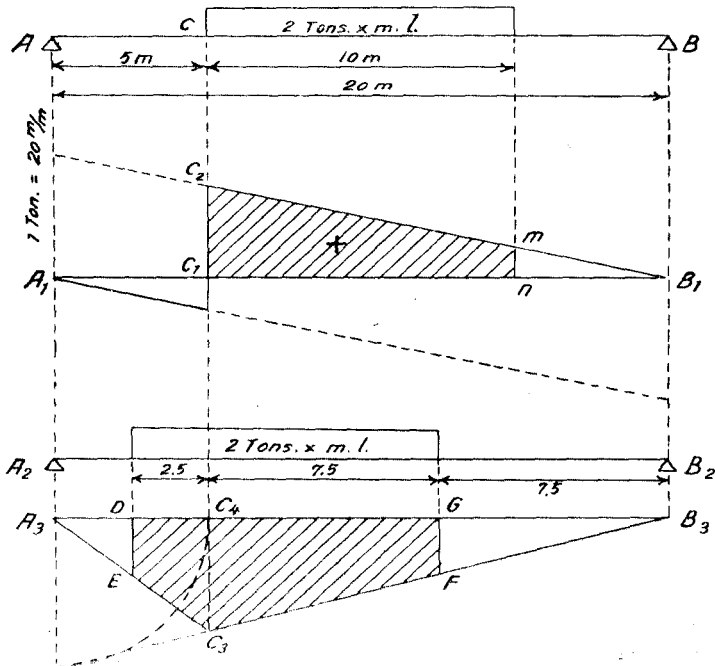


Fig. 59.

una carga uniforme de 10 metros de longitud y de 2 toneladas por metro. Calcular el máximo esfuerzo cortante y momento de flexión en el punto  $C$ , que dista 5 metros de  $A$ .

*Máximo esfuerzo cortante en  $C$ .*—Ocurrirá cuando la cabeza de la carga llegue a la sección y dibujada la línea de influencia del esfuerzo cortante en  $C$ , dicho valor será

$$C = P \times \text{área } C_1 C_2 m n = 2 \times \frac{0,75 + 0,25}{2} \times 10 = 10 \text{ toneladas.}$$

*Comprobación.*—Tomando momentos respecto a  $B$ , se tiene:

$$R_A \times 20 = (2 \times 10) \times 10 = 200 \text{ tonelámetros,}$$

de donde  $R_A = \frac{200}{20} = 10$  toneladas, que es también el esfuerzo constante en  $C$ .

*Máximo momento de flexión en  $C$ .*—El máximo momento tendrá lugar, cuando la cabeza de la carga rebasa la sección  $C$ , una distancia

$$d' = \frac{d x}{l} = \frac{10 \times 5}{20} = 2,5 \text{ metros.}$$

Dibujada esta posición en  $A_2 B_2$  y trazando la línea de influencia de momentos en  $C$ , se tiene:

$$M_C = P \times \text{área } D E C_3 F G.$$

De la figura se deduce:

$$\text{área } D E C_3 C_4 = \frac{1,9 + 3,8}{2} \times 2,5 = 7,12 \text{ m.}^2$$

$$\text{área } C_1 C_3 F G = \frac{3,8 + 1,8}{2} \times 7,5 = 21 \text{ m.}^2$$

y el momento sería:

$$M_C = 2 \times (7,12 + 21,00) = 56,24 \text{ tonelámetros.}$$

*Comprobación.*—Tomando momentos respecto a  $B$ , se tiene:

$$R_A \times 20 = (2 \times 10) \times 12,5 = 250 \text{ tonelámetros,}$$

de donde

$$R_A = \frac{250}{20} = 12,5 \text{ toneladas.}$$

y el momento en *C* sería:

$$M_C = (R_A \times 5) - \left[ (2,5 \times 2) \times \frac{2,5}{2} \right] = (12,5 \times 5) - 6,25 = 56,25$$

tonelámetros.

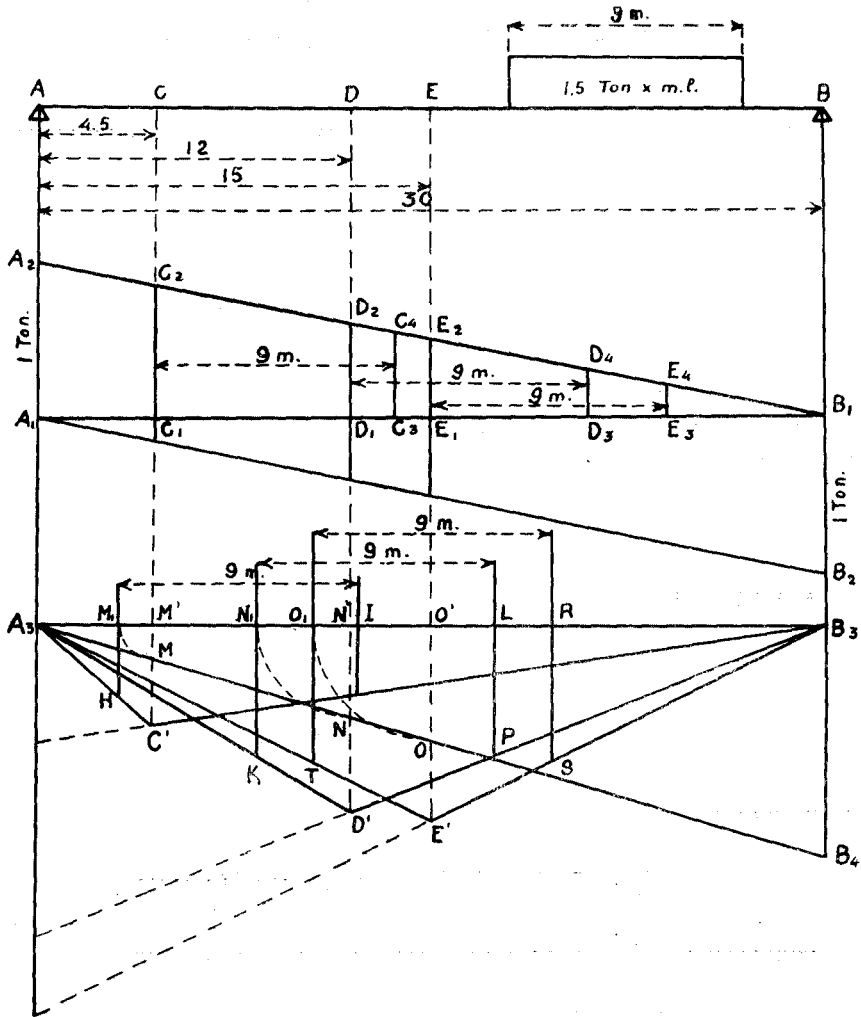


Fig. 60.

*Ejemplo.*—Sobre la viga *AB* de 30 metros de luz (fig. 60) circula una carga uniforme de 9 metros de longitud y de 1,5 toneladas por metro lineal.

Deducir el esfuerzo cortante máximo positivo en las secciones *C-D-E* distantes (4,5)-(12)-(15) metros del apoyo *A*.

Deducir el momento máximo de flexión en estas secciones y averiguar qué carga uniforme sobre toda la viga daría el mismo momento máximo.

*Esfuerzos cortantes.*—Se dibuja la línea de influencia para carga unidad, llevando  $A_1 A_2 = B_1 B_2 = 30$  milímetros.

*Sección C.*—El máximo esfuerzo cortante positivo en la sección *C* ocurrirá cuando la cabeza de la carga pise la sección, y el área interceptada en el diagrama será  $C_1 C_2 C_3 C_4$ , siendo  $C_1 C_3 = 9$  metros.

El esfuerzo cortante será:

$$1,5 \times \frac{(C_1 C_2 + C_3 C_4) \times 9}{2} = 1,5 \times \frac{(25,5 + 16,5) \text{ mm.}}{2} \times 9 = 1,5 \times \\ \times 6,3 = 9,45 \text{ toneladas.}$$

*Sección D.*—El esfuerzo cortante será:

$$1,5 \times \frac{(D_1 D_2 + D_3 D_4) \times 9}{2} = 1,5 \times \frac{(18 + 9) \text{ mm.}}{2} \times 9 = 1,5 \times \\ \times 4,05 = 6,075 \text{ toneladas.}$$

*Sección E.*—El esfuerzo cortante será:

$$1,5 \times \frac{(E_1 E_2 + E_3 E_4) \times 9}{2} = 1,5 \times \frac{(15 + 6) \text{ mm.}}{2} \times 9 = 1,5 \times \\ \times 3,15 = 4,725 \text{ toneladas}$$

*Comprobación analítica.*—Aplicada la fórmula  $C = P d \left(1 - \frac{x}{l} - \frac{d}{2l}\right)$ , se tiene:

*Sección C:*

$$P = 1,5 \text{ ton.} \quad \gg \quad d = 9 \text{ m.} \quad \gg \quad x = 4,5 \text{ m.} \quad \gg \quad l = 30 \text{ m.}$$

y sustituyendo

$$C = 1,5 \times 9 \left(1 - \frac{4,5}{30} - \frac{9}{60}\right) = 1,5 \times 9 \times 0,7 = 9,45 \text{ ton.}$$

*Sección D:*

$$P = 1,5 \text{ ton.} \quad d = 9 \text{ m.} \quad x = 12 \text{ m.} \quad l = 30 \text{ m.}$$

y sustituyendo

$$C = 1,5 \times 9 \left( 1 - \frac{12}{30} - \frac{9}{60} \right) = 1,5 \times 9 \times 0,45 = 6,075 \text{ ton.}$$

*Sección E:*

$$P = 1,5 \text{ ton.} \quad d = 9 \text{ m.} \quad x = 15 \text{ m.} \quad l = 30 \text{ m.}$$

y sustituyendo

$$C = 1,5 \times 9 \times \left( 1 - \frac{15}{30} - \frac{9}{60} \right) = 1,5 \times 9 \times 0,35 = 4,725 \text{ ton.}$$

*Momentos de flexión.*—Para cada sección se dibuja la línea de influencia de momentos para carga unidad, que serán:

$$A_3 C' B_3, \quad A_3 D' B_3 \quad \text{y} \quad A_2 E' B_3;$$

llevando en el extremo  $B$  la distancia  $B_3 B_4 =$  longitud carga móvil = 9 metros, y uniendo  $A_3$  con  $B_4$ , se tiene:

*Sección C.*—La cabeza de la carga debe distar de  $M'$  la distancia  $M' M = M' M_1$ , luego la posición de la carga para máximo momento es  $M_1 I$  y su valor será:

$$\begin{aligned} M_C &= 1,5 \times \text{área } M_1 H C' J I = 1,5 \times \frac{(M_1 H + M' C') M_1 M' + (M' C' + I J) M' I}{2} = \\ &= 1,5 \times \frac{(2,8 + 3,8) \times 1,30 + (3,8 + 2,8 \times 7,7)}{2} = 44,5 \text{ tonelámetros.} \end{aligned}$$

*Sección D.*—La cabeza de la carga debe distar de  $N'$  la distancia  $N' N = N' N_1$  y la posición de aquélla para máximo momento es  $N_1 L$ , y su valor será:

$$\begin{aligned} M_D &= 1,5 \times \text{área } N_1 K D' P L = 1,5 \times \frac{(N_1 K + N' D') N' N_1 + (N' D' + L P) N' L}{2} = \\ &= 1,5 \times \frac{(5,10 + 7,2) \times 3,6 + (7,2 + 5,1) \times 5,40}{2} = 83,02 \text{ tonelámetros.} \end{aligned}$$

*Sección E.*—La cabeza de la carga debe distar de  $O'$  la distancia  $O'O = O'O_1$  y la posición de máximo momento es  $O_1R$ .

El momento en  $E$  será:

$$M_M = 1,5 \times \text{área } O_1 T E' S R = 1,5 \times \frac{(O_1 T + O' E') O O_1 + (O' E' + R S) O' R}{2} =$$

$$= 1,5 \times \frac{(5,3 + 7,6) \times 4,5 + (7,6 + 5,3) \times 4,5}{2} = 87,07 \text{ tonelámetros.}$$

*Comprobación analítica.*—*Sección C.*—La cabeza de la carga debe avanzar sobre la sección  $C$  una cantidad  $d' = \frac{dx}{l}$ ,

y como

$$d = 9 \text{ metros} \quad \gg \quad x = 4,5 \text{ metros} \quad \gg \quad L = 30 \text{ metros,}$$

se tiene:

$$d' = \frac{9 \times 4,5}{30} = 1,35 \text{ metros.}$$

El punto medio de la carga distará del apoyo  $B_3$  la cantidad  $(30 - 4,5) - (4,5 - 1,35) = 25,5 - 3,15 = 22,35$ , y tomando momentos con relación a este apoyo, se tiene:

$$R_A \times 30 = (9 \times 1,5) \times 22,35 = 301,05 \text{ tonelámetros,}$$

de donde

$$R_A = \frac{301,05}{30} = 10,03 \text{ toneladas,}$$

y el momento en  $C$  será:

$$M_C = (10,03 \times 4,5) - [(1,35 \times 1,5) \times 0,675] = 43,77 \text{ tonelámetros.}$$

*Sección D.*—La cabeza de la carga debe avanzar sobre la sección  $D$  una cantidad  $d' = \frac{dx}{l}$ , y como

$$d = 9 \text{ metros} \quad \gg \quad x = 12 \text{ metros} \quad \gg \quad L = 30 \text{ metros,}$$

$$d' = \frac{9 \times 12}{30} = 3,6 \text{ metros.}$$

El punto medio de la carga distará del apoyo  $B_3$  la cantidad  $(30 - 12) - (4,5 - 3,6) = 18 - 0,9 = 17,1$  metros, y tomando momentos se tiene:

$$R_A \times 30 = (9 \times 1,5) \times 17,1 = 230,85$$

de donde

$$R_A = \frac{230,85}{30} = 7,69 \text{ toneladas,}$$

y el momento en  $D$  será:

$$M_D = (7,69 \times 12) - [(3,6 \times 1,5) \times 1,8] = 82,56 \text{ tonelámetros.}$$

*Sección E.*—La cabeza de la carga debe avanzar sobre la sección  $E$  una cantidad  $d' = \frac{dx}{L}$ , y como

$$d = 9 \text{ metros} \quad \gg \quad x = 15 \text{ metros} \quad \gg \quad L = 30 \text{ metros,}$$

se tiene:

$$d' = \frac{9 \times 15}{30} = 4,5 \text{ metros.}$$

El punto medio de la carga distará del apoyo  $B_3$  la cantidad  $(30 - 15) - (4,5 - 4,5) = 15$  metros, y tomando momentos se tendrá:

$$R_A \times 30 = (9 \times 1,5) \times 15 = 202,5 \text{ tonelámetros.}$$

de donde

$$R_A = \frac{202,5}{30} = 6,75 \text{ toneladas,}$$

y el momento en  $E$  será:

$$M_E = (6,75 \times 15) - [(4,5 \times 1,5) \times 2,25] = 86,07 \text{ tonelámetros.}$$

*Determinación de la carga uniforme sobre toda la viga que dará el mismo momento máximo.*—Si  $p$  es la carga uniforme equivalente que dará el mismo momento máximo de 86,07 tonelámetros, se tendrá:

$$86,07 = \frac{p l^2}{8} = \frac{p \times 30^2}{8} = 112,5 p,$$

de donde

$$p = \frac{86,07 \text{ tm.}}{112,5 \text{ m.}} = 0,765 \text{ toneladas por metro lineal.}$$



# LA DEFENSA NACIONAL



**LUIS MANZANEQUE**

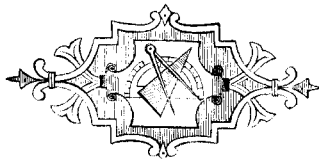
: COMANDANTE DE INGENIEROS :

---

# LA DEFENSA NACIONAL

————— CONCEBIDA —————

SEGUN LA NUEVA DOCTRINA DE GUERRA  
PRECONIZADA POR EL GENERAL DOUHET



—————  
IMPRENTA DEL «MEMORIAL DE  
INGENIEROS» . - MADRID, 1931.  
—————





*De un trabajo redactado en el año 1929 y ampliado recientemente en la obra del mismo autor "El dominio del Aire y la Defensa Nacional", del que se dará cuenta oportuna en esta Revista.*

## La nueva doctrina de guerra.

**Las deducciones de la gran guerra.**—Las consecuencias de llegar a la guerra con un concepto equivocado respecto a su modalidad son desastrosas; no apreciar con exactitud el valor de los elementos nuevos de combate—las armas nuevas—, puede conducir a un país a la derrota.

El sumergible, el avión y los gases son los tres elementos nuevos que han de ser preponderantes en la guerra futura, como en la pasada lo fueron la artillería y las armas de repetición; el pueblo que no estime su valor, no esté provisto de ellos y no conciba con acierto su modo de emplearlos, irá indefectiblemente a la derrota. Estas, que son las realidades de la guerra futura, deben estudiarse en España, saliendo de la rutina, no con ánimo de preparar una guerra ni de desearla, sería demasiado descabellado el intento conocidas las consecuencias de la guerra pasada, ni siquiera con ánimo de aumentar el porcentaje del presupuesto destinado a la defensa, que es ya excesivo, sino con el propósito de que los recursos destinados a fines militares se inviertan más eficientemente.

Hay que tener en cuenta que hasta ahora la sucesión de los elementos de guerra había constituido una evolución, muchas veces lenta, pero la aparición de la aviación y de los gases es una verdadera revolución, más distante del arma de fuego de mayor alcance y más perfeccionada que ésta del primer cuerpo arrojado que empleó el hombre en sus luchas. En uno y otro caso sólo se trataba de un cuerpo que ponía en peligro lo que encontraba en su trayectoria durante el tiempo empleado en recorrerla; la aviación y los gases, en cambio, son la muerte sembrada en zonas, con persistencia de efectos. Las naciones que no revolucionen su arte militar y la proporción y composición de sus fuerzas, poniéndose de espaldas a la realidad, constituirán casos de ceguera suicida.

La síntesis crítica de los hechos salientes de la pasada guerra es la siguiente: Los alemanes creyeron que ganarían la guerra aplastando rápidamente al ejército francés, para volverse después contra el ruso; confiaban en la eficiencia de su ejército, mejor adocetrinado que el ejército francés en el empleo de la artillería, percatados de la necesidad, muchas veces sentida, de batir el terreno a mayor distancia y con trayectorias menos rasantes que las del cañón de campaña, habían preparado material adecuado para ello, y a eso debieron sus victorias tácticas; condujeron mejor la guerra terrestre que los franceses, pero cometieron un error garrafal, desconocieron el valor del fuego de las armas de repetición amparadas en el terreno. Ellos, bloqueados o sitiados, no podían ganar la guerra más que por virtud de una ofensiva fulgurante, pero no tenían fuerzas bastantes para vencer al ejército francés en cuanto se atrincherase; puede acaso que confiaran en vencerlo antes de que lo hicieran; de todos modos, si hubieran apreciado en su justo valor el que tiene el ejército a la defensiva, seguramente no habrían emprendido la guerra. Este mismo error produjo las desastrosas consecuencias de la ofensiva de Nivelles en mayo del año 17, que pudo costar a Francia la guerra, error menos justificado en ellos, sitiadores, porque el tiempo era un aliado suyo y no un enemigo.

Respecto a la ofensiva y defensiva, ha habido en la doctrina con que se llegó a la guerra pasada una ofuscación imperdonable: se hacía el panegírico de la ofensiva como único medio de imponer la voluntad propia al enemigo, conseguir la victoria, y esto es real, pero daban por supuesto que el medio era seguro, y esto ya no lo era, si no se disponía de la enorme superioridad de medios necesarios para conseguirlo; fué un error parecido a otro que frecuentemente se encontraba en los primeros tratados sobre aviación: se decía que los aparatos, cuanto más cargados, andaban más, y la realidad era que necesitaban más velocidad para sustentarse, que no la tenían.

La guerra naval estuvo mucho mejor dirigida. Los alemanes, conscientes de su inferioridad, encerraron en sus bases la flota de acorazados y se limitaron al ataque de las costas inglesas y del tráfico aliado con unidades interiores, o que se hallaban en la mar cuando se declaró la guerra; lo hicieron también con submarinos, pero fué tarde cuando comprendieron la eficacia de su empleo. Los ingleses, a pesar de lo que les azuzaron y de la interrogación que hubo durante la guerra alrededor de su flota, la reservaron dispuestos a no emplearla más que contra los acorazados alemanes, y formaron núcleos de menos valor, encargados de asegurar sus comunicaciones con Francia y de perseguir las naves corsarias alemanas. Salvo que los alemanes entregaran su flota sin combatir, la

guerra fué más científica; el único error fué no haber comprendido los alemanes, desde el principio, el valor de los submarinos y no haberlos empleado a fondo; von Tirpitz, que había creado la flota de alta mar, fué el primero en comprender su ineficacia ante la escuadra inglesa y darse cuenta de la equivocación de no haberse preparado para la guerra submarina; pero la dirección suprema alemana fué tarda en decidirse.

La confianza de los franceses en su cañón de 75 y en las virtudes de la ofensiva, les puso en inferioridad manifiesta respecto a los alemanes y pudieron llevar al país a pedir la paz, si el tacto de Pétain no hubiera contenido rápidamente los efectos desmoralizadores que produjo en las tropas los fracasos de las ofensivas anteriores. La misma confianza en la ofensiva de los alemanes—el desconocimiento del valor de las armas de repetición amparadas en el terreno—y el mal empleo de los recursos invertidos por el Departamento de Marina alemán, que los llevó a la guerra con poco material sumergible (no llegaban a 40 unidades) y sin doctrina para su empleo, dejando inerte la suma fabulosa gastada en la flota de acorazados, que se vió obligada a encerrarse en sus bases durante toda la guerra, les llevó a empeñarse en ella y a perderla. Y estos errores los cometieron los grandes Estados Mayores terrestres, alemán y francés, y el gran Estado Mayor naval alemán, por seguir rutinariamente la doctrina de guerra de Molke y Schliafen y la deducida en Tshushitma; pasándoles desapercibidos la situación en que se encontraban los ejércitos ruso y japonés cuando se firmó la paz: el primero, que se había mantenido constantemente a la defensiva, obligado a retroceder en todos los combates apenas había perdido su capacidad para resistir; el segundo, victorioso en todos ellos, llegó sin fuerza para explotar debidamente la victoria; no advirtieron el valor que la fortificación de campaña puede proporcionar a un ejército bien armado, al submarino—arma nueva—no se le dió su justo valor y ese defecto de valoración de los elementos nuevos de combate, fué el camino de la derrota.

### **Las posibilidades del arma aereo-química. Los submarinos.**

—La acción de los submarinos alemanes durante la pasada guerra es prueba elocuente del respeto que pueden imponer a una flota de acorazados. Tienen una enemiga enorme en el hombre de mar, tienen escasas cualidades para navegar y son un enemigo invisible; sólo tienen valedores en el selecto personal especializado en su mando; sin embargo, son indudablemente el elemento por excelencia para mantener alejadas de las costas a las escuadras enemigas; su empleo en alta mar no es eficaz todavía, pero para la defensa de costas, ni la artillería, ni las minas, ni el avión torpedero podrán competir con ellos, tendrán la primacía absoluta;

por eso las grandes potencias navales sienten tan invencible repugnancia por su empleo; hay que tener en cuenta que sobre barcos, la eficacia de los bombardeos con gases o explosivos disminuye grandemente, por la movilidad, las escasas dimensiones del blanco y la posibilidad de disponer instalaciones de ventilación alrededor de tan potente central de energía.

Pretender deducir consecuencias de la guerra pasada sobre el empleo de la aviación, es absurdo; las características aerodinámicas de los aviones actuales están tan distantes de las que reunían los aviones de entonces, que sus posibilidades no son comparables ni presumibles para quienes no conocen a fondo los progresos realizados, basta decir que la aviación inglesa, que fué la que actuó con mayor intensidad, sólo arrojó un total de 800 toneladas de bombas en los cuatro años que duró la guerra, cifra que en los momentos actuales podrían arrojar en un solo vuelo a más de 1.000 kilómetros de distancia de sus bases.

Aun así, con tan poca cantidad de explosivos y tan diluida en el tiempo, se consiguieron efectos importantes. El mariscal Robertson, en su obra *Some reflection on the Warfare*, pone de relieve que, en trece semanas diversas del año 16, las fuerzas aéreas alemanas que atacaron el distrito de Cleveland, causaron una disminución en la producción de hierro de 390.000 toneladas, sexta parte de la producción media anual.

En la conflagración pasada no hubo guerra aérea. El avión fué sólo un auxiliar de las fuerzas terrestres, como observatorio elevado a cuyas vistas no podía substraerse nada por la desenfilada, pudiéndose recurrir solamente al engaño (*camouflage*) para conseguirlo; para impedir la realización de estas misiones se hicieron los aparatos de caza, y empezó el combate en el aire, pero la guerra ya llevaba un año de duración; se pensó también en el bombardeo de los puntos donde no alcanzaba la artillería y ese fué el germen de la guerra aérea del futuro, guerra que los tratadistas de arte militar aéreo han empezado a definir y precisar desde el año 27, pero que los organismos oficiales no han tenido tiempo aún de recoger en sus reglamentos.

En la actualidad, teniendo en cuenta que 10 gramos de gas son suficientes para envenenar la atmósfera eficazmente sobre un 1 metro cuadrado de superficie, resulta que para envenenarla sobre 1 kilómetro cuadrado harán falta 10 toneladas, cantidad que pueden llevar: dos, cinco o diez aparatos, según la distancia a que se encuentre en sus bases. En pocas palabras, Madrid, cuya superficie podrá ser aproximadamente 100 kilómetros cuadrados, podrían hacerlo absolutamente inhabitable con los gases 200 aviones; pero para desorganizar la vida social, sembrar la alarma y obligar a la evacuación de la población, bastaría solamente la mitad o la cuarta parte, y entonces no harían falta más que 100 ó 50 aviones.



Hace algunos meses, en la fábrica de productos químicos del Dr. Stolzenbery, de Hamburgo, hizo explosión por accidente un depósito de fosgeno (gas fosfórico emplea lo para la fabricación de las anilinas). Una gruesa nube de fosgeno se elevó de la fábrica y, afortunadamente, un viento ligero la llevó hacia el mar; sin embargo, cinco muchachos que estaban pescando en la orilla perdieron el sentido, cayeron al agua y se ahogaron; en la isla de Wilhelmstophanbury, a donde el viento dirigió la nube, el pánico fué enorme; una comitiva de muchachos que tomaban parte en una fiesta intentaron salvarse en canoas, pero siete sufrieron los efectos de la nube y fueron recogidos en muy graves condiciones. Los bomberos y la Sanidad iniciaron en seguida el socorro; con potentes mangas de agua se intentó destruir la nube, pero fué en vano. Dos días después un grupo de muchachos que iban de excursión, a 18 kilómetros de distancia de la ciudad, sufrieron los efectos del residuo de la nube y los accidentados fueron salvados por sus compañeros, dirigiéndose rápidamente fuera de la zona afectada. En el Hospital de Hamburgo fueron llevados 11 muertos y 180 heridos, algunos gravísimos; millares de animales de todo género murieron también por envenenamiento. Si el viento hubiera dirigido la nube sobre la población, la catástrofe hubiera sido espantosa.

Se admite también que 100 kilogramos de explosivos pueden destruir una zona de 50 metros en cuadro; una fábrica que ocupara una extensión de 10.000 metros cuadrados sólo necesitaría 400 kilogramos de explosivos para ser totalmente arrasada; haría falta para eso que los impactos estuvieran uniformemente repartidos, teniendo en cuenta que no será fácil conseguirlo y que algunos caerían fuera del blanco, el daño quedaría seguramente limitado a inutilizar el utillaje y paralizar la fabricación por un espacio seguramente superior a un año; pero si se destinaba la carga total que puede llevar un avión, combinando las granadas explosivas con las incendiarias, la destrucción sería total.

Contra aviones que volaran por encima de 5.000 metros, armados con cañoncitos de pequeño calibre y ametralladoras en número suficiente, los actuales aparatos de caza resultarían ineficaces por completo si se atrevieran a lanzarse sobre ellos; los pequeños calibres de la artillería antiaérea no tendrían alcance, y los calibres superiores, muy pequeña eficacia, si las patrullas exploradoras no acertaban a cubrirles de humos y gases venenosos, impidiéndoles el tiro. En estas condiciones, un país que dispusiera de una flota de 200 a 1.000 de estos aparatos modernos, podría en pocos meses destruir los grandes centros de población del contrario, sus zonas industriales y sus líneas de comunicación, dejando a las fuerzas militares contrarias incomunicadas o imposibilitadas de abaste-

cerse; y lo brutal es que a esa masa no se podría oponer con eficacia más que otra masa igual que persiguiera los mismos propósitos. Sobre todo, es la única arma que puede herir gravemente al adversario sin haberle vencido, y para los pueblos que por su potencia inferior a la de sus posibles rivales no puedan pensar en vencerlos, es la única arma que puede imponer respeto a su independencia como nación.

**El carácter de la guerra futura.**—La guerra futura, en su conjunto, diferirá radicalmente de la guerra pasada. La diferencia consistirá en una limitación de la acción terrestre y naval y en una amplificación de la acción aérea. No hay que olvidar que el fin de la guerra es imponer al pueblo enemigo la voluntad propia; el medio de conseguirlo ha sido, y será siempre, conseguir un desequilibrio a favor propio entre las fuerzas morales y materiales de los dos países; ese desequilibrio se conseguía desgastando y venciendo el ejército y la marina rivales, que era el escudo en que se amparaban los pueblos para substraerse a la agresión contraria, y ocupando el territorio que por la agresión de las fuerzas armadas propias se hacía abandonar al enemigo. Acción directa sobre el pueblo enemigo no se podía realizar sin vencer su ejército, que, como decíamos, era un escudo que se interponía entre la nación y los agresores. Pero con la aparición de la aviación y su posibilidad de llevar al interior del país, pasando por encima del escudo formado por sus fuerzas de superficie, pesos considerables de explosivos y gases venenosos, el desequilibrio se procurará atacando directamente los centros vitales enemigos más vulnerables, menos disciplinados para resistir el sacrificio y con menor potencia defensiva; con ello, la acción encaminada a producir el desgaste directo de las energías del país enemigo será muy rápida y eficaz, y el desequilibrio que la acción de las flotas aéreas produzca en los países en guerra será la causa determinante de la victoria. La explotación de ésta estará encomendada principalmente a las fuerzas terrestres, con la cooperación posible de las fuerzas navales; en una palabra, en la guerra pasada la artillería conquistaba el terreno y la infantería lo ocupaba; en la guerra futura, la aviación conquistará el terreno y el ejército lo ocupará.

Las dos últimas guerras han constituido un ejemplo patente de los efectos decisivos que la desmoralización de los pueblos producen en el resultado de la guerra: en la guerra ruso-japonesa y en la guerra europea, la revolución rusa y la revolución alemana fueron las causas decisivas de la derrota más que el resultado táctico de los combates verificados.

La aviación ha producido la aparición del frente aéreo (dándole a la palabra *frente* una acepción poco gramatical, por cuanto hace referencia a toda la superficie de los territorios beligerantes), a más de los frentes

terrestre y naval, únicos en que hasta ahora se desenvolvían las guerras. La guerra ha sido siempre una conjugación de elementos ofensivos y defensivos, que hay que resolver con acierto, empleando para dichos fines los medios de combate según su diversa capacidad. En el mar, la entrada en liza del sumergible le quitará carácter resolutivo a la guerra; la flota submarina del país que tenga inferioridad naval contribuirá a la paralización del tráfico marítimo adversario en poca menor cuantía que la que produzca el bloqueo que pretenda establecer la que tenga superioridad; batalla propiamente dicha no habrá, habrá caza, habrá accidentes producidos por las minas que se establezcan, pero hechos resolutivos seguramente no surgirán. Entre las flotas inglesas o americanas y las flotillas de submarinos de cualquier potencia de segundo orden, habrá una diferencia que guardará poquísima relación con la que exista entre sus presupuestos navales. La superioridad, a igualdad de efectivos, que tienen los ejércitos puestos a la defensiva y, por el contrario, la superioridad que tienen las armadas aéreas cuando se emplean ofensivamente, hará que las fuerzas de tierra se fortifiquen en las fronteras estratégicas, limitándose a paralizar la acción del contrario, en espera de la resolución de la guerra aérea, mientras éstas se empeñan afanosamente en conseguir el dominio del aire.

La guerra futura comenzará, sin esperar seguramente a la declaración oficial, con una acción paralela de las flotas aéreas, que persiguirán en primer término su destrucción y la de sus organizaciones terrestres; probablemente la que se considere inferior rehuirá el combate y, entre tanto, las dos se aplicarán a la destrucción de sus aeródromos, parques y fábricas, produciendo con eso un desequilibrio en sus reservas; en ese momento, la flota que se halle en inferioridad de condiciones, no tendrá interés en evitar el combate, al contrario, lo buscará para aprovechar su último vuelo (quemar su último cartucho) en inferir el mayor daño posible a la flota contraria. Esta acción se desarrollará probablemente en menos de un semestre, y la flota vencedora habrá adquirido el dominio del aire, produciendo un desequilibrio, en potencia, tan grande, que planteará la necesidad de poner fin a la guerra; en ese semestre la acción del ejército y la marina habrá sido meramente defensiva, limitada a servir de escudo a su país, de las agresiones que intenten las fuerzas similares enemigas y a producir la mayor paralización posible en el tráfico marítimo del enemigo; decisión de la guerra en esos frentes no se habrá podido producir en tan poco tiempo, como se ha visto palpablemente demostrado en las últimas guerras acaecidas.

La flota que consiga el dominio del aire se hallará en condiciones de permitir que sus organizaciones terrestres: aeródromos, parques y fábricas

cas, restablezcan su normalidad, aumentando de continuo sus efectivos y su eficiencia, impidiendo análogos movimientos en el país enemigo y terminando la destrucción total de todas las organizaciones que pudieran hacer resurgir su potencia aérea. En seguida habrá de operar sobre dos clases de objetivos: militares y políticos; políticos, la destrucción de la capital enemiga, sus grandes centros de población y los grandes puertos comerciales en donde se centralice su tráfico marítimo; militares, la destrucción de las líneas de comunicaciones de las fuerzas terrestres contrarias, sus centros de abastecimiento y las zonas industriales en donde se construya el material de guerra. Conseguidos o en camino de realizarlo esos objetivos, la comparación de las condiciones de vitalidad valorables entre los dos ejércitos, uno con sus comunicaciones de retaguardia sometidos a la ofensa aérea y el otro salvaguardadas por su flota y, en general, la comparación entre las energías de los dos pueblos en lucha son terminantes: sería la lucha de una masa de hombres inermes con un pueblo a sus espaldas cercano al colapso contra un ejército abastecido normalmente y alentado por un país que veía próximo el fin de una crisis aguda.

Esta perspectiva tan clara y tan rigurosa justifica la afirmación hecha antes, de que en el momento que una flota aérea venza a su contraria y consiga el dominio del aire, planteará indefectiblemente la necesidad de poner fin a la guerra. El tiempo transcurrido entre el momento en que el país vencido vea plantearse el problema y se decida a resolverlo, no podrá ser largo; el tesón de los hombres valdrá poco, quizá sea nulo; sólo la cuantía del desequilibrio producido entre las dos potencias aéreas habrá de determinarlo.

**La política de la guerra.**—El estudio de la política de la guerra, que ha de marcar las normas directrices del cuadro en que los elementos militares se han de mover, es interesantísima. La equivocada política militar del siglo pasado, determinada quizás por el espectro de las guerras civiles, fué la causa determinante de la pérdida de los restos de nuestro imperio colonial; si hubiéramos tenido marina, gastando en ella más que en el ejército, como siempre debió ocurrir en un país de fronteras como las nuestras, no hubiera habido filibusterismo, no habría habido guerra con los Estados Unidos y no habríamos perdido las islas; fué un error caramente pagado.

La política de la guerra ha de considerar, en primer término, la índole de los conflictos que pueden surgir alrededor del país y la intervención que habría de tomarse en ellos, preparando el instrumento militar que pueda servir, no a los múltiples fines que se puedan presentar con

igual eficacia, sino a aquellos más posibles o más peligrosos, que puedan poner en mayor compromiso la independencia nacional.

Un conflicto localizado entre dos potencias europeas no parece ya posible; el equilibrio europeo es tan inestable y es condición tan indispensable para la paz del continente, que arrastraría a la guerra a las grandes potencias, como ocurrió el año 14; por eso ha sido siempre el norte de la política europea; sin embargo, es interesante revisar las características que un conflicto de este orden podría ofrecer para España, pues esa ha de ser la base que sirva para determinar la cuantía de los elementos defensivos que deben integrar nuestra potencia militar. El frente marítimo lo ha hecho inexpugnable el submarino; cualquier escuadra, por poderosa que fuera, respetaría nuestras costas si dispusiéramos de una sólida organización submarina, muy compatible con la capacidad de nuestro presupuesto. El Pirineo es frontera, geográficamente, fuerte y se podría defender con un número de hombres inferior a la fantástica cifra que alcanzará seguramente nuestros planes de movilización, siempre que se tenga hecho un estudio previo y concienzudo del terreno para determinar la situación en que deberían establecerse las tropas y se dispusiera de las vías necesarias para efectuar rápidamente la concentración de los efectivos con arreglo al plan de movilización establecido.

El peligro mayor para España radica en el frente aéreo; una ofensiva aérea, teniendo como base el mar, será seguramente imposible, pues siempre hemos de tener fuerzas aéreas muy superiores a las que desde tan precarias bases pudieran amenazarnos; el único peligro sensible para España es la agresión que una flota aérea que partiendo del otro lado del Pirineo pudiera determinar, y para oponerse a ella no hay otro medio, con los elementos de combate de que actualmente se dispone, que preparar una flota aérea lo más potente posible con arreglo a las posibilidades de nuestro presupuesto y dispuesta a reaccionar en todo momento. El carácter esencialmente ofensivo de las fuerzas aéreas que pueden agredir los centros vitales enemigos, produciendo daños espantosos, sin necesidad de haber batido las fuerzas similares contrarias, ha de constituir para el porvenir de los pueblos la más segura garantía contra las amenazas de las grandes potencias militares, que hasta ahora podían lanzar sus escuadras o sus ejércitos con la completa seguridad de que sus territorios permanecerían absolutamente indemnes, y esta amenaza que nace con el arma aero-química compensará en lo sucesivo la inferioridad militar de unas potencias respecto a otras, ante el temor de los daños que inferirían a sus poblaciones, sin posibilidad alguna de establecer disposiciones para evitarlo. La impunidad para agredir a un pueblo ha pasado a la historia.

Lo seguro, el día que estallara un conflicto en Europa, es que en él tomarían parte todas las naciones y que nosotros no tendríamos otra vez la fortuna de conservarnos neutrales, como nos ocurrió en el conflicto pasado. El teatro de la guerra sería probablemente la Europa central, pero situada nuestra Península en el paso obligado al continente africano, que acerca Europa a la América del Sur, no sería imposible que fuera objeto de importantes operaciones de guerra si se tratara de un conflicto mundial. ¿Cuáles son los elementos que nosotros deberíamos aportar? Una flota de acorazados, que no serviría de nada para los fines de nuestra defensa y apenas alteraría la proporción de las flotas enemigas, sería prohibitivo para nuestro presupuesto; nuestra acción naval debe quedar reducida, aparte de la defensa de nuestras costas, a interceptar el paso del Estrecho de Gibraltar; y desgarnecer nuestras fronteras, facilitando la invasión de nuestro solar, para enviar españoles a un frente a que sirvieran de cipayos, debe ser prohibitivo para nuestra conciencia y nuestra dignidad. Las únicas fuerzas prácticamente repatriables son las aéreas, que por su velocidad y porque se mueven en un espacio de tres dimensiones resulta muy difícil su intercepción por las fuerzas contrarias; además, son, cuanto mayor fuera su número, mejor las que mejor garantizarían nuestra independencia y las únicas que rápidamente podrían pesar en la balanza de las fuerzas en litigio.

Para terminar, echaremos una rápida ojeada a las actuales cifras presupuestarias, pues no hay que olvidar que la economía ha de ser el cimiento sobre el que se asiente la potencia militar de un país.

La cifra invertida en gastos militares asciende en el presupuesto que rige este año a 741 millones, sin contar con que en el presupuesto extraordinario para el decenio 1926 1936 figuran partidas destinadas a estos mismos fines, cuyo valor asciende a 1.509 millones (que cubren necesidades que después no habrían de poder quedar desatendidas); resumiendo la asignación del presupuesto ordinario con la décima parte de la cantidad destinada en el extraordinario, resultan 892 millones, cifra que constituye un porcentaje del 24 por 100 de la del total gastado anualmente entre los dos presupuestos, porcentaje que no se debe pasar, porque sería dañoso para nuestra economía y que más bien convendría reducirlo al 20 por 100. Se hallan equivocados los profesionales que sólo cuidan del engrandecimiento del instrumento militar, olvidándose de su relación con el cuerpo de la nación; es el caso del atleta que sólo cuida de sus brazos y sucumbe víctima de la falta de desarrollo del resto de su organismo.

La repartición del presupuesto para la defensa, entre los tres miembros de la familia militar, está indisolublemente unida a la política de

la guerra que haya de regir la constitución de los aprestos marciales. No puede ser igual para todos los países, porque la Geografía, como siempre, mandará en la guerra; antes, desde Inglaterra, que prácticamente carecía de ejército e invertía en armamentos navales todos sus recursos, hasta la Alemania de Bismark, que carecía de flota poseyendo el ejército más potente de Europa, había una gama variada de distribuciones. Ahora, con la aparición del arma aérea, son tres las fracciones en que se ha de dividir el presupuesto, y partiendo de que las cifras para cada ministerio girarán alrededor de la tercera parte, podría establecerse entre ellas diferentes gradaciones, según sus condiciones geográficas; Inglaterra, a causa de su dilatado Imperio, seguramente antepondrá la Marina a la Aviación y al Ejército; España, con tan escasa y fuerte frontera terrestre, debería anteponer la Aviación a la Marina y al Ejército; Italia, es el caso típico para invertir cantidades iguales, y así va a figurar en el presupuesto para el año próximo; Francia, con tan endeble frontera terrestre y colonias que guardar, parece natural que anteponga el Ejército y destine cifras iguales a la Aviación y Marina; por último, Alemania, rodeada de potencias militares en toda su frontera, sería el caso lógico, si las cláusulas del Tratado de Versalles no se lo impidiesen, para que antepusiera el Ejército a la Aviación y ésta a la Marina.

### Los efectivos.

Como decíamos en el artículo anterior, hay que atenerse primordialmente a las realidades de nuestro presupuesto para hacer la estimación de los efectivos necesarios para la defensa; la suma de 900 millones a que asciende las cantidades invertidas anualmente en gastos militares, debe constituir un límite que no se debe rebasar mientras sucesivos aumentos del presupuesto total de gastos no permitieran hacerlo así, sin exceder se de un porcentaje (del total del presupuesto) admisible para nuestra economía. Esta cifra, distribuida en partes iguales entre las fuerzas del Ejército, Marina y Aeronáutica, como las necesidades de nuestra defensa reclaman y las condiciones geográficas de nuestras fronteras aconsejan, permitirían disponer de 300 millones para cada presupuesto parcial, debiendo quedar cubiertas con ellos todas las necesidades. Vamos a enunciar, *grosso modo*, la cuantía que podrían alcanzar los efectivos militares.

**Ejército.**—En la evolución que han de realizar los ejércitos para adaptarse a las necesidades de la guerra futura no se ha recorrido todo el camino necesario. En la guerra pasada ya se sintió la necesidad de reforzar los servicios de retaguardia, llegándose a trasladar a ella hombres que

se hallaban en filas; pero en la guerra futura, con la tendencia a mecanizar los elementos de guerra y cuando la aviación alcance la plenitud de su acción, se sentirá aún más la doble necesidad de reducir los efectivos que combaten en el frente y aumentar los destinados en los servicios de retaguardia.

Nuestro ejército de primera línea no debería pasar de 250.000 hombres, de los cuales 180.000 en la Península, 35.000 en el norte de Africa y 35.000 en las islas, distribuidos en 130 regimientos: 65 de Infantería, 30 de Artillería, 20 de Caballería, 15 de Ingenieros y las unidades de Intendencia y Sanidad en número proporcionado. Esta cifra se cubriría con los contingentes de dos años, disponiendo de tres contingentes para la primera reserva y de cinco para la segunda, con una duración total de diez años para el servicio militar.

**Marina.**—Constituyen los elementos de combate más caros para un país; por eso, la especial predilección de las grandes potencias por la limitación de los armamentos navales con preferencia a los terrestres, y no hablemos de los aéreos, que hoy no existen, y cuya limitación no ha sido problema que se haya podido plantear; por esa razón, si el presupuesto para gastos militares no se repartiera en partes iguales, como parece aconsejable debido a nuestra situación geográfica, el presupuesto de Marina sería el que debiera resultar aumentado. El acorazado inglés *Nelson* ha costado 220 millones, cifra que casi iguala al total de lo que anualmente podría invertirse en armamentos navales.

La defensa de nuestro frente marítimo no puede fundamentarse racionalmente más que en la existencia de una flota de sumergibles, auxiliada por algunos cruceros de superficie, que pudieran encontrar apoyo en las bases de la Península e islas, fortificadas con el estricto artillado que preconizan las ideas actuales.

Teniendo en cuenta que para los submarinos y los buques de superficie del tonelaje adecuado para nuestras necesidades puede estimarse en 10.000 pesetas el coste de la tonelada, rápidamente se vé, haciendo cifras, la dificultad de orden económico que supondría para nuestra Marina el intento de pasar de 200.000 toneladas; total, que podrían repartirse entre 60 ó 75 sumergibles y 5 ó 10 buques de superficie.

**Aeronáutica.**—Según el general Douhet, extremista apasionado de la armada aérea—cuyo libro titulado «*El dominio del aire*» constituye el origen de una nueva doctrina de guerra, que va desarrollándose en la apasionada polémica que ha suscitado—, debe destinarse a la Aeronáutica la fracción más importante de los recursos destinados a la defensa para



constituir una flota que reúna las mayores probabilidades de conseguir a su favor, lo más rápidamente posible, el dominio del aire. Hace abstracción de la Aviación de cooperación con el Ejército y la Marina—le repugna que se llame auxiliar—, porque sostiene que todos los recursos que se inviertan en Aeronáutica deben invertirse en aviones de batalla capaces de conquistar el dominio del aire, y en ese sentido ninguna eficacia tienen, en realidad, los aviones que se destinan hoy a los fines de cooperación.

Sin embargo, situados en una posición no extremista, pensamos que la armada aérea, constituida fundamentalmente por una flota de aparatos de batalla, debe contar con formaciones de aparatos menores cuyas aptitudes puedan ser comunes a las necesidades de la armada aérea y a los servicios de cooperación con el Ejército. En consecuencia, la construcción de nuestra flota aérea debería comprender.

<i>Flota de batalla.</i> —100 aviones multimotores, a.....	2.000.000 =	200	millones.
<i>Idem.</i> —100 aviones bimotores, a.....	500.000 =	50	—
<i>Idem.</i> —33 hidros multimotores, a.....	2.000.000 =	66	—
<i>Idem.</i> —33 hidros bimotores, a.....	500.000 =	16,5	—
<i>Cooperación estratégica.</i> —34 hidros monomotor, a....	150.000 =	5,1	—
<i>Idem.</i> —100 aviones monomotores, a.....	100.000 =	10	—
<i>Caza.</i> —100 Junkers biplazas, a.....	50.000 =	5	—
<i>Idem.</i> —100 Junkers monoplazas, a.....	50.000 =	5	—
<i>Cooperación táctica y Escuelas.</i> —100 transformación, a.	30.000 =	3	—
<i>Idem.</i> —100 transformación caza, a.....	30.000 =	3	—
<i>Idem.</i> —200 avionetas, a.....	20.000 =	4	—

TOTAL: 1.000 aviones e hidros, que importan.... 367,6 millones.

Esta concepción de la guerra aérea exigiría la organización de una gran base fortificada que amparara eficazmente a la flota cuando se estacionara, invirtiéndose en ella parte muy importante de los recursos destinados a la Aeronáutica. Otra exigencia inevitable de la misma sería la organización de la anti-aeronáutica, íntimamente ligada a las fuerzas aéreas, para la protección contra los efectos de la acción aérea enemiga, de los centros vitales para la guerra y del mayor número posible de los grandes centros de población.

**La oficialidad.**—Habría que pensar en formar un mando que pudiera en caso de guerra manejar con acierto las tres fuerzas militares; para eso, es posible que fuera conveniente que todos los oficiales empezaran en un mismo centro la enseñanza, y el último empleo de los cuerpos combatientes y navegantes fuera común, previo el paso por una Escue-

la Superior de guerra que abarcara los estudios concernientes a las tres.

Habría que suprimir algunos empleos que son inútiles y alejan del final de la carrera los primeros empleos, reduciendo su categoría social, y dar mayor participación en el empleo de teniente a las escalas complementarias, para facilitar la llegada al generalato de los oficiales procedentes de las Academias.

Por último, punto capital de la virtualidad de toda mejora que se pretenda conseguir en la eficacia de nuestras fuerzas militares, habría de ser, fijar un límite, para muchísimos años, a las plantillas; podría ser éste, en cifras redondas, de 10.000 entre generales, jefes y oficiales, de las escalas activas y retribuidas de todas las armas y cuerpos, de ellos sólo 100 generales; ésto exigiría rebajar las edades para el pase a la reserva en los cuerpos combatientes y navegantes y aumentar las edades para el retiro con el fin de que en esa situación se desempeñaran todos los destinos sedentarios, es decir, aquellos que no fueran el mando de tropas y los servicios de Estado Mayor.

### La fórmula posible del pacifismo.

Nunca faltarán cantores de la guerra, pero hemos de apresurarnos a declarar que no formamos parte de ese coro. La guerra futura, como decía atinadamente el teniente coronel Herrera en un artículo reciente, ha de adquirir tales caracteres de mortandad, que debe repugnar a la conciencia del mundo civilizado; el carácter de duelo entre organizaciones preparadas para ejecutarla, que la guerra ha tenido hasta ahora, con posibilidades siempre de tomar medidas para defenderse de las agresiones contrarias y dejar a salvo la masa de población de los países beligerantes situada detrás de los frentes de contacto, ha pasado a la historia. La guerra futura tendrá preferentemente un carácter de agresión contra la totalidad de la población del país enemigo, cuyos efectos será muy difícil atenuar, y cuya única reacción posible será una agresión idéntica a la población contraria, produciendo una ferocidad agresiva contra la que solo cabe la repulsa.

La vida en Europa a merced de un cerebro desequilibrado que rigiera los destinos de un país y lanzara sus fuerzas aéreas a la destrucción, provocando una nueva conflagración europea y sembrando la muerte por todo el continente, es espantosa y justifica cuantas fórmulas idee el pensamiento, para traducirlas en medidas para evitarla. Hay que pensar también que cuando las conciencias colectivas se percataran, llegarían a

imponerse a toda idea de nacionalismo y probablemente surgiría una internacional cuyos alcances no se podrían limitar y cuyas consecuencias, regidas por hombres provenientes de la masa, producirían seguramente la mayor catástrofe que han visto los siglos. El ejemplo de Rusia debe ser una lección que los elementos dirigentes en Europa no deben perder de vista.

Ahora bien, el pensamiento no debe llegar a la utopía, y la Sociedad de Naciones y el pacto Kellog adolecen mucho de ese carácter en su concepción y carecerán de eficacia en la realidad, por la falta de medidas en sus estatutos que garanticen la ejecución de sus acuerdos. Probablemente la reducción de la extensión que se quiera pacificar, limitándose a organizar la paz dentro de cada continente, será un primer paso inexcusable que facilite la constitución de un organismo con atributos para hacer prevalecer sus acuerdos en todos los casos.

Para realizar la federación de los estados europeos había que vencer las infinitas dificultades que las ideas nacionalistas y la existencia de imperios con dominios en todos los continentes habrían de ofrecer, por todo lo cual el camino ha de ser largo y la labor áspera, pero siempre más fácil que la pretensión de realizar la paz universal por medio de un organismo o de un papel. Pero eliminada la guerra dentro de los continentes, la paz entre ellos vendría sola, por la falta de radio de acción y de capacidad de los elementos necesarios para agredirse; y el día que la técnica de la destrucción adelantara y proporcionase los medios adecuados para la agresión, puede esperarse que el pensamiento se hubiera adelantado, y siguiendo el esquema de la organización continental tuviera prevenido un organismo capacitado para instaurar la paz universal entre los pueblos.

En unos artículos sobre política exterior, publicados en la *Correspondencia Militar* al final de la guerra, afirmábamos que, si la política internacional de aquella época hubiera estado basada en la existencia de tres agrupaciones de potencias, en lugar de la doble agrupación de alianzas y ententes que existía, la guerra no se habría declarado, porque provocado el conflicto entre dos de dichas agrupaciones, la acción pacifista de la tercera agrupación hubiera sido atendida, teniendo en cuenta las consecuencias que para el resultado de la guerra produciría su entrada en liza formando al lado de uno de los bandos beligerantes. Pero esta fórmula que dejaba a salvo la existencia de las nacionalidades, de cuyo amor no me recato, es hoy insuficiente; como sería un tópico la creación de un Estado universal.

El conde Coundehove-Kalergi, al emprender su campaña paneuropea, pone indudablemente el primer sillar de una sólida edificación que

podrá perpetuar la paz en Europa y de consuno, alrededor de Europa, pero cuya consecución será larga y cuya obra estará erizada de dificultades. No puede haber, sin embargo, otra solución eficaz para el mantenimiento de la paz, que la organización de los continentes en un super-estado, cuya fórmula sería tarea que habrían de resolver los expertos en derecho político; sin embargo, aputamos la probabilidad de que el órgano que se creara para regir la unión de los Estados, es fácil que hubiera de tener como característica una confusión de los poderes en que se divide, según la teoría del Estado que hoy impera; no pudiendo estar diferenciados como lo están actualmente en las organizaciones de los Estados, como fórmula práctica que alterase lo menos posible los atributos del poder ejecutivo en cada una de las Naciones que lo integrasen, teniendo en cuenta que la absorción de este poder será indudablemente la última conquista arrebatada a las ideas nacionalistas; de todos modos habrá que buscar cuadro más amplio que el que encierra la actual teoría del Estado.

Aparte de estas medidas tomadas para la seguridad, cuya importancia es suficiente para justificar el empeño, lo reclama imperiosamente también la situación de la economía europea gravada enormemente con las deudas de guerra y axfisiada con las fuertes barreras aduaneras que separan a las Naciones. La única manera posible de hacer frente a la tiranía del dólar, libre de deudas y cargado de crédito en todo el mundo, no podrá ser otra que la libertad de comercio en Europa, llevando a las costas las barreras aduaneras que hoy separan las Naciones.



## Ensayos de Tejidos Impermeables y Telas Cauchotadas



FELIX MARTINEZ SANZ

FERNANDO MEXIA ROSCIANO

INGENIEROS MILITARES

---

# Ensayos de Tejidos Impermeables

---

## y Telas Cauchotadas

---

**Descripción de aparatos.**

**Características.**

**Gordajes.**

**Ensayos. Características.**

MADRID

IMPRENTA DEL «MEMORIAL DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO»

—  
1931







## PROLOGO

En este pequeño trabajo nos proponemos describir los aparatos más en uso para ensayos de telas impermeables y cauchotadas. Estos datos son recopilación de diversos folletos, libros y memorias dedicadas a este asunto, así como de visitas efectuadas a fábricas extranjeras dedicadas a la fabricación de telas de esta clase.

Las descripciones y estudios van encaminados a las telas empleadas en la confección de aeróstatos y aeronaves, deseando puedan ser de utilidad a nuestros compañeros aeros-teros y a todos aquellos que se dediquen a la fabricación de telas impermeables y cauchotadas.







## Generalidades.

Toda fábrica dedicada a la fabricación de telas impermeables o cauchotadas debe tener un laboratorio, lo mejor posible, para ensayos químicos y físicos de toda materia que pueda intervenir, por insignificante que sea, en el complicadísimo problema de la fabricación de dichas telas.

Como las grandes fábricas necesitan el hidrógeno para ensayar las telas que confeccionan para aeróstatos, será lo más probable que tengan que recibir el gas de otras fábricas, y en ese caso necesitan analizarlo, pues bien pudiera suceder que fuese de mala calidad y poca fuerza ascensional. Si tienen aparatos para fabricar ellas mismas el gas, sucede lo propio, resultando que toda fábrica importante debe tener:

- 1.º Aparatos para ensayo de gas hidrógeno.
- 2.º Aparatos para ensayar las telas que fabriquen.
- 3.º Aparatos para ensayos de las materias constituyendo las mezclas de caucho.

Estos ensayos se pueden dividir en físicos, químicos y mecánicos.

Son de imprescindible necesidad para obtener telas de buena calidad, y la importancia del laboratorio seguramente influirá mucho en la calidad de la tela fabricada.

Hoy día hay que tener en cuenta que la mayoría de las fábricas que se dedican a la fabricación de telas impermeables y cauchotadas, dado lo carísima y complicada que resulta dicha fabricación, tienen otras de menor cuantía, pero que son las que hacen vivir a la fábrica. Tales son la construcción de tacones de caucho, suelas de goma, zapatos, bandajes macizos para camiones, neumáticos para autos y bicicletas, cámaras de aire, polainas, balata, aislamiento de cables, etc. Estos productos se están vendiendo continuamente y no necesitan cuidados tan especiales como las telas impermeables y cauchotadas.

Las telas cauchotadas necesitan muchísimas más atenciones, y los técnicos de la fábrica se ven obligados a utilizar todos sus conocimientos para no exponerse a un fracaso. Además, la venta de tela no es constan-

te (sobre todo la cauchotada), no es posible tener *stock* de ella por el cuidado y mucha vigilancia que necesitan; por tanto, la fabricación empieza cuando reciben el pedido, y si bien la fabricación lleva seguramente pingües ganancias a la fábrica, es intermitente y, por tanto, difícil de sostenerse sólo por este producto; de aquí que todas se dediquen a otras industrias menores que ya hemos citado.

*Ensayos del gas hidrógeno.*—Los ensayos del gas se refieren:

- 1.º A las materias primas.
- 2.º Al gas en sí.

El gas suele ser electrolítico, producido en grandes fábricas. El oxígeno es el principal elemento, el hidrógeno es un subproducto. No existen, pues, primeras materias que analizar. El gas en sí es puro, por serlo el manantial de donde procede.

Otro gas que se puede emplear es el producido en pequeñas fábricas de silicol. Las hay fijas, semifijas y móviles. Como todas son iguales y se diferencian en volumen y distinta capacidad de producción, describiremos las móviles, por ser de aplicación aerostera.

En las fábricas de silicol las materias empleadas son sosa cáustica y ferrosilicio. Diremos algunas palabras sobre el ensayo de ambos productos.

#### Ensayos de la sosa cáustica y el silicol.

**ENSAYO DE LA SOSA CÁUSTICA.**—La sosa cáustica que se encuentra en el comercio puede ser en bloque o en plaquetas. La primera se ha desechado porque las fábricas de producción de hidrógeno necesitan un manantial de calor para disolver rápidamente la sosa en el agua. Esto acarrea el grave inconveniente de hacer más voluminosa la fábrica, y más si ésta es móvil. Por esto se emplea la sosa en plaquetas, que por ser la reacción con el agua exotérmica, tiene un desprendimiento rápido de calor por la gran superficie de acción del agua en la sosa. No necesita, por lo tanto ningún manantial de calor auxiliar.

La sosa en plaquetas necesita tener al menos de 80 a 82 grados para poderla emplear en buenas condiciones de rendimiento, de lo contrario se consumiría una cantidad grande de sosa por metro cúbico de hidrógeno, lo que aumentaría mucho el precio del gas, ya grande por este procedimiento.

*Determinación de la cantidad de sosa cáustica y de carbonato sódico que existen en una sosa bruta del comercio.*—Para determinar las cantidades de hidrato sódico y de carbonato sódico, se empieza por preparar una disolución partiendo de un peso conocido de la sosa bruta: supongamos 5 gramos en 100 centímetros cúbicos.

En un volumen determinado de esta solución, por ejemplo en 20 centímetros cúbicos, se valora la alcalinidad total empleando el metil naranja y el Cl H normal. Supongamos que se han gastado  $n$  centímetros cúbicos de ácido.

A otro volumen de la solución sódica, como 50 centímetros cúbicos, se le añade un exceso de disolución de cloruro bórico. Se forma así un precipitado de carbonato bórico, quedando en su lugar cloruro sódico neutro, sin alterarse la alcalinidad debida a la sosa cáustica Na OH.

Es cierto que el exceso de cloruro bórico reacciona según la ecuación



pero como se produce hidrato bórico en proporción equivalente a la sosa que desaparece, la alcalinidad no cambia. La adición de cloruro bórico hace desaparecer, por consiguiente, la alcalinidad debida al carbonato sódico.

A este líquido turbio se le añade fenoltaleína, y poco a poco ácido clorhídrico normal, hasta que el líquido se decolore, que es el instante preciso en que el ácido después de haber neutralizado el álcali, comienza a actuar sobre el  $\text{CO}_3 \text{ Ba}$  precipitado. Sea  $m$  el número de centímetros cúbicos gastados.

*Cálculos.*—En la segunda operación el ácido gastado corresponde sólo a la sosa cáustica. Pero

$$1 \text{ cm.}^3 \text{ Cl H normal} = 0,04 \text{ de Na OH,}$$

luego los  $m$  corresponde a  $m \times 0,04$  de Na OH. Esta cantidad de sosa estaba contenida en 50 centímetros cúbicos de líquido; los 100 centímetros cúbicos de la solución preparada contienen, pues,  $2 \times m \times 0,04$ . Esta cantidad de sosa es la que contiene 5 gramos del producto que se analiza.

Para sacar el tanto por ciento estableceremos la proporción

$$\frac{5}{2 m \times 0,04} = \frac{100}{X};$$

$X$  es la cantidad de sosa cáustica contenida en 100 centímetros cúbicos de sosa bruta.

Por otra parte, en el primer ensayo se han gastado  $n$  centímetros cúbicos de ácido clorhídrico normal para neutralizar la alcalinidad total de 20 centímetros cúbicos. Por consiguiente, 100 centímetros cúbicos habrían gastado  $n \times 5$ .

Restando de este número de centímetros cúbicos los que corresponden a la sosa cáustica, que son, según hemos dicho,  $2 m$ , la diferencia  $5 n - 2 m$  será el número de centímetros cúbicos que saturan el carbonato sódico de los 100 centímetros cúbicos de la disolución, o sea 5 gramos de sustancia.

Como 1 centímetro cúbico de ácido clorhídrico normal es igual a 0,053 de  $\text{CO}_2$   $\text{Na}_2$ , resulta que la cantidad de carbonato sódico contenida en 5 gramos de sustancia es

$$(5 n - 2 m) \times 0,053.$$

Sólo resta hallar el tanto por ciento por la proporción

$$\frac{5}{(5 n - 2 m) \cdot 0,053} = \frac{100}{\gamma};$$

$\gamma$  es la cantidad de carbonato sódico contenido en 100 partes de sosa bruta.

Por estos procedimientos se podrá averiguar el tanto por ciento y grado de una sosa recibida del comercio y ver si es útil o no para emplearla en la fabricación del H.

En España existen varias fábricas de sosa cáustica, siendo la principal la de Productos Químicos de Flix (Tarragona), que lo hace en plaquetas, muy útil para todas las industrias dedicadas a la fabricación del hidrógeno por el procedimiento del silicol.

ANÁLISIS DEL SILICOL Y ALEACIONES DE SILICIO QUE SE EMPLEAN EN LA FABRICACIÓN DEL HIDRÓGENO.—Describiremos el procedimiento de análisis por gravimetría: procedimiento oficial empleado por la Aeronáutica Militar francesa en el Laboratorio de Chalais-Meudón.

Este análisis sólo se emplea generalmente cuando se trata de silicio o derivados de éste (silicol o análogos) destinados a la aerostación, pues en estos casos sólo interesa determinar el volumen de hidrógeno desprendido por kilogramo de aleación y fuerza ascensional del mismo, así como la ausencia de sustancias perjudiciales, tanto para la salud de los aeronautas, como para la duración de las telas cauchotadas empleadas en la confección de los aeróstatos.

*Dispositivo empleado para el análisis.*—El aparato se compone (fig. 1) de un globo de cristal *A* de 2 litros de capacidad, que contiene una disolución de sosa cáustica que se calienta en dicho globo hasta unos 80 grados centígrados aproximadamente. Dicho recipiente *A* está provisto de un tapón de caucho atravesado por un tubo de vidrio que lo pone en co-

municación con un primer lavador *B*, que contiene un poco de agua para detener el vapor que se produce en la reacción efectuada en *A*.

Este primer lavador *B* comunica a su vez con un segundo lavador *C*, que contiene una disolución de bromo en agua con un exceso de bromo; este exceso es necesario, pues el bromo es arrastrado rápidamente por la corriente de gas que circula por el lavador *C*. En este lavador el hidrógeno fosforoso se oxida inmediatamente y se transforma en ácido fosfórico, que entra en disolución.

Un tercer lavador *D* (provisto de un termómetro *t* sin sumergir en el líquido que contiene el lavador) contiene una disolución de sosa cáustica a un 10 por 100 aproximadamente. Esta disolución de sosa detiene los vapores de bromo procedentes del lavador anterior.

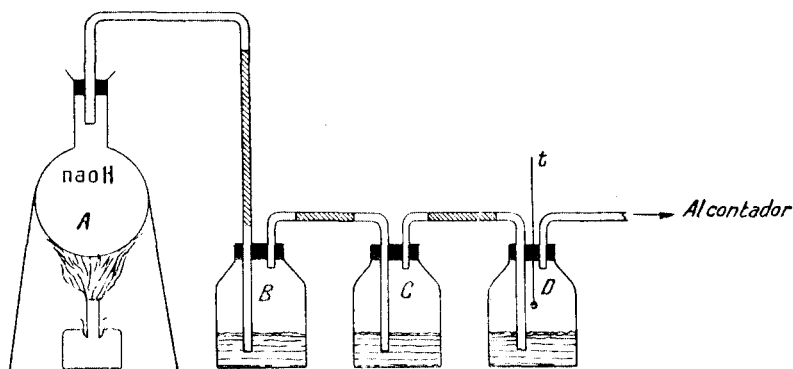


Fig. 1. Esquema del montaje general de aparatos para análisis de silicio.

El gas, a la salida del lavador *D*, pasa a un contador que mide la cantidad de hidrógeno desprendido en el recipiente *A*.

*Manera de efectuar el análisis.*—Para poner en funcionamiento el aparato anterior y verificar el análisis, se introduce en el recipiente *A* 500 centímetros cúbicos de una solución de sosa cáustica al 40 por 100 y se calienta hasta unos 80 grados centígrados aproximadamente. No es necesario calentar esta disolución durante todo el tiempo de la operación, pues siendo la reacción exotérmica hay suficiente desprendimiento de calor para que la disolución continúe por sí misma. Sin embargo, para facilitar dicha disolución conviene calentarla de vez en cuando con cualquier manantial pequeño de calor.

Se pesa exactamente en una cápsula 50 gramos de aleación de silicio (silicol, ferrosilicio, etc), que se introduce en pequeños cartuchos de papel, que no sea absorbente, en fracciones de 10 gramos. Una extremidad

de estos cartuchos se agujerea y la otra se cierra perfectamente por medio de varios dobleces hechos en el papel. Estos cartuchos se hacen con papel de 50 milímetros de anchura, tomando la forma cilíndrica, por medio de un tubo de cristal de 14 milímetros de diámetro exterior, que hace el papel de mandril.

Se abre el recipiente *A* y se deja caer en su interior un cartucho, cerrando a continuación; la sosa penetra en el interior del cartucho por la parte agujereada, reaccionando con el silicio, produciéndose gas, que sale por los agujeros que lleva el cartucho; no entrará de nuevo la sosa hasta que la producción de gas cese, ya que la presión del mismo no la deja penetrar. Así continúa un desprendimiento de gas regulado automáticamente como en cualquier aparato de producción de gas.

Cuando cese la producción se introduce un nuevo cartucho, y así sucesivamente, hasta agotar los cartuchos preparados con los 50 gramos de aleación de silicio. Conviene pesar la parte de dicha aleación que se haya podido verter al hacer la preparación de los cartuchos, pues de lo contrario serían erróneos los resultados del ensayo. Esta operación es larga y bastante penosa, durando aproximadamente de ocho a diez horas.

Se anota a intervalos regulares la temperatura marcada por el termómetro *t*, para obtener así una media que sirva para calcular el volumen exacto del gas, anotándose también la presión atmosférica, refiriendo todo a 0° y 760 milímetros.

*Dosificación del fósforo.*—Para dosificar el fósforo se echa la disolución de bromo contenida en el lavador *C* (fig. 1) en una cubeta de cristal de 300 centímetros cúbicos y se calienta al baño de «María» para quitar el exceso de bromo; se deja enfriar y se añade en exceso amoníaco puro y un poco de una disolución de cloruro de amonio al 20 por 100, se filtra el precipitado y después de veinticuatro horas de reposo, se calienta y se pesa el pirofosfato de magnesia obtenido.

He aquí el detalle de la operación:

Se trata de reducir el ácido fosfórico al estado de fosfato amónico magnésico, que tiene una composición bien definida.

La preparación de la mezcla magnésica es la siguiente:

Se disuelven 55 gramos de cloruro de magnesio cristalizado o 70 gramos de sulfato de magnesio cristalizado y 70 de cloruro de amonio en un litro de agua que contenga 2 1/2 por 100 de amoníaco.

La solución de bromo, conteniendo el ácido fosfórico a dosificar, es evaporada hasta un volumen de 75 centímetros cúbicos aproximadamente; después se adicionan 10 centímetros cúbicos de la mezcla magnésica en frío y se agita sin frotar las paredes de la cubeta. Al cabo de dos horas se filtra, se lava con amoníaco al 2 por 100 y se introduce el preci-



pitado en un crisol. Se calienta con precaución, se destapa y se calcina fuertemente el contenido.

#### Procedimiento gravimétrico de análisis del silicol.

a) *Dosificación del silicio.*—Pesar 0,50 gramos de materia finamente pulverizada en un mortero de ágata, mezclar en una cápsula de níquel de 8 centímetros de diámetro los 0,50 gramos de materia con 5 gramos de carbonato de sosa preliminarmente desecada y 10 de peróxido de sodio; poner la mezcla sobre la llama de un mechero Kunsen, teniendo cuidado de calentarla progresivamente, cuando toda la masa esté negra, calentarla fuertemente dando a la misma un movimiento giratorio y detener el movimiento cuando la masa en fusión se separa de los bordes como lo haría una gota de aceite.

Se deja enfriar, se vuelve a echar en una vasija de vidrio cuya base se pueda meter en otra que tenga agua para acelerar el enfriamiento. Lavar la cápsula, y a continuación volver a tratarlo con ácido clorhídrico. El líquido se pondrá claro.

Evaporar en seco este líquido en una cápsula de porcelana, volver a tratarlo con 10 centímetros cúbicos de ácido clorhídrico y 100 de agua, filtrar la sílice que no se haya disuelto, evaporar en seco por segunda vez el líquido filtrado; se trata de nuevo con 10 centímetros cúbicos de ácido clorhídrico y 100 de H<sub>2</sub>O, filtrar, secarlo y añadirlo al primero; calcinar en una cápsula de platino, pesar la sílice, volatilizarla por el ácido fluorhídrico en presencia de dos gotas de ácido sulfúrico, calcinar y pesar, la pérdida de peso representa la sílice:

$$\frac{Si \ O_2 \ 0,47 \ - \ 100}{0,5} = Si \ \%.$$

b) *Dosificación del titanio.*—En un crisol que contenga los óxidos de hierro, de titanio y las impurezas que estuvieran en la sílice, se funde un gramo de bisulfato de potasa hasta el ataque completo, se deja enfriar, a continuación calentar el crisol al baño de «María» hasta que se disuelva su contenido y unir dicho líquido al obtenido en la segunda filtración de la sílice. Neutralizar por el amoníaco acidular con una o dos gotas de ácido sulfúrico, añadir 60 centímetros cúbicos de una solución de ácido sulfuroso, hervir el líquido durante una hora, filtrar TiO<sub>2</sub>, secar, calcinar y pesar

$$\frac{Ti \ O_2 \ \times \ 0,60 \ \times \ 100}{0,5} = Ti \ \%.$$

c) *Dosificación del hierro.*—El líquido se recoge en un frasco graduado de 500 centímetros cúbicos, tomar 250, reducir el hierro por el cinc y graduar por el permanganato, se tiene:

$$\text{Fe } \% = \frac{1 \text{ cm.}^3 \text{ líquido tipo} \times n \text{ cm.}^3 \times 100}{0,25}$$

d) *Dosificación del aluminio.*—Con los 200 centímetros cúbicos que sobraron en el frasco graduado de la dosificación del hierro, se dosifica el aluminio en el estado de fosfato de alumina. Neutralizar exactamente por el amoníaco, acidular con 4 centímetros cúbicos de ácido clorhídrico, añadir 2 gramos de fosfato de amoníaco tribásico disuelto en agua, después una solución de 10 gramos de hiposulfito de sosa disuelto en agua, en la cual se habrá añadido 15 centímetros cúbicos de ácido acético, hacer hervir, durante un cuarto de hora, filtrar, lavar con agua hirviendo, secar y calcinar en un crisol de porcelana, pesar el fosfato de alumina,

$$\frac{\text{PO}^4 \text{ Al} \times 0,221 \times 100}{0,25} = \text{Al } \%$$

Aplicando este método gravimétrico se obtiene, para un silicol del tipo corriente (10 a 15 por 100 Al), el resultado siguiente:

Silicio .....	70-85
Hierro .....	11-90
Titano .....	3-55
Aluminio .....	14-05
TOTAL .....	99-85

El desprendimiento de hidrógeno en el análisis hecho como hemos visto, con 50 gramos de aleación, debe de producir unos 70 á 75 litros para que el resultado sea satisfactorio y las cantidades de silicio, hierro, titano y aluminio, las indicadas en el cuadro anterior.

Estos análisis pueden efectuarse en cualquier laboratorio que posea una balanza de precisión para poder pesar exactamente los 50 gramos de la aleación a analizar, así como un barómetro y un termómetro, que se encuentran en cualquier estación de aeronáutica. Cuando al hacer el ensayo del ferrosilicio tenga mayores cantidades que las obtenidas anteriormente o en proporciones distintas los cuerpos dosificados, se debe rechazar, pues el gasto de silicio sería muy grande y el metro cúbico de gas resultaría muy caro y falto de pureza, tan necesaria a los aerosteros.

## CAPITULO I

**Descripción de las fábricas móviles de producción de hidrógeno por medio del silicol.**

Tratada con toda claridad y extensión por nuestro compañero el capitán de Ingenieros D. Antonio García Vallejo, en su folleto *La fabricación del hidrógeno para las aplicaciones aerosteras*, la producción del hidrógeno por medio del silicol y la sosa cáustica, procedimiento usado hoy día en los parques aerostáticos de casi todos los ejércitos modernos y descrito en el citado folleto el aparato semifijo construido por la Casa Schuckert (Alemania), montado en nuestro Parque de Aerostación para la fabricación del hidrógeno; únicamente daremos una idea del modelo móvil de la «Oxhídrica Francesa», capaz de producir 200 metros cúbicos de hidrógeno en una hora y montado sobre remolque automóvil, por ser de construcción muy moderna y de gran utilidad para los servicios aerostáticos en campaña.

La figura 2 da una ligera idea de cómo va montada dicha fábrica sobre el remolque, que consta de:

*Un generador.*—De palastro de acero, de 15 milímetros de espesor, para trabajo normal de 10 atmósferas. Este generador comprende:

Un cuerpo cilíndrico o cámara donde se efectúa la disolución de la sosa cáustica.

Un agitador para remover la disolución de la sosa y disolver ésta.

Una compuerta de vaciado.

Dos depósitos cilíndricos adaptados al cuerpo donde se efectúa la disolución de la sosa con compuerta de carga.

Uno de estos depósitos, con tapa en forma de casquete desmontable, lleva en su interior el distribuidor regulable de silicol.

De la parte superior del otro depósito parte una tubería de conducción del hidrógeno, producido en el generador, a la parte superior del condensador. En la parte superior de dicha tubería va colocado un diafragma de seguridad; al originarse repentinamente por cualquier circunstancia imprevista un exceso de presión en el interior del generador que pudiera ser peligroso, se rompe dicho diafragma, evitando de este modo que pudiera ocurrir algún accidente.

Los dos depósitos cilíndricos citados van unidos por medio de una tubería que en uno de sus extremos lleva una válvula de seguridad automática y de manejo a voluntad del operador, cuyo fin es evitar excesos

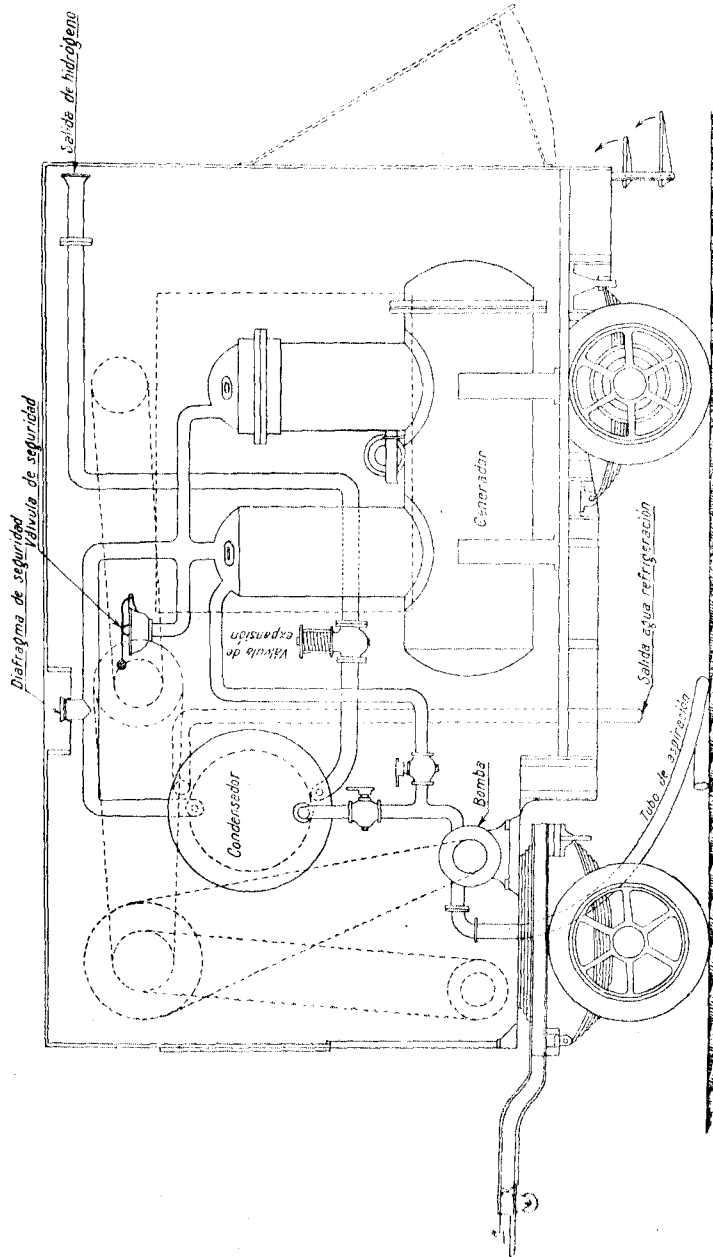


Fig. 2a. Fábrica móvil para producción de Hidrógeno.

de presión interior. Para maniobrar esta válvula hace falta una fuerza de 20 kilogramos.

*Condensador.*—De sistema tubular, construído de palastro de acero, para enfriamiento del hidrógeno y condensación del vapor de agua que lleva al salir de la cámara de producción. A la salida del condensador existe una válvula de expansión de 80 milímetros de diámetro interior, de donde parte la tubería de toma de hidrógeno para la utilización.

*Bomba de agua rotativa.*—Con polea fija y loca y embrague de horquilla.

Esta bomba lleva un tubo de caucho para aspiración del agua, introduciéndolo en el manantial de que se dispone.

Una llave de paso de dos direcciones, y llave de distribución de agua permiten el envío de la misma bien al generador, bien al condensador.

*Transmisión.*—Comprendiendo: árboles rotativos, cojinetes, poleas, correas de transmisión, embragues, reductor de velocidad para el agitador de la cámara de disolución de sosa, etc.

La cámara de producción lleva su correspondiente termómetro y manómetro para indicar la temperatura y presión del gas. Existe también un indicador de gasto de gas.

El conjunto de aparatos descritos va montado sobre remolque de chasis rebajado con bandajes y carrocería cerrada, con grandes ventanales móviles, plataforma de maniobra y escalera portátil de acceso a los aparatos.

El tractor, con carrocería montada sobre un chasis de cinco velocidades, equipo eléctrico y neumáticos.

El motor del tractor proporciona la fuerza para accionar la fábrica de gas por medio de transmisiones montadas al efecto.

Los reactivos que se emplean para la producción del gas son la sosa cáustica y el ferrosilicio o silicol.

*Funcionamiento.*—Una vez colocados el tractor y remolque en el lugar elegido para la producción, y unidos por medio de las transmisiones correspondientes, se introduce el tubo de aspiración de la bomba de agua en el manantial que se vaya a emplear y se pone en marcha el motor del tractor para llenar de agua el condensador e introducir la cantidad necesaria de dicho elemento en la cámara de disolución de la sosa.

Se carga el distribuidor de ferrosilicio por la boca de carga superior.

Se pone en marcha el agitador del generador, introduciendo la sosa cáustica por la boca de carga que lleva el generador; la temperatura de la disolución se irá elevando poco a poco. Cuando la temperatura llegue a 90° C., próximamente, se pone en marcha el distribuidor de ferrosilicio, abriendo inmediatamente la válvula de seguridad para dejar salir el aire del aparato. Una vez hecha la purga de aire anterior, se cierra la válvula, continuando progresivamente la alimentación de ferrosilicio.

La presión irá aumentando progresivamente en el aparato. Cuando alcance el valor de 10 atmósferas, las válvulas de distribución dan paso automáticamente del gas a la tubería de utilización.

Una vez terminada la operación, se evacúan los residuos contenidos en el generador abriendo la compuerta de vaciado que lleva en la parte inferior.

El aparato queda en disposición de volver a cargarse.

*Observaciones.*—1.<sup>a</sup> La seguridad del conjunto está conseguida por medio de válvulas de fuerte gasto y, además de esto, por un diafragma metálico apropiado.

2.<sup>a</sup> Todos los mandos y aparatos de medida están agrupados al alcance de la vista del operador.

En estas condiciones, la fábrica descrita puede ser puesta en funcionamiento por un solo operador y un ayudante.

#### Análisis del hidrógeno.

Las impurezas contenidas en el hidrógeno se hacen de una manera cualitativa o en tanto por ciento. Las más corrientes que intervienen en él, son:

- 1.<sup>a</sup> El vapor de agua.
- 2.<sup>a</sup> El óxido de carbono.
- 3.<sup>a</sup> El oxígeno.
- 4.<sup>a</sup> El ácido carbónico.
- 5.<sup>a</sup> El hidrógeno sulfurado.
- 6.<sup>a</sup> El hidrógeno arseniado.
- 7.<sup>a</sup> El hidrógeno fosforado.
- 8.<sup>a</sup> El amoníaco.
- 9.<sup>a</sup> El ácido clorhídrico.
- 10.<sup>a</sup> El nitrógeno.

Muchos de estos cuerpos no pueden estar reunidos, por tanto, lo primero será averiguar los que existen para hacer posteriormente la dosificación.

Para la dosificación por absorción se empleará preferentemente la bureta de Winckler y una pipeta de Hempel.

1.<sup>a</sup> *Vapor de agua.*—Para hacer la dosificación del vapor de agua que pueda contener el gas hidrógeno que se desee analizar, se aspira un volumen determinado del gas a través de una serie de tubos llenos de cloruro de calcio cuidadosamente pesados.

El aumento de peso de los tubos, a excepción del último en el sentido de la corriente gaseosa, comprobado después del paso del gas, da el

peso del vapor de agua absorbido, a condición que el peso del último tubo no haya variado y que recibe el nombre de tubo testigo.

2.<sup>a</sup> *Oxido de carbono*.—Primeramente se separan los hidrógenos fosforado, arseniado y sulfurado por barbotaje en el agua de bromo, y a continuación se hace una absorción por una solución clorhídrica de cloruro de cobre. Esta solución se prepara vertiendo un litro de ácido clorhídrico concentrado en 50 gramos de cloruro de cobre del comercio.

Para reducir el bicloruro, siempre presente, se añade torneaduras de cobre. La solución se mantiene al abrigo del aire, en contacto del cual se reoxidaría fácilmente.

3.<sup>a</sup> *Oxígeno*.—Se prepara una solución como sigue: Pequeños rodillos de cobre bien bruñidos se colocan en una solución compuesta, por partes iguales, de una solución saturada de carbonato amónico y amoniaco con agua a 0,93 de densidad. Como esta solución absorbe igualmente el óxido de carbono, se dosificará primero este gas y luego el oxígeno.

Una vez hecha esta solución, se hace pasar un volumen determinado de hidrógeno y su disminución indicará el volumen de oxígeno absorbido.

4.<sup>a</sup> *Acido carbónico*.—Se eliminarán los hidrógenos sulfurado y arseniado por el agua de bromo, y el ácido clorhídrico, por el paso del gas sobre cristales de sulfato de sosa hidratada. A continuación se dosifica el ácido carbónico, por absorción, en una lejía de potasa cáustica.

Se emplearán soluciones concentradas en la proporción de una parte de potasa por dos de agua.

5.<sup>a</sup> *Hidrógeno sulfurado*.—Se reconoce la presencia del hidrógeno sulfurado, por contacto con una disolución de acetato de plomo incoloro.

6.<sup>a</sup> *Hidrógeno arseniado*.—Se reconoce el hidrógeno arseniado por la aparición de trazas de arsénico metálico sobre un cuerpo frío, introducido en la llama del hidrógeno a analizar.

7.<sup>a</sup> *Hidrógeno fosforado*.—Se reconoce la presencia de éste por la aparición de anillos blanquecinos de ácido fosforado en el humo que se eleva por encima de la llama del gas examinado.

Dadas las pequeñas cantidades de hidrógeno sulfurado, arseniado y fosforado, posibles en el hidrógeno, su reconocimiento podrá hacerse por el agua de bromo que absorbe y oxida estos tres gases, y en la cual se buscarán los ácidos correspondientes.

8.<sup>a</sup> *Amoniaco*.—Se buscará éste por barbotaje del gas en un líquido débilmente ácido. Veinte litros de gas no deben hacer alcalino a 500 centímetros cúbicos de agua que contengan 1 centímetro cúbico de líquido normalmente ácido.

9.<sup>a</sup> *Acido clorhídrico*.—Se buscará en el sulfato de sosa hidratado, habiendo servido primeramente en la dosificación del óxido de carbono, después de haberse asegurado que el sulfato empleado no contenga ninguna traza de cloruro.

10.<sup>a</sup> *Nitrógeno*.—Se quemará el hidrógeno examinado con oxígeno puro y el nitrógeno quedará como residuo después de la combustión. La lectura se hará después de la eliminación del ácido carbónico formado y del oxígeno en exceso.

#### Medida de la fuerza ascensional del hidrógeno.

Una de las operaciones más importantes, tanto durante la fabricación del gas como después en su utilización, es la medida de su fuerza ascensional, la cual depende de su naturaleza y determina su calidad para emplearlo, o no, para llenar aeróstatos.

Describimos los aparatos más generalmente empleados en nuestro Servicio, que son el aparato Schilling, llamado también, aunque impropiamente, aparato Elster y el densímetro de gas sistema «Bachelard».

#### Aparato Schilling.

El fundamento de este aparato es bien conocido: Los tiempos  $t_1$  y  $t_2$ , que tardan en salir por un orificio capilar los volúmenes iguales y a la misma temperatura de dos gases de densidades  $d_1$  y  $d_2$ , son proporcionales a las raíces cuadradas de dichas densidades.

Es decir:

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{d_1}{d_2}} \quad [1].$$

Si, pues, se encierra en una probeta un volumen determinado de aire, haciendo pasar después dicho aire a través de un orificio capilar al exterior, midiendo el tiempo  $t_1$  que tarda en salir, y después se repite la misma operación, pero con hidrógeno en vez de aire, se podrá, conociendo  $d_1$ , calcular  $d_2$  y deducir, por lo tanto, la fuerza ascensional del hidrógeno.

Tomando  $d_1 = 1,293$ , peso del metro cúbico de aire a 0° y 760 milímetros, se obtendrá para  $d_2$  el peso del metro cúbico de hidrógeno, igualmente a 0° y 760 milímetros, cualquiera que sea la temperatura a que se realice la operación.

De la fórmula [1] se deduce:



$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} \quad \vee \quad \frac{d_1}{d_1 - d_2} = \frac{t_1^2}{t_1^2 - t_2^2},$$

de donde

$$d_1 - d_2 = \text{fuerza ascensional} = \frac{d_1 (t_1^2 - t_2^2)}{t_1^2},$$

o sea:

$$f = \frac{d_1 (t_1 - t_2) (t_1 + t_2)}{t_1^2} = 1,293 \times \left(1 - \frac{t_2}{t_1}\right) \left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right) \quad [2].$$

*Descripción del aparato.*—El aparato Schilling (fig. 3), se compone de una probeta de cristal  $E_1$  de mayor diámetro en la parte superior, como se ve en la figura. En el interior de dicha probeta va introducida otra segunda probeta  $E_2$ , también de cristal, abierta por el fondo y provista de dos casquillos metálicos  $g_1$  y  $g_2$ . El casquillo  $g_2$  sirve para reforzar su borde inferior.

El casquillo  $g_1$  cierra completamente la boca de la probeta  $E_2$ , lleva tres orejetas  $O_1$ ,  $O_2$  y  $O_3$  (fig. 4) que le sirven de apoyo sobre el borde de  $E_1$ . Tres pequeños resaltes  $p_1$ ,  $p_2$  y  $p_3$  sirven para fijar la posición de  $E_2$  en el interior de  $E_1$ . El casquillo  $g_1$  lleva dos tubos de cobre  $T_1$  y  $T_2$ , que comunican con el interior de  $E_2$ . El tubo  $T_1$  lleva una llave  $R_1$  de tres direcciones (fig. 5). En posición (1), la llave está cerrada; en posición (2), la salida del aire o hidrógeno contenido en el interior de  $E_2$  tiene lugar a través del tubo  $a$  con orificio de salida grande, y en posición (3) de la llave, la salida del gas o del aire tiene lugar a través de la boca  $b$ , pasando por un orificio capilar.

El tubo  $T_2$  lleva una llave de paso corriente  $R_2$  y una boca adecuada para ajustar a ella un tubo de caucho.

Sobre la probeta  $E_2$  van grabados en el cristal dos círculos horizontales  $c_1$  y  $c_2$  de color rojo, para que sean bien visibles.

*Funcionamiento del aparato.*—Se abre la llave  $R_2$  y se pone la llave  $R_1$  en posición (1). Se coloca  $E_2$  en el interior de  $E_1$  y se llena de agua esta última probeta. Se levanta la probeta  $E_2$  verticalmente hasta que sobresalga del nivel de agua que contiene  $E_1$ , se cierra en dicho momento la llave  $R_2$  y se introduce  $E_2$  en el interior de  $E_1$ . El aire contenido en el interior de  $E_2$ , al no tener salida por estar cerradas las llaves  $R_1$  y  $R_2$ , queda encerrado en dicha probeta. El nivel de agua en la probeta  $E_1$  se fijará hasta 1 centímetro por debajo del borde superior de dicha probeta.

Se abre entonces la llave  $R_1$ , colocándola en la posición (2). El aire contenido en el interior de  $E_2$  saldrá al exterior por el tubo  $a$ , siendo reemplazado el aire por una columna de agua, que irá subiendo en su interior, como fácilmente se comprende. Se cierra  $R_1$  (posición 1), y se abre  $R_2$ , sacando al exterior la probeta  $E_2$ , para llenarla de aire, cerrando entonces  $R_2$ . Se introduce  $E_2$  en  $E_1$ , se abre  $R_1$  y se repiten las operaciones anteriores media docena de veces para asegurarse de que en el interior de  $E_2$  no existe más que aire (precaución necesaria si el aparato se acaba de usar y ha contenido, por lo tanto, hidrógeno).

#### APARATO SCHILLING

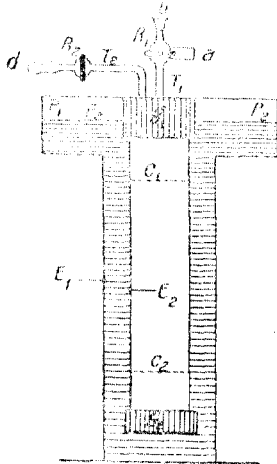


Fig. 3ª

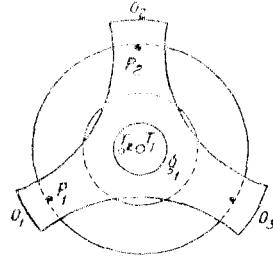
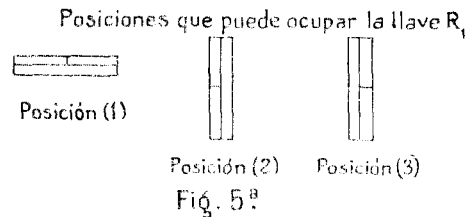


Fig. 4ª



Terminadas las operaciones anteriores, se abre la llave  $R_2$  y se extrae  $E_2$  fuera de  $E_1$ , se cierra  $R_2$  y  $R_1$  posición (1) y se introduce de nuevo en  $E_1$ , quedando la probeta  $E_2$  llena de aire. Se deja el aparato en esta posición durante unos minutos, para que el aire contenido en  $E_2$  tome la temperatura del agua contenida en  $E_1$ .

Transcurrido dicho tiempo, se coloca la llave  $R_1$  en posición (3); el aire saldrá al exterior lentamente por la boca  $b$ , que lleva un orificio capilar; el nivel de agua irá subiendo lentamente también en el interior de  $E_2$ ; en el momento preciso en que dicho nivel de agua pase por el trazo  $c_2$  (lo que se ve colocando la vista sobre el mismo plano horizontal que el círculo  $c_2$ ), se pone en marcha la aguja de un cuentasegundos.

La columna de agua continuará subiendo en el interior de  $E_2$  y, cuando el nivel de la misma pase precisamente por el trazo  $c_1$ , se detiene la aguja del contador de segundos. La diferencia de las lecturas hechas en el contador dará el tiempo en segundos que ha tardado en salir el aire contenido entre  $c_2$  y  $c_1$ , a través del orificio capilar de la boca  $b$ .

Se repite esta operación una docena de veces y se toma la media de los valores hallados. El resultado da el tiempo  $t_1$  de la fórmula [2].

Se coloca entonces la probeta  $E_2$  en comunicación con una toma del hidrógeno, cuya fuerza ascensional se quiere determinar, por medio de un tubo de caucho que se adapta a la boca  $d$ .

Se repiten las mismas operaciones que se habían hecho con el aire, pero ahora con hidrógeno, para lo cual, una vez empalmado  $E_2$  al manantial de gas, se levanta  $E_2$ , pero teniendo la precaución de que no salga del nivel de agua contenida en  $E_1$ , quedando sumergida  $E_2$  un par de centímetros en dicha agua; se abre entonces  $R_2$  y  $E_2$  y se llenará de hidrógeno. Se introduce  $E_2$  en  $E_1$  y se abre la llave  $R_1$  posición (2), escapando el gas al exterior a través del tubo  $a$ .

Es absolutamente indispensable repetir esta operación de lavado de  $E_2$  con hidrógeno, por lo menos diez veces, para tener la seguridad de que en el interior de  $E_2$  no queda absolutamente nada de aire, pues sin esta condición los resultados obtenidos serían falsos, ya que en vez de hidrógeno puro sería una mezcla de hidrógeno y aire.

Es, pues, necesario *armarse* de paciencia, llenar y vaciar  $E_2$  de hidrógeno una docena de veces antes de hacer una medida.

Cuando ya se ha decidido hacer la medida, se llena  $E_2$  de hidrógeno, como se ha dicho anteriormente, dejándolo en su interior unos minutos, para que el gas tome la temperatura del agua, como se hizo con el aire al medir  $t_1$ .

Se abre entonces  $R_1$ , posición (3), y se opera como con el aire, midiendo con un contador de segundos el tiempo que transcurre desde que el nivel de la columna de agua sube por el interior de  $E_2$  y pasa de  $c_2$  a  $c_1$ . Se obtiene de esta manera la duración de salida de la columna de hidrógeno contenida entre los trazos  $c_2$  y  $c_1$  a través del orificio capilar de la boca  $b$ .

Se repite esta medida una docena de veces y se toma la media de los resultados obtenidos, cuyo valor nos da el tiempo  $t_2$  de la fórmula [2].

Llevando los valores obtenidos en las operaciones anteriores para  $t_1$  y  $t_2$  a la fórmula [2], se obtendrá la fuerza ascensional  $f$  del gas ensayado.

*Ejemplo:* Suponiendo que se ha encontrado para  $t_1$  y  $t_2$  los valores  $t_1 = 148$  segundos y  $t_2 = 45$  segundos, se tendrá:

$$f = 1,293 \times \frac{(148 - 45)(148 + 45)}{148^2} = 1,173 \text{ kgs. por m.}^3$$

También se puede obtener la fuerza ascensional del gas por medio de la fórmula que hemos visto al principio:  $\frac{d_1}{d_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$ , y con ayuda de las tablas I y II.

La tabla I nos da los gramos que el peso del metro cúbico de aire excede al kilogramo, y, por lo tanto, el peso del metro cúbico de aire:  $P' = \frac{0,0017 \pi}{10,0036 \tau}$ , siendo  $\pi$  y  $\tau$  la presión y temperatura ambiente en el momento del ensayo. Y la tabla II nos proporciona el valor de la relación  $\frac{t_2^2}{t_1^2}$ , es decir, la densidad del hidrógeno con relación al aire, que llamaremos  $\delta$ . Por lo tanto, el peso  $P$  del metro cúbico de hidrógeno a la presión  $\pi$  y temperatura  $\tau$  ambiente, sería:

$$P = P' \times \delta,$$

y la fuerza ascensional del metro cúbico de gas será:

$$F_a = P' - P,$$

reemplazando en la fórmula anterior en vez de  $P$  su valor  $P' \times \delta$  se tendrá:

$$F_a = P' - P = P' - P' \times \delta = P' \times (1 - \delta) \quad [3].$$

*Ejemplo:* Supongamos que los valores hallados para  $t_1$  y  $t_2$ , así como los valores de la temperatura y presión ambientes en el momento del ensayo, sean los siguientes:

$t_1$ , 180 segundos = tiempo que tarda en salir el aire =  $t_a$ .

$t_2$ , 50 segundos = tiempo que tarda en salir el hidrógeno =  $t_h$ .

$\pi$ , 712 milímetros.

$\tau$ , 10 grados centígrados.

La tabla I, para los valores de 712 milímetros y 10 grados, nos da 168, o sea  $P' = 1,168$  kilogramos.

La tabla II, para los valores de  $t_1$  y  $t_2$ , da para valor de la relación  $\delta = \frac{t_2^2}{t_1^2} = 0,077$ .



Si no se encontrasen en las tablas alguno de los valores de  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $\pi$  o  $\tau$  y no se pudiera emplear directamente, se interpolaría en ellas o bien se

TABLA II, a doble entrada que permite calcular el peso del metro cúbico de aire  $P' = \frac{0,0017 \pi}{1 + 0,0036 \tau}$  para valores de la presión, que varían entre 680 y 715 milímetros de mercurio y de la temperatura desde 1° a 30° centígrados.

Los números de la tabla son los gramos que el peso del metro cúbico de aire excede a 1 kilogramo.

\* = PRESIONES EN MILÍMETROS DE MERCURIO

		PRESIONES EN MILÍMETROS DE MERCURIO																																		
		680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714
1	152	154	155	157	159	160	162	164	166	167	169	170	172	174	175	177	179	181	182	184	186	187	189	191	192	194	196	197	199	201	203	204	206	208	209	211
2	148	149	151	153	154	156	158	160	161	163	165	166	168	170	171	173	175	176	178	180	181	183	185	187	188	190	192	193	195	197	198	200	202	205	206	207
3	144	145	147	149	150	152	154	156	157	159	160	162	164	166	167	169	171	172	174	176	177	179	181	182	184	186	187	189	191	192	194	196	197	199	201	203
4	140	141	143	145	146	148	150	151	153	155	156	158	160	161	163	165	166	168	170	171	173	175	176	178	180	181	183	185	187	188	190	192	193	195	197	198
5	136	137	139	141	142	144	146	147	149	151	152	154	156	157	159	161	162	164	166	167	169	171	172	174	176	177	179	181	182	184	186	187	189	191	192	194
6	132	133	135	137	138	140	142	143	145	147	148	150	152	153	155	157	158	160	162	163	165	167	168	170	171	173	175	176	178	180	181	183	185	186	188	190
7	128	129	131	133	134	136	138	139	141	143	144	146	147	149	151	152	154	156	157	159	161	162	164	166	167	169	171	172	174	176	177	179	181	182	184	186
8	124	125	127	129	130	132	134	135	137	139	140	142	143	145	147	148	150	152	153	155	157	158	160	162	163	165	167	168	170	172	173	175	177	178	180	181
9	120	121	123	125	126	128	130	131	133	135	136	138	139	141	143	144	146	148	149	151	153	154	156	158	160	162	163	165	167	169	171	172	174	176	177	179
10	116	117	119	121	122	124	126	127	129	131	132	134	136	137	139	140	142	144	145	147	149	150	152	154	155	157	158	160	162	163	165	167	168	170	172	173
11	112	114	116	117	119	120	122	123	125	127	128	130	132	133	135	136	138	140	141	143	145	146	148	150	151	153	154	156	158	159	161	163	164	166	168	169
12	108	109	111	113	114	116	118	119	121	123	124	126	127	129	131	132	134	136	137	139	140	142	144	146	147	149	150	152	154	155	157	158	160	162	163	165
13	104	106	108	109	111	112	114	116	117	119	121	122	124	125	127	129	130	132	134	135	137	138	140	142	143	145	147	148	150	151	153	155	156	158	160	161
14	101	102	104	105	107	109	110	112	113	115	117	118	120	122	123	125	126	128	130	131	133	135	136	138	139	141	143	144	146	148	149	151	152	154	156	157
15	97	98	100	102	103	105	106	108	110	111	113	115	116	118	119	121	123	124	126	127	129	131	132	134	135	137	139	140	142	144	145	147	148	150	152	153
16	93	95	96	98	99	101	103	104	106	108	109	111	112	114	116	117	119	120	122	124	125	127	128	130	132	133	135	136	138	140	141	143	144	146	148	149
17	89	91	93	94	96	97	99	101	102	104	105	107	109	110	112	113	115	117	118	120	121	123	125	126	128	129	131	133	134	136	137	139	141	142	144	145
18	86	87	89	90	92	94	95	97	98	100	102	103	105	106	108	110	111	113	114	116	118	119	121	122	124	125	127	129	130	132	134	135	137	138	140	142
19	82	84	85	87	88	90	92	93	95	96	98	99	101	103	104	106	107	109	111	112	114	115	117	119	120	122	123	125	127	128	130	131	133	134	136	138
20	78	80	82	83	85	86	88	89	91	93	94	96	97	99	101	102	104	105	107	108	110	112	113	115	116	118	120	121	123	124	126	128	129	131	132	134
21	75	76	78	80	81	83	84	86	87	89	91	92	94	95	97	98	100	102	103	105	106	108	110	111	113	114	116	117	119	121	122	124	125	127	128	130
23	71	73	74	76	77	79	81	82	84	85	87	89	90	92	93	95	96	98	100	101	103	104	106	107	109	111	112	114	115	117	118	120	122	123	125	126
23	68	69	71	72	74	75	77	79	80	82	83	85	86	88	90	91	93	94	96	97	99	101	102	104	105	107	108	110	112	113	115	116	118	119	121	123
24	64	66	67	69	70	72	73	75	77	78	80	81	83	84	86	87	89	91	92	94	95	97	98	100	102	103	105	106	108	109	111	113	114	116	117	119
25	61	62	64	65	67	68	70	71	73	75	76	78	79	81	82	84	85	87	89	90	92	93	95	96	98	100	101	103	104	106	107	109	110	112	114	115
26	57	59	60	62	63	65	66	68	69	71	72	74	76	77	79	80	82	83	85	86	88	90	91	93	94	96	97	99	100	102	104	105	107	108	110	111
27	54	55	57	58	60	61	63	64	66	68	69	71	72	74	75	77	78	80	81	83	85	86	88	89	91	92	94	95	97	99	100	102	103	105	106	108
28	50	52	53	55	56	58	59	61	63	64	66	67	69	70	72	73	75	76	78	80	81	83	84	86	87	89	90	92	93	95	97	98	100	101	103	104
29	47	48	50	51	53	54	55	57	59	61	62	64	65	67	68	70	71	73	74	76	78	79	81	82	84	85	87	88	90	91	93	94	96	97	99	101
30	43	45	46	48	49	51	53	54	56	57	59	60	62	63	65	66	68	69	71	72	74	75	77	79	80	82	83	85	86	88	89	91	92	94	95	97

$$P' = \frac{0,0017 \pi}{1 + 0,0036 \tau} \quad \text{Y} \quad \delta = \frac{t_2^2}{t_1^2}$$

obtendrían los valores de  $P'$  y  $\delta$  directamente por medio de las formulas

El aparato Schilling exige para que los resultados sean aceptables mucho cuidado y mucha paciencia. Siempre que sea posible, todas las medidas debe de hacerlas una misma persona para que no haya error en apreciar el paso de la columna de agua por los círculos marcados  $C_2$  y  $C_1$ .

Para hacer las observaciones de los tiempos  $t_1$  y  $t_2$ , un observador será el encargado de apreciar el paso de la columna de agua por  $C_2$  y  $C_1$ , mientras que un segundo observador se encargará de medir el tiempo con ayuda de un cronómetro; unos segundos antes de llegar la columna de agua a  $C_2$  o  $C_1$ , el observador primero prevendrá al segundo por medio de la palabra «atención», y en el instante preciso en que la citada columna de agua pase por las señales  $C_2$  o  $C_1$ , dará la voz de «ya», a cuya voz el observador encargado del cronómetro pondrá en marcha la aguja del mismo al paso de la columna de agua por  $C_2$  y la detendrá al paso por  $C_1$ .

*Determinación de las correcciones que hay que efectuar a las medidas de la fuerza ascensional hechas con el aparato Schilling.*—El aparato Schilling, empleado corrientemente en aerostación y cuya teoría hemos dado a conocer anteriormente, admite que los cuadrados de los tiempos que tardan en salir los volúmenes de aire e hidrógeno  $t_a$  y  $t_h$ , son proporcionales a los pesos específicos o a las densidades, deduciéndose que la fuerza ascensional del hidrógeno es

$$F_a = 1,293 \text{ kgs. } \left[ 1 - \left( \frac{t_h}{t_a} \right)^2 \right].$$

Esta fórmula no es más que aproximada, porque el estado higrométrico del aire de comparación, en el caso del empleo en el aparato de un líquido sin tensión de vapor o el estado higrométrico tomado en el aparato por el aire y el hidrógeno, en el caso de empleo de agua, tiene una influencia sobre el tiempo de salida.

Si se trata de buscar cuál será a  $0^\circ$  y 760 milímetros la fuerza ascensional del hidrógeno impuro seco en el aire seco, es fácil, en el caso de empleo del agua en el aparato, calcular la corrección que hay que introducir al resultado dado por la fórmula más arriba indicada.

Se puede admitir, en efecto:

1.º Que a una misma presión y a una misma temperatura los cuadrados de los tiempos de salida  $t_a$  y  $t_h$  de las mezclas gaseosas, aire y vapor de agua por una parte, hidrógeno y vapor de agua por otra, son proporcionales a los pesos del metro cúbico de estas mezclas en las condiciones de presión y de temperatura de la medida.

2.º Que estas dos mezclas gaseosas están a la temperatura del agua

del aparato y que están enteramente saturadas de vapor de agua a esta temperatura.

CORRECCIÓN A.—Sean:  $p_o = 1,293$  kilogramos el peso específico del aire seco a  $0^\circ$  y 760 milímetros de presión;  $q_o =$  el peso específico del hidrógeno impuro seco a la misma presión y temperatura;  $p'$  y  $q'$ , los pesos del metro cúbico de aire y de hidrógeno impuro saturados de vapor de agua a la presión  $P$  y a temperatura  $T$ .

En estas condiciones se tiene  $\left(\frac{t_h}{t_a}\right)^2 = \frac{q'}{p'}$ , y la fórmula de  $F_a$  da para ésta

$$F'_a = p_o \left(1 - \frac{q'}{p'}\right) = p_o \left(\frac{p' - q'}{p'}\right)$$

y la fuerza ascensional en el estado seco a  $0^\circ$  y 760 milímetros

$$F_a = p_o - q_o = p_o \left(\frac{p_o - q_o}{p_o}\right)$$

la relación entre  $F_a$  y  $F'_a$  es fácil de calcular.

En efecto: sean  $P$  la presión del gas húmedo,  $\delta$  la densidad del vapor de agua (0,622),  $f$  la tensión del vapor de agua saturado a la temperatura  $T$ , se tendrá

$$p' = p_o \frac{1}{1 + \alpha T} \cdot \frac{P - f}{760} + p_o \frac{1}{1 + \alpha T} \cdot \frac{\delta \cdot f}{760}$$

$$q' = q_o \frac{1}{1 + \alpha T} \cdot \frac{P - f}{760} + q_o \frac{1}{1 + \alpha T} \cdot \frac{\delta \cdot f}{760}$$

$\alpha$  coeficiente de dilatación de los gases,

de donde se deduce

$$\frac{p' - q'}{p'} = \frac{p_o - q_o}{p_o} \times \frac{P - f}{P - f + \delta \cdot f} = \frac{p_o - q_o}{p_o} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta \cdot f}{P - f}}$$

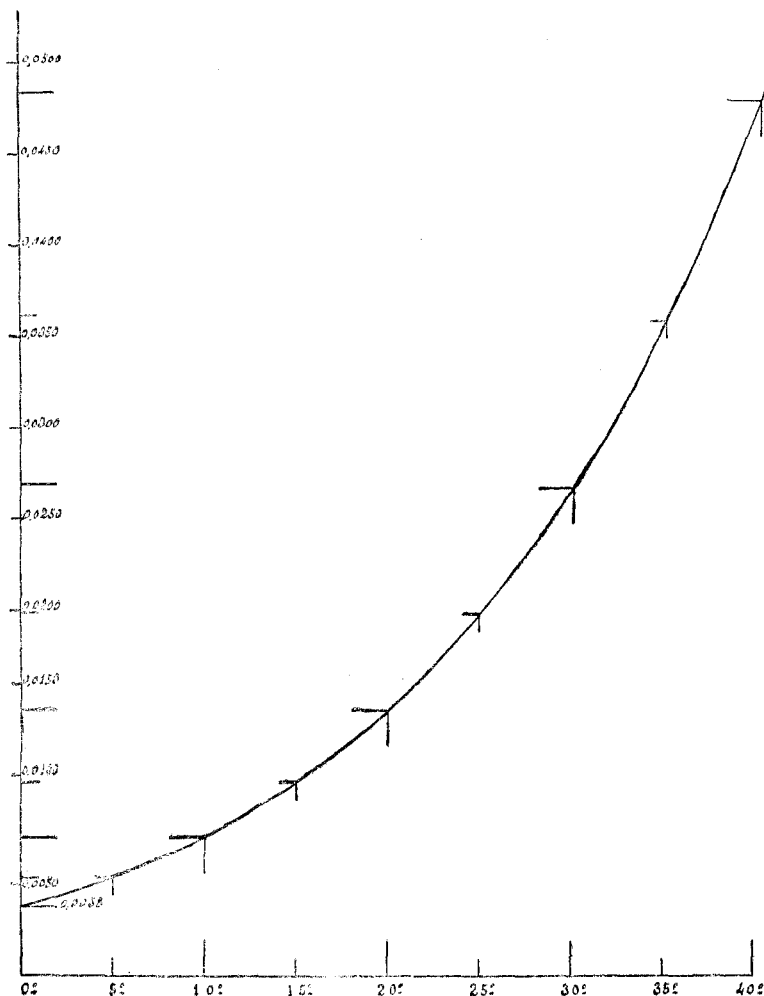
comparando esta última relación con las de los valores de  $F_a$  y  $F'_a$  se obtiene

$$F_a = F'_a \left(1 + \frac{\delta \cdot f}{P - f}\right)$$



que es la corrección que hay que introducir a la  $F'_a$ , o sea una corrección aditiva que tiene por valor  $F'_a \times \frac{\delta f}{P - f}$ .

*Aplicación práctica.*—En la práctica,  $P$ , es la presión atmosférica, y



$f$ , es pequeño a  $0^\circ f = 4,6$  y a  $30^\circ f = 31,5$ . Se puede, pues, sin error sensible, reemplazar  $P$  por 760 milímetros en el término de corrección.

Por otra parte, si se trata de buscar la fuerza ascensional en el estado seco de un hidrógeno poco impuro, es decir, una fuerza ascensional en el estado seco, comprendida entre 1,160 y 1,200 gramos, y la medida se

hace a una temperatura del agua comprendida entre 0° y 30°, se puede, sin cometer por este hecho un error superior a gramo y medio, reemplazando  $F'_a$  por un valor medio  $F'_a = 1,168$  kilogramos. Esta  $F'_a$  es la de un gas en el estado saturado a 15°, de fuerza ascensional 1,180 kilogramos en el estado seco.

El término de corrección práctico viene a ser entonces  $1,168 \frac{\delta f}{760 - f}$ . La curva del abaco (pág. 29) da los valores en función de  $T$  entre 0° y 40° centígrados del factor  $\gamma = \frac{\delta \cdot f}{760 - f}$ , permitiendo así dibujar la tabla de correcciones prácticas en función de  $T$ :

$\delta$  = densidad del vapor de agua 0,622.

$f$  = tensión del vapor de agua saturada a  $T$  grados en milímetros de mercurio.

CORRECCIÓN B.—*Precisión de la medida de los tiempos de salida.*—Las causas de error, son:

1.<sup>a</sup> La imprecisión de la posición de los meniscos del líquido.

2.<sup>a</sup> La dificultad de apreciar exactamente los momentos del paso del agua delante de las referencias  $C_2$  y  $C_1$  y, por consecuencia, medir exactamente las duraciones de salida  $t_a$  y  $t_h$ .

Llamemos al primer error  $\varepsilon_1$  y al segundo  $\varepsilon_2$ , error resultante.

Se puede admitir que en las condiciones experimentales, indicadas más adelante, el error cometido en el tiempo verdadero como consecuencia de estas dos causas, no excede a  $\frac{1}{5}$  de segundo para  $t_h$  y a  $\frac{3}{5}$  de segundo para  $t_a$ . Ahora bien, en la práctica  $t_a = 150$  y  $t_h = 50$ , es decir,  $\left(\frac{t_h}{t_a}\right)^2 = \frac{1}{9}$ . El error relativo máximo admitido lo mismo en  $t_a$  como en  $t_h$ , es  $\frac{1}{250}$ . Llamando  $\left(\frac{t_h}{t_a}\right)^2 = z$

$$\frac{dz}{z} = 2 \frac{dt_h}{t_h} - 2 \frac{dt_a}{t_a}.$$

En la hipótesis más desfavorable, en que los errores cometidos en  $t_a$  y  $t_h$  sean de signos contrarios, la expresión anterior se convierte en suma. El valor  $\frac{dz}{z}$  es

$$\frac{dz}{z} = \frac{4}{250} = \frac{16}{1000} \quad \text{o} \quad dz = \frac{16}{1000} \cdot \frac{1}{9}.$$

El error relativo máximo de  $F'_a = 1,293(1 - z)$  es, pues,

$$\frac{d F'_a}{F'_a} = \frac{d z}{1 - z} = \frac{16}{1000} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{16}{8000} = \frac{2}{1000}.$$

Se toma la media de tres medidas, como mínimo, para disminuir el valor de error relativo; el error absoluto resultante puede ser considerado en la práctica del orden de un gramo.

Llamando  $\epsilon_3$  el error resultante de las correcciones A y B.

La corrección verdadera es  $F'_a \frac{\delta f}{P - f}$ .

La corrección hecha es  $1,168 \frac{\delta f}{760 - f}$ ; el error cometido será:

$$\epsilon_3 = F'_a \frac{\delta f}{P - f} \cdot \left[ 1,168 \cdot \frac{\delta f}{760 - f} \right]$$

como se ve es función de  $F'_a$ ,  $P$  y  $f$ .

Suponiéndolo positivo, se determinará su valor máximo haciendo  $F'_a$ , máximo;  $P$ , mínimo = 740 milímetros;  $f$ , máximo, y como suponemos, la temperatura máxima de  $30^\circ$   $f = 31,5$  milímetros.

Se tomará  $F'_a$ , valor máximo = 1,190 kilogramos, que corresponde a un hidrógeno de gran pureza en el estado saturado a  $30^\circ$ , y por tanto,

$$\epsilon_3 = 38,84 - 31,41 = 1,43$$

después de sustituir en la fórmula hallada de  $\epsilon_3$ .

Si suponemos el error negativo, se determinará su valor absoluto, haciendo:

$F'_a$  = mínimo.

$P$  = máximo = 780 milímetros.

$f$  = máximo = 31,5 milímetros.

Ya vimos que el valor mínimo de  $F'_a$  (fuerza ascensional en el estado saturado a  $30^\circ$ ), es la que corresponde al valor mínimo, o sea a  $0^\circ$  a estado seco,  $F_a = 1,150$  aproximadamente, sustituyendo, se tiene.

$$\epsilon_3 = 31,41 - 29,9 = 1,51$$

es, pues, en valor absoluto al máximo igual a 1,50 gramos. En la práctica viene a ser un gramo.

### Densímetro de gas sistema Bachelard.

*Descripción del aparato.*—Se compone (fig. 6.) de una balanza *A*, sensible al miligramo, y cuyos brazos soportan: uno la esfera hueca de

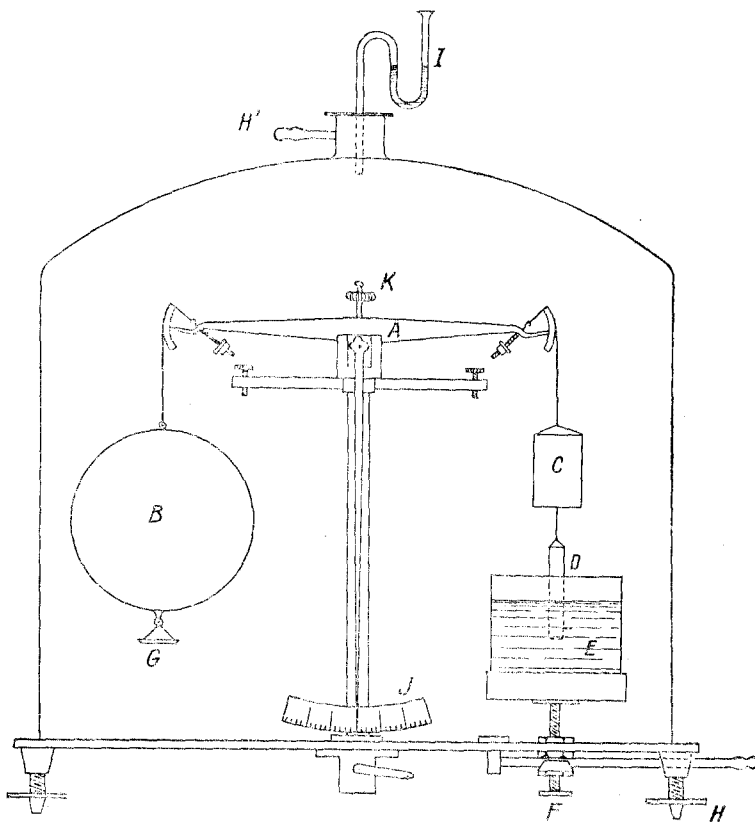


Fig. 6.<sup>a</sup> Densímetro de gas sistema Bachelard.

crystal *B* y el otro un contrapeso *C*, que equilibra el peso de la esfera de cristal.

De este contrapeso *C* está suspendido por medio de un hilo de seda un pequeño cilindro de cobre *D*, sumergido en el líquido del recipiente *E* montado sobre el tornillo *F*, que le comunica movimiento ascendente o descendente, según se desee.

La balanza va encerrada, como se ve en la figura, en una campana

de cristal que lleva dos tubos  $H$  y  $H'$ , que comunican con su interior, y un manómetro de agua  $I$ .

El líquido que contiene el recipiente  $E$  es generalmente aceite de vaselina u otro líquido no volátil. Supongamos el sistema en equilibrio sin intervención del cilindro  $D$  ni del líquido del recipiente  $E$ ; si se reemplaza el aire contenido en el interior de la campana de cristal por un gas de densidad menor, se comprende que el peso del fluido desplazado por la esfera de cristal, siendo menor, el empuje sobre la superficie de la misma disminuirá y la balanza se inclinará del lado de la esfera.

En estas condiciones, a la menor disminución de densidad del medio gaseoso en el interior de la campana se rompería el equilibrio de la balanza, sin indicar la medida de su disminución. A este efecto, se hace intervenir el cilindro  $D$  sumergido en el líquido del recipiente  $E$ .

Para fijar las ideas, supongamos que la diferencia entre los volúmenes de la esfera  $B$  y del contrapeso  $C$  sea de 1 decímetro cúbico, y que la sección del cilindro  $D$  sea exactamente 10 milímetros cuadrados.

Si el peso del metro cúbico del gas contenido en el interior de la campana disminuye en 10 gramos, el peso de la esfera de cristal  $B$  aumentará en  $\frac{10}{1000} = 0,01$ , y la balanza  $A$  se inclinará del lado de la esfera  $B$

elevándose el cilindro  $D$  y saliendo del líquido del recipiente  $E$ ; pero cada milímetro de cilindro que salga del nivel del líquido del recipiente  $E$ , representa un volumen de 10 milímetros cúbicos del mismo. El empuje del líquido sobre el cilindro  $D$  disminuirá en el peso de 10 milímetros cúbicos del mismo, es decir, en 1 centígramo aproximadamente; resulta que cada disminución de 10 gramos en el peso del metro cúbico del gas contenido en el interior del aparato, supone una elevación del cilindro  $D$  de 1 milímetro. Este movimiento se mide por el desplazamiento de la aguja fiel de la balanza  $A$  ante el cuadrante graduado  $J$ .

Las cifras indicadas en el cuadrante  $J$  representan la fuerza ascensional del gas en gramos por metro cúbico entre 400 y 1.200 gramos. Cada división representa 10 gramos y se puede apreciar hasta un gramo.

El modo de empleo es el siguiente: Hacer coincidir el fiel de la balanza con el cero del cuadrante  $J$  por medio de pesos adicionales colocados en el platillo  $G$ , o mejor, subiendo o bajando el nivel del líquido del recipiente  $E$  por medio del tornillo  $F$ .

Colocar la campana de cristal teniendo la precaución de dar a los bordes de la misma una pequeña capa de sebo, o grasa consistente, para evitar fugas de gas. Estando abiertas las llaves  $H$  y  $H'$  se hace circular por el interior de la campana una corriente del gas a ensayar, que entrará por la llave  $H$  saliendo al exterior por la  $H'$ .

Esta corriente de gas irá arrastrando el aire del interior de la campana y al cabo de unos dos minutos, puede asegurarse que únicamente existe en su interior una atmósfera del gas que se está ensayando; la balanza se habrá ido inclinando sucesivamente hasta estabilizarse cuando haya sido arrastrado el aire del interior de la campana y reemplazado por el gas que se ensaya.

Hay que tener la precaución de verificar en todo instante la igualdad de la presión interior con la presión atmosférica, por medio del manómetro de agua *I*. El fiel de la balanza indicará sobre el cuadrante *J* la fuerza ascensional del gas ensayado en gramos por metro cúbico.

Las indicaciones obtenidas con este aparato son muy precisas, sobre todo si se ha tenido el cuidado de reglar bien la balanza al máximo de sensibilidad por medio del botón espoleado *K*.

Permite además este aparato vigilar continuamente la fabricación de un gas ligero (gas del alumbrado, hidrógeno, helio, etc.), y seguir todas las variaciones de su fuerza ascensional durante su producción.

En fin, el aparato puede ser utilizado para denunciar la presencia de pequeñas cantidades de un gas en una atmósfera dudosa. Basta para esto suprimir el recipiente *E* y el cilindro *D*, equilibrando después en el aire la esfera *B* y su contrapeso *C*. La más pequeña cantidad de gas hará inclinar la balanza del lado de la esfera.

## CAPITULO II

### Ensayo de telas.

Las telas, tanto impermeables como cauchotadas, deben someterse a varias pruebas antes de su admisión para el entelado de aeroplanos y confección de aeróstatos. Estos ensayos se refieren:

- 1.º Ensayos a la permeabilidad.
- 2.º Ensayos a la presión interior.
- 3.º Ensayos a la tracción.
- 4.º Ensayos del peso por metro cuadrado.
- 5.º Ensayos a través de potente manantial de luz.

#### Permeabilidad de las envueltas al gas.

Según estudios de la Academia de Ciencias, el hidrógeno se disuelve en el caucho de las envueltas, que le dejan escapar al exterior, como se escapa el amoníaco de una solución amoniacal. Para corregir este in-

conveniente, basta con forrar el interior del aeróstato de tela cauchotada con una envuelta impregnada de una solución de gelatina en glicerina.

La pérdida de hidrógeno a través del tejido cauchotado se atribuye a la diferencia en las características de los gases; esto es cierto respecto al caucho, que tiende a hacerse resinoso. Pero la verdadera causa de la permeabilidad del tejido es la absorción del hidrógeno por el caucho. Al cabo de un cierto tiempo de inflación, el caucho forma un compuesto con el hidrógeno, en el cual la ósmosis se hace posible. Si se desinfla el globo el tejido recobra su impermeabilidad primera. El caucho es, pues, un impermeabilizante defectuoso.

Para remediar la difusión del hidrógeno se puede emplear también, sobre la capa de caucho, un barniz formado por acetato de celulosa, o por una mezcla de acetatocelulosa y caucho en disolución en tetracloruro de etano. Este barniz protege, además, hasta cierto punto, la capa de caucho contra las alteraciones debidas al contacto del aire. Como ejemplo puede emplearse la siguiente mezcla: Acetatocelulosa, 15 partes; caucho, 2 partes; tetracloruro de etano, 100 partes. \*

*Métodos primitivos.*—Durante la guerra se empleaba en muchas fábricas el aparato Wurtgel, de ensayo automático. Un disco de tela extendido mantiene un volumen de gas, bajo presión (hidrógeno, gas del alumbrado), sobre el cual obra una columna de mercurio contenido en un tubo equilibrado por medio de un contrapeso circular. El gas, al escaparse a través de la tela, hace bajar el nivel del mercurio, y el tubo, levantándose, dibuja, por medio de un lápiz, sobre un tambor, movido por un sistema de relojería, la curva correspondiente.

Las pesquisas seguidas en el Instituto Mecanotecnológico de la Escuela Técnica Superior de Dresde, han establecido que la permeabilidad a los gases de las placas de caucho y telas engomadas para globos, dependía de la presión y de la temperatura. Las condiciones de ensayo corresponden lo más posible a las condiciones naturales en que están colocadas las telas de globos.

El hidrógeno, al atravesar la tela, es inmediatamente arrastrado por una corriente de aire y recogido. El aire y el gas se mantienen al mismo grado de humedad (aproximadamente 60 por 100) pasando a través de una redoma de ácido sulfúrico de una concentración dada.

La cámara de difusión consiste en un paralelepípedo aplastado y dividido en dos por la tela del globo; esta última tiene una superficie de 0,15 metros cuadrados y está extendida y fija fuertemente para evitar pérdidas. Un aspirador hidráulico aspira el aire que afluye a la cámara superior durante el ensayo. Este aire se analiza por el interferómetro de

gases, sistema Zeiss, en que la intensidad óptica de la mezcla de aire y de hidrógeno se determina de una manera precisa. El interferómetro permite seguir de una manera conocida las variaciones y aumentos de hidrógeno en esta mezcla.

Los ensayos dan los resultados siguientes: En placas de caucho vulcanizado o sin vulcanizar, la velocidad de difusión del hidrógeno aumenta con la presión, pero no proporcionalmente. La permeabilidad máxima de una tela cauchotada se alcanza cuando la película de caucho está completamente saturada de hidrógeno.

A este máximo se llega rápidamente cuando la materia ha estado preliminarmente en contacto con el hidrógeno, aun sin presión. En las telas simples cauchotadas, la permeabilidad no se debe solamente a la absorción del hidrógeno por el caucho, sino que está sometida también a las leyes de difusión a través de los orificios capilares en paredes delgadas. La tela doble cauchotada, con las dos telas en tejido recto, tienen 10 por 100 más de permeabilidad que las telas al biés, aunque la relación entre el peso de la goma y el tejido sea la misma. La permeabilidad de los tejidos triples no llega a 10 litros por metro cuadrado en veinticuatro horas, aun para presiones elevadas. Para una misma presión, pero para temperaturas crecientes, la velocidad de difusión en el caucho de las telas cauchotadas, aumenta proporcionalmente a la elevación de temperatura.

Químicos notables establecen las reglas siguientes: La permeabilidad del caucho a los gases es directamente proporcional a la diferencia de las presiones a que está sometido, y aumenta rápidamente con la temperatura.

#### APARATOS PARA MEDIR LA PERMEABILIDAD AL HIDROGENO DE LAS TELAS CAUCHOTADAS

*Definición de la permeabilidad.*—Supongamos (fig.7) un cilindro metálico *C*, sumergido en una cubeta *A* con agua, y que en la parte superior del cilindro *C* se coloque una probeta de tela cauchotada *T*, que cierre herméticamente el cilindro por medio de juntas de goma y anillos metálicos circulares *J*.

Una vez colocada la probeta, se inyecta hidrógeno por el tubo *H* en el interior del cilindro *C* hasta que el manómetro *M* marque una presión de 30 milímetros de agua. El volumen de gas interior está medido bajo la presión aparente de 30 milímetros de agua (exceso de la presión interior sobre la presión atmosférica del momento o sobrepresión). Al cabo de veinticuatro horas se mide el nuevo valor del volumen ga-



seoso en el interior del cilindro *C*. La diferencia de las dos medidas, evaluada en litros y relacionada al metro cuadrado de la tela, teniendo en cuenta las dimensiones de la probeta *T*, representa la permeabilidad de la tela ensayada. Se dice que una tela presenta una permeabilidad

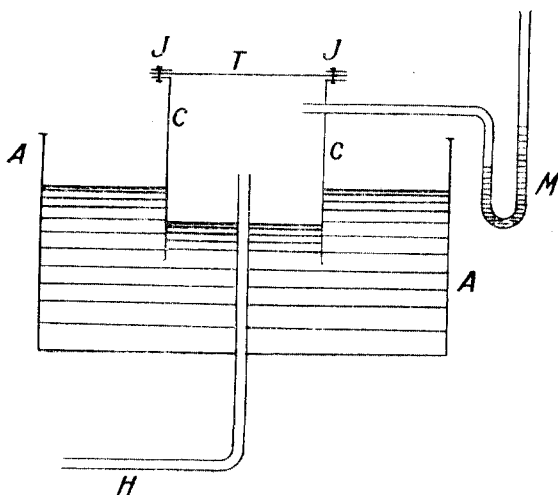


Fig. 7.

de  $n$  divisiones cuando pierde, en las condiciones anteriores,  $n$  litros por metro cuadrado de superficie en veinticuatro horas.

*Principales aparatos de medida.*—Describimos algunos de los que más generalmente se suelen usar, y que posee el Laboratorio de nuestro Servicio de Aerostación.

#### Balanza Renard.

*Descripción del aparato.*—El cilindro *C* (fig. 8) flota en el interior de la cubeta *BE* llena de agua. La presión en el interior del cilindro se mantiene constante por medio de un lastrado conveniente de la parte móvil apoyada en una de las extremidades de una balanza, cuya otra extremidad lleva un platillo para colocación del peso *P*. El desplazamiento del fiel de la balanza mide la variación del volumen del gas contenido en el interior del cilindro *C*, indicando la aguja *A* en la escala *R* la pérdida en litros por metro cuadrado, a cuyo efecto, y teniendo en cuenta las dimensiones fijas de las probetas que se ensayan, se han graduado los desplazamientos del fiel de la balanza, para dar directamente

dichas lecturas. Con objeto de disminuir los errores en los ensayos, debidos a las variaciones de temperatura de la balanza, debe ser colocada en un cuarto donde la temperatura sea muy poco variable.

*Causas de errores.*—Las principales causas que pueden falsear las medidas, son:

1.<sup>a</sup> La imperfección de las juntas que dan lugar a fugas de hidrógeno por los bordes de las probetas (pérdidas marginales). Con precauciones convenientes y con sumo cuidado al colocar las probetas, se puede eliminar esta causa de error.

2.<sup>a</sup> Las variaciones de volumen interior del gas en el cilindro *C*,

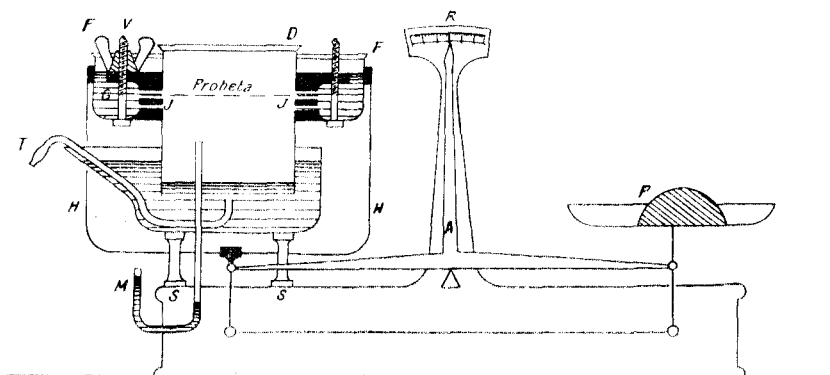


Fig. 8.—Balanza Renard (tipo Chalais).

debidas a las variaciones de temperatura de la masa gaseosa, por una parte, y de la presión atmosférica, por otra.

3.<sup>a</sup> Las pérdidas de agua por evaporación.

*Corrección de los errores.*—El error debido a la primera de las causas anteriores, ya se ha dicho que con las debidas precauciones al colocar la probeta en el cilindro *C* y cuidado con las juntas, puede eliminarse. En la segunda, las variaciones de volumen de la masa gaseosa, debidas a las variaciones de la temperatura y de la presión exterior, siendo reversibles, la corrección es fácil de hacer, aplicando la ley de Mariotte.

Para el grado de precisión necesario en los ensayos corrientes de recepción de telas, el abaco (fig. 9) establecido para valores medios de los elementos, facilita esta corrección.

La tercera causa de error se ha demostrado en la práctica, que es despreciable.

**Modo de efectuar los ensayos con la balanza Renard.**

*Preparación de las probetas.*—Cortar de la pieza de tela que se va a ensayar una muestra cuadrada de 0,30 por 0,30 metros. Plegar la mues-

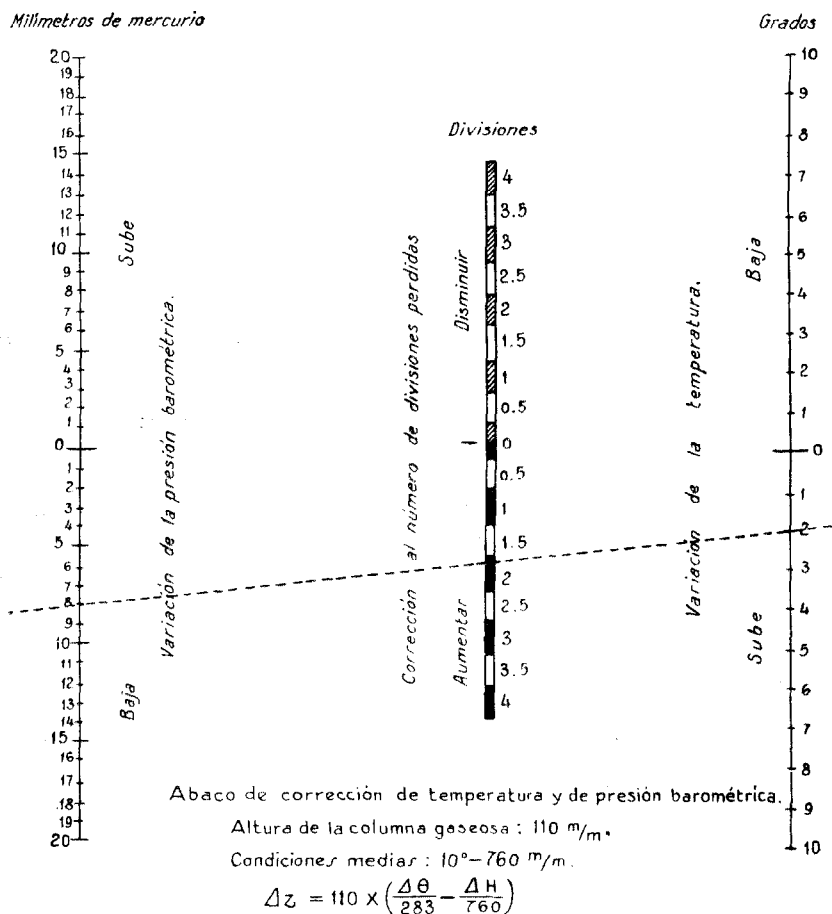


Fig. 9.—Balanza Renard (tipo Chalais).

tra anterior en forma de acordeón por pliegues paralelos, de anchura próximamente de:

Un centímetro para las telas sencillas o dobles.

Dos centímetros para las telas triples.

Mantener la tela así plegada, durante diez minutos, bajo un peso uniformemente repartido de 15 kilogramos.

Repetir después la operación anterior, pero plegando la tela esta vez en dirección perpendicular a la primera.

Terminada la operación anterior y desplegada la muestra de tela, se traza en ella, con una plantilla circular que existe al efecto, una circunferencia de 235 milímetros de diámetro, recortando después con unas tijeras el círculo que resulta y quedará la probeta en condiciones de usarla.

Señalar con un lápiz, por ejemplo, en la cara exterior de la probeta, la marca correspondiente al trozo de tela que se ensaya, para luego anotar debidamente los resultados de las pruebas.

Toda probeta deteriorada lo más mínimo durante las operaciones anteriores, o al colocarla en la balanza para ensayo, hay que eliminarla.

*Colocación de la probeta en la balanza.*—Untar ligeramente y con regularidad sobre los bordes y en las dos caras de la probeta, en una anchura de 15 ó 16 milímetros, con una mezcla de la composición siguiente:

Agua.....	3 partes.
Gelatina.....	1 parte.

Hervir después la mezcla anterior hasta que se disuelva la gelatina, y añadir: unas gotas de creosota y una parte de glicerina.

El cilindro móvil *C* se retira de su soporte *H* y se coloca sucesivamente sobre su collarete:

- 1.º La junta de caucho *J*.
- 2.º La probeta de tela a ensayar.
- 3.º La corona cubrejunta *D*.

Para las telas sencillas, con el fin de que al apretar las juntas no se corten las telas, se coloca sobre la probeta un collarete de tela sencilla, de diámetro exterior de 235 milímetros, e interior de 185.

Atornillar metódicamente las tuercas de mariposa *V* de los tornillos *G*; apretar primero y moderadamente dos tuercas diametralmente opuestas, después las dos tuercas situadas en un diámetro perpendicular al anterior y después las tuercas intermedias. Una vez apretadas todas las tuercas con moderación, terminar apretándolas enérgicamente todas. La colocación de la probeta es una operación en la que hay que tener sumo cuidado, pues de ella y de que las juntas estén bien hechas depende el resultado del ensayo, pudiendo dar lugar a juicios erróneos sobre las características de las telas. Comprobar que el manómetro *M* esté lleno de agua hasta su división media.

*Carga de gas.*—Colocar el cilindro *C* sobre su soporte *H*, cargar el platillo opuesto *P* para que baje hasta su límite inferior (precaución necesaria para evitar que las oscilaciones de la balanza puedan dar origen a entradas de aire en el interior del cilindro *C*). Verter agua en el interior de la cubeta *B E*, hasta que el manómetro *M* indique una presión de 3 milímetros, aproximadamente. Unir el tubo de llegada de gas *T* a un cilindro de hidrógeno comprimido, que disponga de un reductor de presión para regular la salida del hidrógeno. Dar entrada al gas en el interior del cilindro *C*, y una vez lleno, hacer barbotear el gas durante cinco minutos a pequeña presión; el gas en exceso se evacúa a través del agua de la cubeta fija *B E*. Sumergir la punta de la probeta en agua vertiéndola en la cubeta anular superior *F F*. Cerrar la entrada de gas.

*Graduación del aparato y primera lectura.*—Al cabo de un cuarto de hora (tiempo necesario para que se establezca el equilibrio de la temperatura), se reduce progresivamente el peso del platillo *P*, hasta que el manómetro *M* indique una presión de 30 milímetros exactamente. Si durante esta operación va subiendo el nivel del agua en la cubeta fija *B E* hasta el punto de desbordarse, se extrae el agua por medio de una jeringa, de tal modo, que, a la presión de 30 milímetros, el nivel del agua en la cubeta quede a 2 milímetros del borde, próximamente.

En seguida se lee la graduación que marque la aguja *A* en la escala *R* con la mayor aproximación que sea posible (media división de la escala). La lectura hecha se anota, así como también la hora, la temperatura y la presión atmosférica.

*Segunda lectura.*—Al principio de la operación se vigila el aparato cada dos horas. Si la pérdida de hidrógeno es importante, se hace otra segunda lectura y se detiene el ensayo cuando se haya llegado a una pérdida de 20 divisiones en la escala *R*, próximamente.

En caso contrario, esperar a las veinticuatro horas y comprobar la presión del manómetro *M*. Si ha variado ligeramente, volverla otra vez a 30 milímetros por medio del peso del platillo *P*.

Hacer una nueva lectura y anotar la graduación que señala la aguja *A* en la escala *R*, así como la hora, temperatura y presión barométrica.

La diferencia entre las dos lecturas de la escala *R*, corregida la influencia de las variaciones de temperatura y presión exteriores por medio del abaco (fig. 9), mide la pérdida en litros por metro cuadrado, a través de la probeta, en el tiempo que ha durado el ensayo, de la cual se deduce fácilmente la pérdida en litros por metro cuadrado en veinticuatro horas, que es lo que define la permeabilidad de la tela ensayada. Si la corrección pasa de tres divisiones, la prueba debe ser considerada como dudosa y debe repetirse.

### Permeabilímetro Pasquier.

El permeabilímetro Pasquier se emplea lo mismo que la balanza Renard, para medir la permeabilidad al hidrógeno de las telas cauchotadas empleadas en aerostación.

Tiene por objeto principal facilitar los ensayos, que son más rápidos y menos molestos que empleando la balanza Renard, aunque siempre, en caso de duda o comprobación de algún ensayo, debe emplearse la balanza que es más precisa y de más seguridad en los resultados para comprobación de las características de las telas en la recepción de las mismas.

*Fundamento del aparato.*—Se compone en esquema (fig. 10), de un recipiente tubular  $R$  de cristal, que comunica por medio del sifón  $S$  con una cubeta de agua de nivel constante  $N$ .

La entrada de agua en el interior de  $R$  por el sifón  $S$ , mantiene constante la presión aparente y mide la disminución de volumen interior. La extremidad superior del recipiente  $R$  (de superficie conocida), se cierra con una probeta de la tela que se va a ensayar. Dentro del recipiente  $R$  se da entrada a una cierta cantidad de gas a presión conocida y constante. El volumen del gas filtrado a través de la probeta permite medir, por medio del aparato, la permeabilidad de la tela que se ensaya.

*Modo de operar en el aparato.*—Una vez colocada la probeta en el aparato, según explicaremos más adelante, por medio del tubo  $C$  se llena de hidrógeno el recipiente  $R$  por barboteo, introduciendo en el agua la extremidad inferior del aparato, habiendo tenido antes cuidado de echar agua en el sifón  $S$ .

Se cierra la llave  $L$  de paso de hidrógeno y se sumerge todo el aparato en el agua hasta el nivel  $NN$ . El agua penetra entonces por el sifón  $S$  y entrará en el interior del recipiente  $R$  hasta un nivel  $N'$  tal, que la presión en el interior de  $R$  está medida por la altura de agua  $h$ . Se saca el aparato del agua y se anota la graduación correspondiente al nivel  $N'$ , a cuyo efecto va graduado el recipiente  $R$ . Se sumerge de nuevo el aparato en el agua hasta el nivel  $N$  y se deja en dicha posición durante el tiempo que se desee dure el ensayo, que generalmente son veinticuatro horas. Al cabo de dicho tiempo, habrá entrado en el interior de  $R$  por el sifón  $S$  un volumen de agua  $N'N''$ , exactamente igual al volumen de gas que ha salido a través de la probeta, siendo la presión en el interior de  $R$  en todo momento constante (medida por la altura  $h$ ).

Los diámetros de la probeta y del recipiente  $R$  están calculados de tal modo, que el intervalo entre dos divisiones sucesivas de la gradua-

ción que lleva  $R$ , corresponde exactamente a un litro por metro cuadrado. Por tanto, la diferencia entre las graduaciones de los niveles  $N''$  y  $N'$ , dará el número de litros por metro cuadrado de pérdida que tiene la tela que se ha ensayado, en el tiempo que ha durado el ensayo, y,

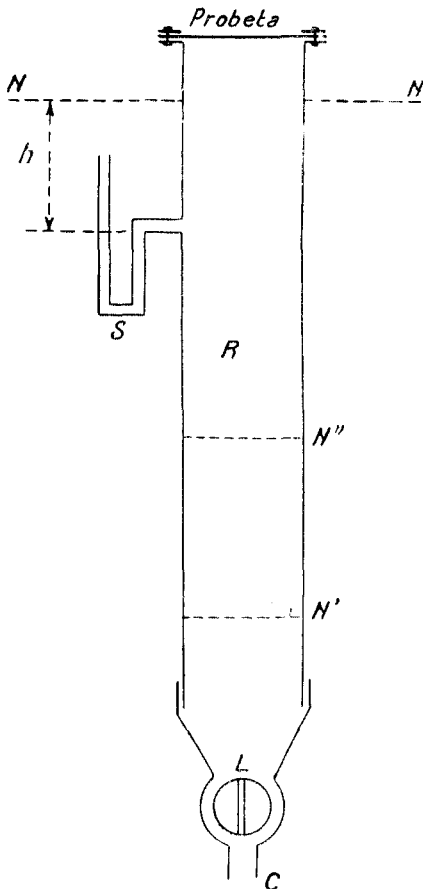


Fig. 10.

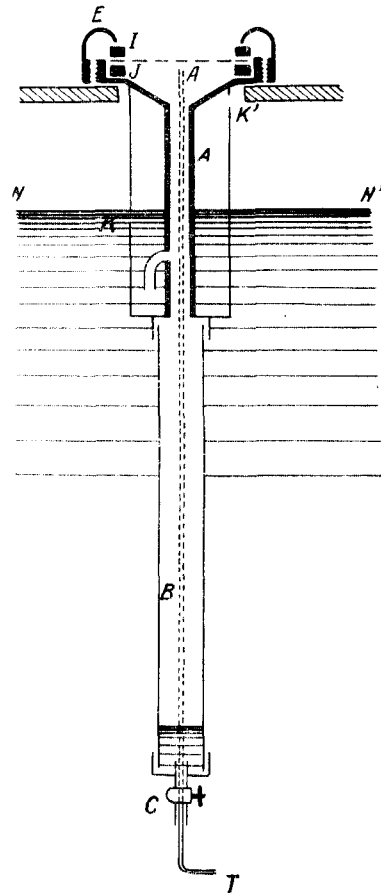


Fig. 11.—Permeabilímetro Paquier

por lo tanto, la pérdida en veinticuatro horas, que define la permeabilidad de la tela.

*Descripción del aparato.*—La figura 10 indica en esquema el permeabilímetro. En la figura 11 está representado dicho aparato. Consta de una capacidad constituida por una parte tubular  $A$ , de bronce, que termina en su parte superior en una pieza en forma de embudo  $A'$ , donde va colocada la probeta  $D$ , de dimensiones determinadas, de la tela que

se desea ensayar. El sifón de carga automática está reducido a la menor de sus dos ramas; la rama mayor queda reemplazada por el espacio anular formado alrededor de la pieza de bronce *A*, por un tubo *H*, de latón, provisto de agujeros, de los cuales los inferiores *K*, situados a 50 milímetros del orificio del sifón, en la parte tubular *A*, permiten tener en el aparato una presión mínima de 50 milímetros de agua, cuando se sumerge el aparato en una cubeta llena de agua, hasta que dichos agujeros queden anegados. Los agujeros superiores *K'*, situados a 100 milímetros, sirven para presiones de 100 milímetros de agua. Para facilitar las lecturas, la parte inferior del aparato está constituida por un tubo de vidrio *B*, calibrado. Este tubo de vidrio va protegido por otro de cobre que presenta varias aberturas y roscado en sus dos extremidades. En la parte inferior lleva la llave *C*, para dar paso al hidrógeno en los ensayos.

*Causa de errores en los ensayos.*—Las principales causas de error que pueden falsear las medidas, son:

1.<sup>a</sup> La imperfección de las juntas, que pueden dar lugar á fugas de hidrógeno por los bordes de la probeta (pérdidas marginales).

Con precauciones convenientes y teniendo cuidado al colocar las probetas, puede eliminarse esta causa de error.

2.<sup>a</sup> Las variaciones del volumen interior, debidas a las variaciones de temperatura de la masa gaseosa, por una parte, y de la presión atmosférica, por otra.

*Corrección de los errores.*—El debido a la primera causa ya hemos visto cómo puede eliminarse. En la segunda causa, las correcciones de temperatura y de presión en la práctica no tienen casi influencia, dado el pequeño volumen de gas contenido en el aparato. En cuanto a la temperatura, se mantiene casi constante, haciendo que la cubeta, donde se ha de sumergir el permeabilímetro en los ensayos, sea de gran capacidad, y en la que, a ser posible, circule el agua libremente. El cálculo y la experiencia han demostrado del mismo modo, que el error debido a las variaciones de la presión barométrica, nunca excede a media división de la graduación del aparato.

#### **Modo de efectuar los ensayos con el permeabilímetro Pasquier.**

*Preparación de las probetas.*—Cortar del trozo de tela que se vaya a ensayar una muestra en cuadro de 0,10 por 0,10 metros.

Plegar la muestra anterior en forma de acordeón por pliegues paralelos, de anchura próximamente de:

Un centímetro para las telas sencillas o dobles.



Dos centímetros para las telas triples.

Mantener la tela así plegada durante diez minutos bajo un peso, uniformemente repartido de dos kilogramos.

Repetir después la operación, pero plegando la tela esta vez en dirección perpendicular a la primera.

Terminada la operación anterior y desplegada la muestra de tela, se traza en ella con una plantilla circular, que existe al efecto, una circunferencia de 79 milímetros de diámetro, recortando después, con unas tijeras, el círculo que resulte, y quedará la probeta en condiciones de usarla.

Señalar, con lápiz, por ejemplo, en la cara exterior de la probeta, la marca correspondiente al trozo de tela que se ensaya, para luego anotar debidamente los resultados de la prueba.

Toda probeta deteriorada lo más mínimo durante las operaciones anteriores, o al colocarla en el aparato para su ensayo, hay que eliminarla.

*Colocación de la probeta en el aparato.*—Untar ligeramente y con regularidad sobre los bordes y en las dos caras de la probeta, en una anchura de 6 a 8 milímetros, con la misma mezcla que se describió para las probetas en la balanza Renard. Colocar después la probeta bien extendida sobre la junta de caucho *J*, y sobre ella el anillo de apoyo *I*, colocando luego el anillo roscado *E* de aprieto, apretándolo bien, con objeto de hacer bien estanca la junta, para lo cual el cuerpo *A* lleva unos salientes para fijarlo a un tornillo, y por medio de una llave de palanca apretar bien el anillo *E*, introduciendo la llave en las muescas que dicho anillo lleva al efecto.

La impermeabilidad de la junta debe ser perfecta, y es indispensable que los operadores se habitúen a realizarlo de una manera irreprochable, para poder confiar en los resultados obtenidos en los ensayos.

*Carga de gas.*—Cargar el sifón *L* (fig. 11) introduciendo agua en el espacio anular comprendido entre el tubo *H* y el cuerpo *A*, hasta que alcance el nivel de los orificios *K*, formando de este modo una junta de agua o cierre hidráulico en el orificio del sifón *L*. Esto para presiones de 50 milímetros de agua; si se desean ensayos a presiones de 100 milímetros, se obturarán los orificios *K*, empleando en vez de éstos los *K'*, que corresponden a dicha presión. Una vez realizada la operación anterior, colocar el aparato encima de una cubeta grande con agua, y a ser posible, con agua que circule libremente en ella, como dijimos al tratar de las correcciones de los errores en los ensayos, debidas a las variaciones de temperatura, de tal manera, que la llave *C* se encuentre a unos 3 milímetros, próximamente, por debajo del nivel del agua en la cubeta.

Introducir el gas en el aparato por medio de un tubo *I*, de diámetro tal, que pase fácilmente por la llave *C*, no solamente para facilitar su introducción, sino para dejar al gas en exceso la posibilidad de escaparse después de haber barrido el interior del aparato, evitando de este modo que llegue a ser la presión en el interior superior a la del sifón, cuya agua sería rechazada, escapando por dicho sifón el gas. La longitud de este tubo debe ser tal, que su extremidad superior quede próxima a la probeta que se ensaya, pero sin tocarla.

Después de haber introducido dicho tubo en el interior del aparato, se le une a un manantial de hidrógeno puro a presión, regulando con cuidado la entrada del gas, con objeto de evitar una sobrepresión en el interior del aparato.

Hacer barbotear el hidrógeno a pequeño gasto durante cinco minutos. El hidrógeno en exceso se evacúa a través del agua por el espacio anular que queda entre el tubo *T* de inyectar el gas y la llave *C*. Prácticamente, al cabo de los cinco minutos que hemos dicho anteriormente, se admite que toda la atmósfera interior del aparato está constituida por hidrógeno puro.

Retirar entonces el tubo *T* sin detener la corriente de gas y cerrar inmediatamente la llave *C*, antes de retirar el aparato del agua. Por razón de la débil densidad del hidrógeno, hay que tener cuidado de que la parte sumergida en la cubeta al efectuar las operaciones anteriores, no exceda de los 3 milímetros que dijimos, pues de otro modo, la salida del gas se haría bajo una presión mayor de la debida, corriendo el riesgo de que fuera rechazada el agua del sifón *S*.

*Puesta en carga y primera lectura.*—Una vez que se ha sacado el tubo *T* y se ha cerrado la llave *C*, se sumerge el aparato en la cubeta de agua hasta que el nivel de ésta coincida exactamente con los orificios *K* ó *K'*, según la presión con que se vaya a operar, de 50 ó 100 milímetros de agua (figs. 12 y 13).

Al cabo de un cuarto de hora, habrá penetrado al interior del recipiente *R*, por el sifón *S*, una cierta cantidad de agua, correspondiente a una presión interior en *R* de los 50 ó 100 milímetros con que se opera. Se retira entonces de la cubeta el aparato, manteniéndolo vertical, y se lee en la graduación que lleva el tubo de vidrio *B*, la división que alcanza el nivel del agua en su interior. Anotar esta cifra y la hora de la lectura, colocando otra vez el aparato en el interior de la cubeta de agua.

*Segunda lectura.*—Al principio de la operación, vigilar el aparato cada dos horas. Si la pérdida de hidrógeno es importante, hacer una segunda lectura y detener el ensayo cuando se haya llegado a una pérdi-

da de 20 divisiones en la graduación del tubo *B*. En caso de no ser de importancia la pérdida, esperar próximamente unas veinticuatro horas para hacer la segunda lectura, leyendo la nueva graduación del nivel del agua en el interior del tubo *B* y hora de la lectura.

La diferencia entre la primera y segunda lectura hechas en la graduación del tubo *B*, mide en litros y decilitros la cantidad de gas perdido por metro cuadrado, en el tiempo que haya durado el ensayo.

Relacionando la pérdida obtenida anteriormente a una duración de veinticuatro horas exactamente, se obtiene la permeabilidad al hidrógeno de la tela correspondiente a la probeta ensayada.

*Observación.*—La operación de sumergir el aparato en una cubeta de agua, permite establecer rápidamente el equilibrio térmico y protege al volumen gaseoso contenido en el interior de las variaciones bruscas de la temperatura ambiente. Ofrece, además, la ventaja de obturar completamente, bajo una presión de agua superior a la del llenado automático, las fugas que pudieran presentar la junta del tubo de vidrio *B* y la llave *C*.

#### Comprobación de los aparatos descritos anteriormente.

Para poder confiar en los resultados obtenidos en los ensayos, hay que tener la seguridad del buen funcionamiento de los aparatos y comprobar la impermeabilidad, al gas, de las juntas; para esto, basta hacer un ensayo como hemos visto ya anteriormente, pero reemplazando la probeta por un disco metálico. La pérdida medida durante veinticuatro horas debe ser inferior a media división, para que los aparatos descritos estén en condiciones de empleo.

Cuando se tienen los aparatos y se usan de tarde en tarde, conviene verificarlos antes de cada ensayo.

En un laboratorio en que funcionan continuamente, conviene verificar la balanza Renard una vez al mes y los permeabilímetros Pasquier cada quince días.

*Observación.*—Como hemos visto en la preparación de las probetas, antes de colocarlas en el aparato para su ensayo, se las somete a un plegado. Esta es una operación muy importante, pues se pone a la tela a ensayar en análogas condiciones a como ha de estar en la práctica, pues los globos, tanto cautivos como libres, para su transporte y para su conservación en parque, se los somete a un plegado parecido al colocarlos en sus fundas. De este modo, los resultados que se obtengan en los ensayos darán perfecta idea de la manera de comportarse las telas ensayadas, una vez puestas en uso, pues muy bien pudiera ocurrir que una

tela diera buenos resultados, si no se la sometiera al plegado, pero que, sometida a dicha operación, dieran lugar dichos dobleces, por defecto del cauchotado, a pérdidas de gas. Vemos, pues, la importancia de colocar a las probetas, antes de ensayarlas, en las mismas condiciones en que han de trabajar las telas, una vez puestas en servicio.

#### Aparato Schopper.

*Descripción del aparato.*—Consta el aparato (fig. A) de un pedestal *P*, al cual van unidas, en la parte inferior, dos botellas de acero *H* y *H'* y una bomba a mano *B*, para inyectar aire a presión. Las figuras A y B representan el aparato visto de frente, y la figura D, visto por detrás.

En la botella *H* se encuentra hidrógeno comprimido a 33 atmósferas, y en la otra botella *H'*, aire comprimido a la misma presión.

La parte superior del pedestal termina en una plataforma donde van colocados los dispositivos auxiliares como llaves, aparatos necesarios para los ensayos de las telas cauchotadas, etc.:

1.º Dispositivo *T* para la colocación de la probeta de la tela a ensayar.

La probeta se cortará según una plantilla metálica que el aparato lleva al efecto. Un aro niquelado *R*, con seis fuertes tornillos *S*, aprisiona la probeta para hacer estanca la unión al dispositivo *T* y evitar las fugas de gas. Unido a este aro *R* va el dispositivo *Q* en forma de puente, que lleva la varilla vertical *St* para empujar al cursor *r*, que corre por la reglilla graduada *t*, y permite en todo momento determinar la altura de la bóveda que toma la tela en virtud de la presión interior a que está sometida durante los ensayos de resistencia a la presión interior. Esta bóveda determinará en todo momento la elasticidad que ha sufrido la tela con las distintas presiones a que se ha sometido, y, finalmente, a la presión de rotura; este dato es sumamente importante, pues permite analizar y conocer las distintas elasticidades de la tela, necesario para poder determinar su empleo en los globos cautivos, sometidos a distintas presiones, según la altura de observación; permite, pues, elegir la tela para el objeto que se desee y en la parte de la envuelta en que se haya de emplear.

2.º Válvula de compresión *V*, con su manómetro *m*, y unida por medio de tubos de cobre con la bomba de mano *B*, la botella de aire comprimido *H'* y el dispositivo *P*, descrito anteriormente.

El manómetro *m* lleva una graduación de 10 en 10 hasta 300, subdivididas a su vez en diez partes; esta graduación es tal, que la graduación 300 equivale a 6 kilogramos por centímetro cuadrado, o sean seis

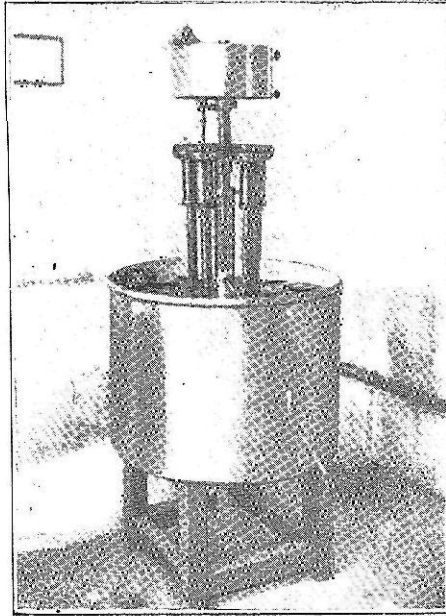


Fig. 12.  
PERMEABILÍMETRO PASQUIER  
DISPUESTO PARA EL ENSAYO

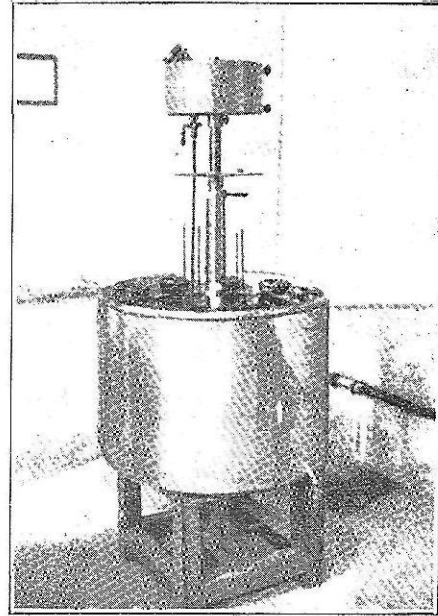
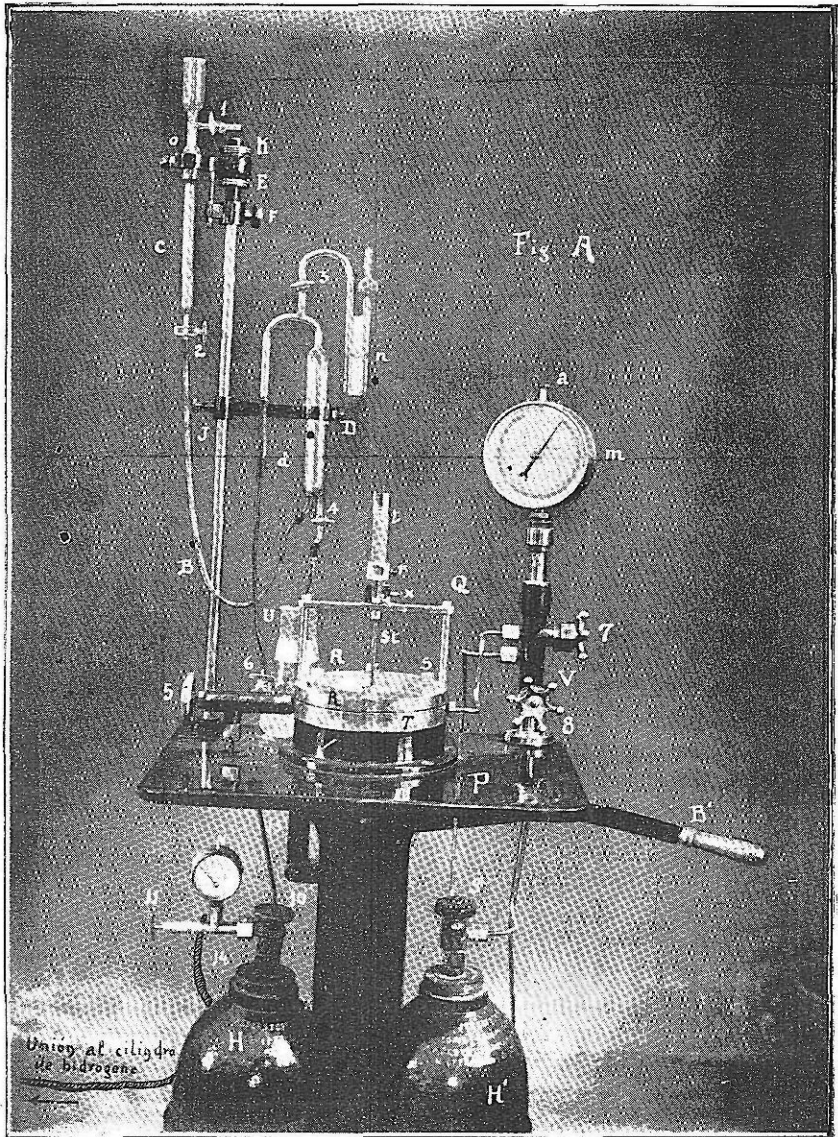
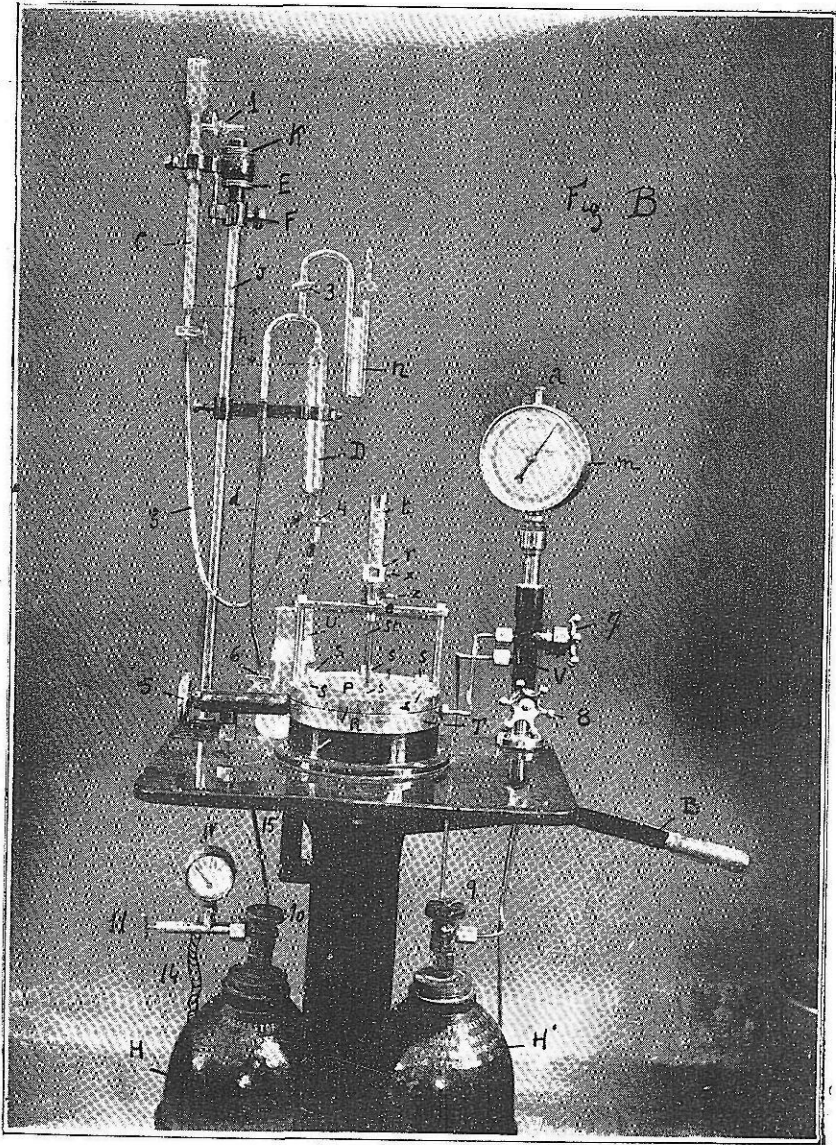


Fig. 13.  
PERMEABILÍMETRO PASQUIER  
DURANTE EL LLENADO





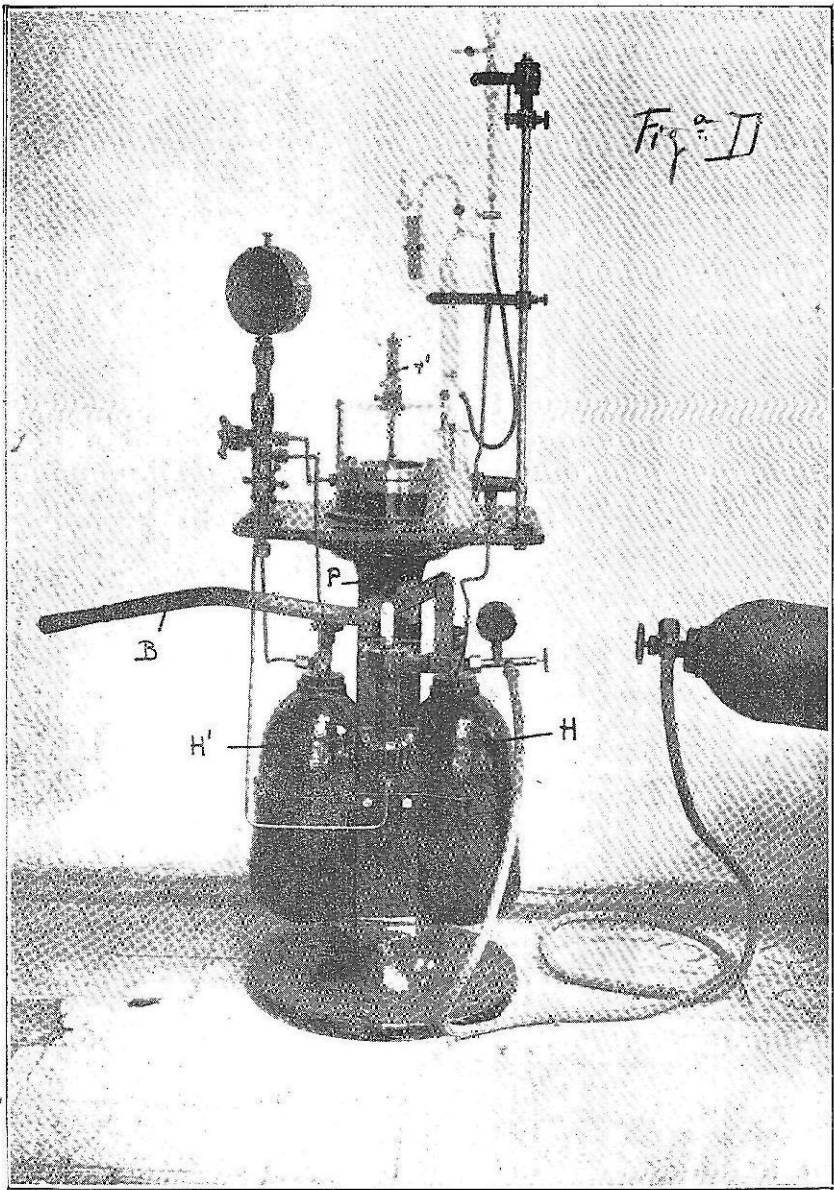
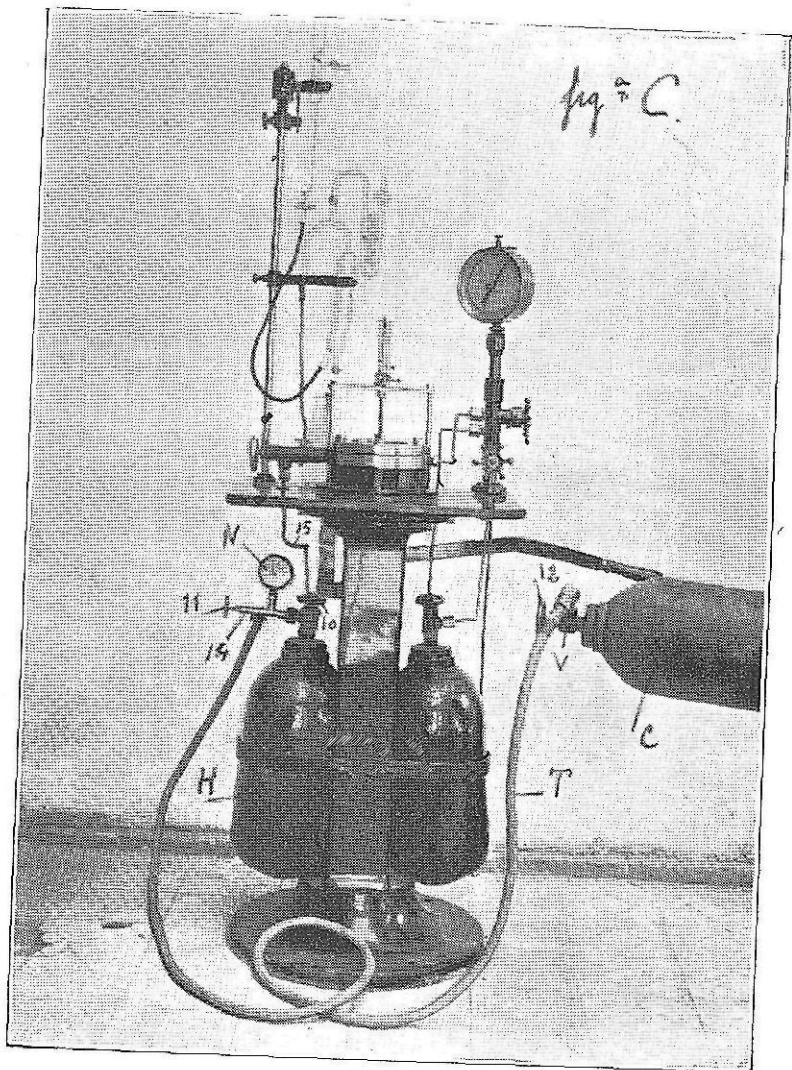




Fig. 7 C.





atmósferas, y, por lo tanto, equivalente a 6.200 milímetros de columna de agua aproximadamente, pudiéndose apreciar por las subdivisiones hasta 20 milímetros de agua, que es la presión normal a que trabajan los globos cautivos.

En la parte superior lleva el manómetro *m* un arco graduado movido por el botón *a*, para apreciar mejor la lectura de las subdivisiones.

Una aguja móvil es arrastrada en su movimiento por la aguja, quedando fija en la graduación mayor que haya marcado el manómetro en las pruebas, pudiéndose volver a cero voluntariamente, mediante un tornillo que lleva al efecto.

La llave 7 permite llevar el aire a presión contenido en la botella *H'* al dispositivo *T*, donde está colocada la probeta que se ensaya; se hará uso de esta llave, como veremos más adelante, para las pruebas de resistencia a la presión interior de las telas cauchotadas.

La llave 8 sirve para llenar de aire, a presión, la botella *H'*, por medio de la bomba de mano *B*.

3.º Soporte *J*, al cual van sujetos, por medio de brazos, los dos tubos de cristal *C* y *D*, para hacer las pruebas de resistencia a la permeabilidad al gas, así como la pérdida del mismo para las presiones a las que han de trabajar las telas en los globos y dirigibles.

Como se ve, ambos tubos *C* y *D*, están unidos entre sí por medio de un tubo de goma *I*3, y el conjunto está unido por medio del tubo de cobre *d* al dispositivo *T*, donde va colocada la probeta que se ensaya.

El tubo *D* lleva derivado, como se ve, el manómetro de agua *n*, que permite apreciar hasta 100 milímetros de presión interior en la probeta, límite muy superior a las presiones normales de trabajo en globos y dirigibles. La llave 6, permite poner en comunicación el interior del dispositivo *T* con el manómetro *n*, para medir la presión a que se halla sometida la probeta que se ensaya.

La llave 5 sirve para dar paso al gas a presión, contenido en la botella *H*, al interior del dispositivo *T*, donde va colocada la probeta a ensayar.

*Procedimiento para llenar la botella H, de hidrógeno, a presión.*—Para llenar la botella *H*, de hidrógeno, se emplea un cilindro de hidrógeno corriente, de los usados en el Servicio, a 150 atmósferas de presión; si es posible, se empalmará a la válvula del cilindro, para el llenado de la botella *H*, un reductor de presión.

Se unirá por medio de un tubo de goma, protegido de un trenzado metálico, la válvula del cilindro a presión con un raccord que lleva el tubo metálico *14*, abriendo las llaves *10-11* para dar paso a la botella *H* al gas a presión contenido en el cilindro.

La botella *H* lleva un manómetro *N* para medir en todo momento la presión del gas en el interior de la misma; cuando la presión llegue a 33 atmósferas, se detiene la operación, cerrando sucesivamente las llaves *10* y *11*, quedando la botella *H* en disposición de utilizarse.

*Observación.*—Una operación importantísima, antes de proceder al llenado de gas de la botella *H*, es la de extraer el aire que pueda contener en su interior dicha botella, para evitar la formación de oxihidrógeno. Además, no teniendo hidrógeno puro la botella *H*, los ensayos podrían ser erróneos, dando lugar a admitir como buena una tela cauchotada que no reúne, en realidad, las características debidas. Para extraer el aire de la botella *H*, se puede emplear el mismo cilindro, desconectando el tubo *15* de la botella *H* (a la cual va unido para dar paso al gas contenido en su interior al dispositivo *T*) y abriendo las llaves *10* y *11*, se establecerá una corriente de hidrógeno que tenderá a hacer el vacío por succión en la botella *H*, teniendo luego la precaución de cerrar la llave *10* antes de cortar la corriente de hidrógeno, para evitar que, por el vacío hecho en la operación anterior, pueda entrar aire.

Otro procedimiento para extraer el aire de la botella *H*, es empalmar el raccord de aspiración de la bomba de mano *B*, y, por medio de dicha bomba, se puede extraer casi la totalidad del aire contenido en la botella *H*.

Antes de efectuar cualquier ensayo, es importantísimo el que todas las juntas, llaves de paso, tuercas del dispositivo *T*, etc., sean perfectamente estancas, para evitar entradas de aire o fugas de gas, que podrían dar lugar a errores muy grandes en los resultados de los ensayos.

El examen de las telas cauchotadas para determinar si reúnen las características necesarias para su empleo, se compone de las siguientes partes:

- 1.<sup>a</sup> Pruebas de la permeabilidad al gas para presiones normales de trabajo.
- 2.<sup>a</sup> Pruebas de la permeabilidad al gas para presiones superiores a las de trabajo, variables con las características que deban reunir las telas, según su calidad y empleo.
- 3.<sup>a</sup> Pruebas para determinar la resistencia a la presión interior.
- 4.<sup>a</sup> Pruebas para determinar la resistencia a la tracción por metro lineal.

#### **Pruebas de la permeabilidad al gas para presiones normales de trabajo.**

Para determinar la permeabilidad al gas de una tela cauchotada, se cortarían de la misma las probetas necesarias para el ensayo, según se

dijo al describir el dispositivo *T*, y a continuación se harán las siguientes operaciones:

- a) Sujeción de la probeta.
- b) Llenado de la bureta *C*. Ver figuras A, B, C y D.
- c) Fijar la presión de prueba.
- d) Paso de hidrógeno a la probeta.
- e) Determinación de la permeabilidad.

a) *Sujeción de la probeta*.—Después de haber quitado las tuercas *S* del dispositivo *T*, se levantará el aro de sujeción *R*, para colocar la probeta de la tela a ensayar.

Esta probeta se cortará, según ya dijimos, con arreglo al patrón de disco que lleva el aparato; una vez cortada, se colocará con la cara que ha de estar en contacto con el gas hacia abajo y sobre el platillo *T*, cuidando que quede perfectamente estirada y sin ninguna arruga; a continuación se coloca cuidadosamente el aro *R* sobre ella, sujetándolo fuertemente contra el platillo *T* por medio de las tuercas *S*, para hacer estanca la junta y evitar las fugas de gas.

La superficie de la probeta en contacto con el gas, es exactamente de 100 centímetros cuadrados.

La barrita *St* hay que elevarla y fijarla con el tornillo del anillo *e*, de tal manera, que no toque a la probeta.

b) *Llenado de la bureta C*.—Después de haber abierto el grifo *1* y de haber cerrado el grifo *2*, se llenará la bureta *C* con el líquido que ha de servir para el ensayo, que, generalmente, es agua; se llenará por la parte superior que tiene forma de embudo, hasta alcanzar la señal cero; a continuación se cierra el grifo *1*. De la misma manera se llenará el manómetro de agua *n*, por el embudo que lleva en la parte superior. Dicho manómetro lleva adosada una reglilla con graduación hasta 50 milímetros. Al llenarlo de agua, se hará que el nivel de la misma coincida con el cero de la reglilla, pudiendo bajar o subir ésta, por el tornillo al efecto.

c) *Fijar la presión de prueba*.—Una vez lleno el manómetro *n*, como hemos indicado anteriormente, se cierran sucesivamente las llaves *5* y *7* y se abre la llave *6*, con objeto de poner en comunicación el interior del dispositivo *T*, tapado por la probeta de la tela que se va a ensayar, con el manómetro *n*.

Inmediatamente se abren los grifos *2* y *4* para expulsar el aire que haya en el interior del tubo que une los tubos *C* y *D*, cerrando el grifo *4* cuando empieza a gotear el tubito en forma de gancho, que hay en el interior del tubo *D*. El grifo *2* seguirá abierto, con lo que irá aumentando la presión en el interior de *D* y, por lo tanto, en el interior del dispositivo *T* y superficie de la probeta; esta presión la irá marcando

constantemente el manómetro  $n$  hasta llegar a la presión a que se quiera ensayar la tela, en cuyo instante se cerrará el grifo 2. Generalmente, la presión de trabajo a que se suele ensayar la tela de los globos cautivos y libres, es de 30 milímetros de agua. Detendremos, pues, la operación cerrando el grifo 2, cuando el manómetro  $n$  marque la presión requerida.

*Observaciones.*—1.<sup>a</sup> Subiendo o bajando la bureta  $C$  por medio del soporte  $F$ , y abriendo y cerrando poco a poco el grifo 4, se fija la presión en el manómetro  $n$  en 30 milímetros, aproximadamente. Para fijar la presión exactamente en 20 milímetros, se hace subir o bajar la bureta  $C$  pequeños recorridos, por medio del tornillo  $E$ , abriendo y cerrando al mismo tiempo, como anteriormente, el grifo 4 poco a poco. Apretando después la tuerca  $K$ , se consigue que la posición de la bureta  $C$  sea invariable.

2.<sup>a</sup> La distancia  $h$  que separa los niveles del agua en el tubito en forma de gancho que existe en el interior de  $D$  y en la bureta  $C$ , es la que corresponde a la presión determinada en el manómetro  $n$ . Esta distancia  $h$  variará, naturalmente, con el peso específico y demás cualidades físicas de otros líquidos que se empleen para medir en vez del agua, como, por ejemplo, el alcohol, petróleo, aceite muy fluido, etc.

d) *Paso del hidrógeno a la probeta.*—Para hacer el ensayo de permeabilidad al gas hay que reemplazar el aire que contiene el aparato por hidrógeno a la misma presión a que ha sido graduado, según hemos visto anteriormente, operando de la manera siguiente: Se cerrará el grifo 3 para que no varíe la graduación del manómetro  $n$  durante el cambio del aire por hidrógeno. Se abrirá luego el grifo 4, con lo cual saldrá la pequeña cantidad de agua que habrá en  $D$  procedente de la operación anterior; una vez hecho esto, se abre la llave 10 de la botella  $H$ , y después la llave 5 poco a poco, con lo cual pasará el gas al interior del tubo  $D$ , e irá expulsando el aire por el tubo de goma unido al grifo 4; como dicho tubo va introducido en el agua del recipiente  $U$ , la velocidad de subida de las burbujas de hidrógeno en este recipiente dará idea de la velocidad de salida de éste, deteniendo la operación cuando hayan salido aproximadamente de 2 a 3 litros de gas, que es el necesario para tener la seguridad de que existe solamente hidrógeno en el interior del tubo  $D$  y en el interior del dispositivo  $T$  en contacto con la probeta, pues el aire habrá sido arrastrado por la corriente de gas en su paso desde la botella  $H$  al tubo  $D$ .

Acto seguido se cerrarán sucesivamente las llaves 5 y 10 y el grifo 4, y se abrirá el grifo 3, con lo cual el manómetro  $n$  marcará la presión, ya de hidrógeno, a que se halla sometida la probeta, que es la presión a que

ya se había graduado el aparato anteriormente, y para cuya presión se desea saber la permeabilidad al gas de la tela cauchotada, a la cual pertenece la probeta que se ensaya.

*Observación.*—Si, en lugar de gas hidrógeno, se desea emplear gas del alumbrado u otro gas cualquiera más ligero que el aire, únicamente habrá que modificar los empalmes que van a la botella *H* de hidrógeno, para tomarlo del manantial del gas que se vaya a emplear, haciendo exactamente las mismas operaciones que se han hecho para la prueba del hidrógeno.

e) *Determinación de la permeabilidad.*—Una vez hechas las operaciones anteriores, queda el aparato en disposición de hacer la prueba de la permeabilidad al gas.

El manómetro *n* marcará la presión elegida a que se va a ensayar la tela.

Se lee el nivel del líquido en la bureta *C*, graduada en décimas de centímetro cúbico, y se anota esta lectura, la del manómetro *n* y la hora a que se hacen estas lecturas.

Al cabo de cierto tiempo (quince a treinta minutos), debido a la pérdida de gas que haya habido a través de la probeta, la presión a que se haya sometido habrá disminuído, disminución que se leerá en el manómetro *n*, que marca constantemente la presión en el interior del dispositivo *T*; se abrirá entonces el grifo *2* del mismo modo que se hizo para graduar el aparato al principio a 30 milímetros, cerrándolo inmediatamente que vuelva a marcar dicho manómetro la presión de ensayo (30 milímetros). En esta operación habrá bajado el nivel del agua en la bureta *C* y se repetirán entonces las mismas lecturas anteriores de nivel de agua en la bureta *C* y hora; de esta segunda lectura, se anotan igualmente.

La variación de nivel del líquido en la bureta *C* en las dos lecturas hechas (en la que se pueden apreciar hasta décimas de centímetro) indica el valor, en la misma unidad de volumen, del gas escapado a través de la probeta; es decir, la permeabilidad al gas de la tela ensayada en centímetros cúbicos durante el tiempo que ha durado la operación.

*Observación.*—Como puede suceder que haya variación de temperatura durante el tiempo que dura el ensayo, hay que tenerlo en cuenta para no encontrar resultados erróneos. A este fin se colocará un termómetro (graduado en décimas) cerca del aparato, haciendo y anotando también las lecturas de las temperaturas al mismo tiempo que se hacen las demás lecturas de presión, hora y nivel del líquido en la bureta *C*. Los resultados de estas lecturas se anotarán en la forma siguiente:

PRUEBA DE LA PERMEABILIDAD AL GAS

Designación de la tela de prueba.	Hora.	Manómetro <i>n</i> en milímetros de columna de agua.	Bureta <i>C</i> en centímetros cúbicos.	Temperatura en grados centígrados.
Tela para la confección de globos. Clase A.....	12,15	30	2,5	19,4
	12,45	30	4,6	19,4
Duración: 30 minutos.			Pérdida: 2,1 centímetros cúbicos.	

Vemos, pues, por el resultado del ensayo que indica el cuadro anterior, que a través de 100 centímetros cuadrados, que es el tamaño de la probeta, según ya vimos anteriormente, y con una presión interior de 30 milímetros de agua durante treinta minutos, han escapado 2,1 centímetros cúbicos de hidrógeno, lo que significa en una hora una pérdida de 4,2 centímetros cúbicos de gas a través de la tela que se ensaya, sometida a una presión de 20 milímetros de agua; por tanto, en una hora a través de 1 metro cuadrado de tela escaparán 420 centímetros cúbicos de gas, luego la pérdida sería de 10.080 centímetros cúbicos, o sea de 10,080 decímetros cúbicos o litros de gas, cantidad que define, como se sabe, la permeabilidad de la tela y, por lo tanto, la calidad de la misma para su empleo.

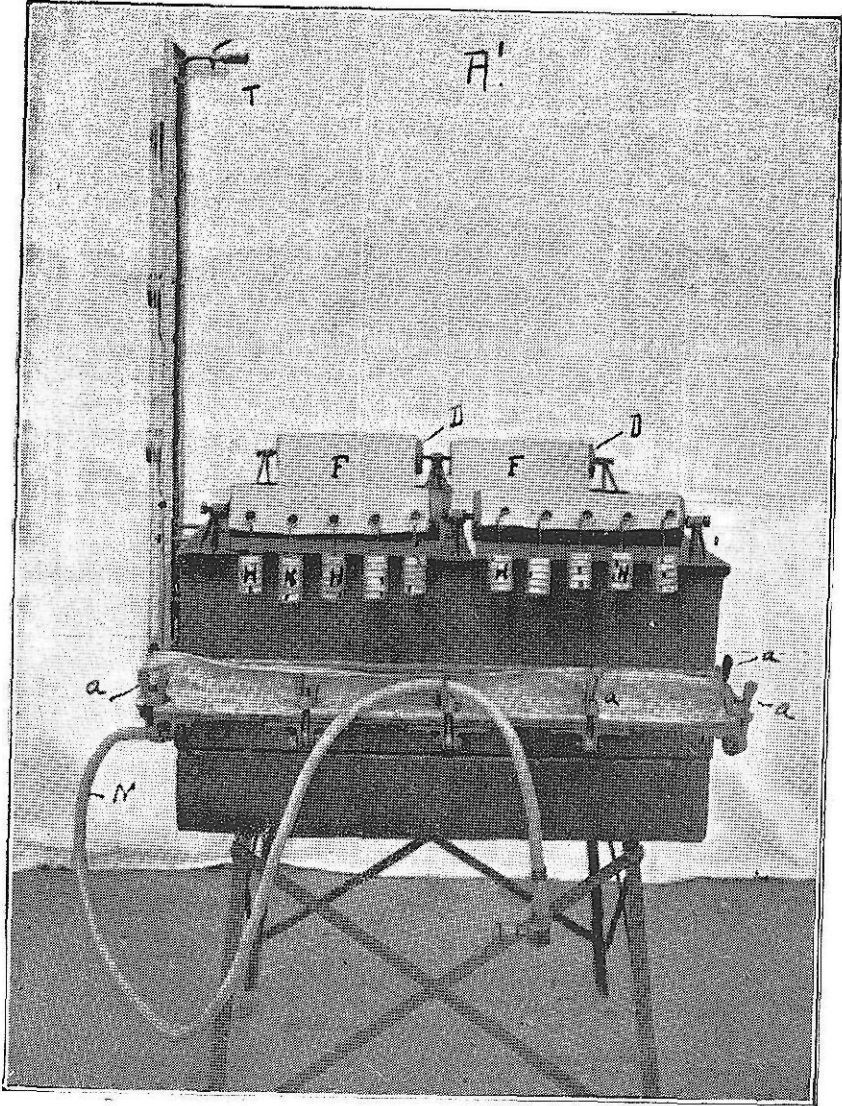
Para que una tela sea aceptable para emplearla en la construcción de globos cautivos o libres, se puede admitir como máximo la pérdida, por metro cuadrado de superficie en veinticuatro horas, de 12 a 14 litros de hidrógeno.

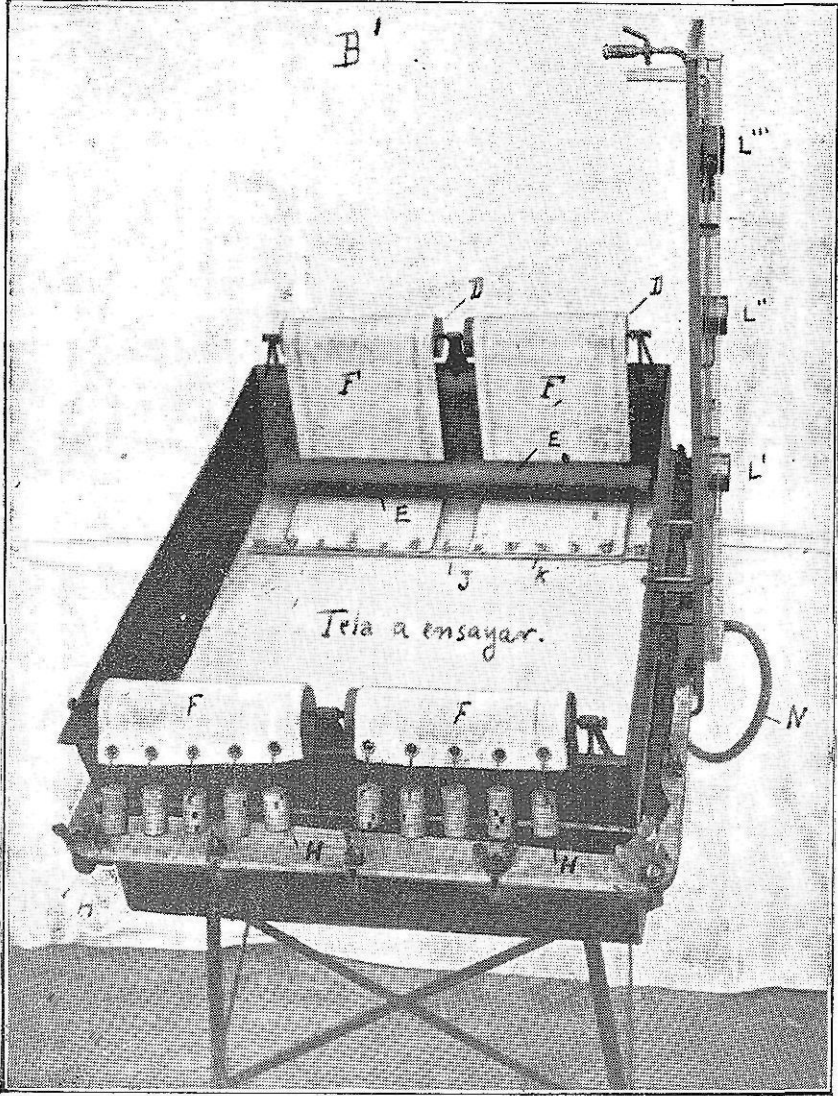
#### Pruebas de la permeabilidad al gas para presiones superiores a la de trabajo.

Se hacen exactamente las mismas operaciones que hemos visto anteriormente, pero en vez de graduar la presión en 30 milímetros, como se hacía en el caso anterior, se gradúa la presión al valor que se desee probar las telas, pudiendo llegarse en los ensayos hasta una presión de unos 100 milímetros, que es el máximo que permiten las ramas del manómetro *B*.

Si fuera preciso en algún caso excepcional utilizar el aparato para presiones superiores a 100 milímetros, habría que sustituir el tubo *D*







donde va el manómetro  $n$  por otro tubo con un manómetro cuyas ramas permitiesen alcanzar la presión que se desea.

#### Pruebas para determinar la resistencia a la presión interior.

Esta prueba se puede hacer con la misma probeta que se ha utilizado en el ensayo anterior a la permeabilidad al gas; no obstante, puede emplearse otro trozo de tela, haciendo lo mismo que ya dijimos para la buena colocación de la probeta en el dispositivo  $I$ .

Este ensayo consta de las siguientes operaciones:

a) Fijación del dispositivo  $I$  para determinar la altura de la bóveda de la probeta.

b) Llenado de la botella  $II'$  de aire comprimido.

c) Prueba de la resistencia a la presión interior.

d) Cálculo del valor de la resistencia a la presión interior, deducido de la prueba anterior.

a) *Fijación del dispositivo Q para determinar la altura de la bóveda de la probeta.*—Se empezará por colocar la reglilla graduada  $t$  de modo que el cero de su graduación coincida con un índice que lleva el cursor  $r$ ; para efectuar esta operación, se colocará la barrita  $s t$  de manera que su base apoye sobre la probeta, para lo cual se aflojará el tornillo  $e$ ; una vez efectuada esta operación, se colocará el cursor  $r$  apoyado sobre la extremidad superior de la barrita  $s t$ , y entonces, aflojando el tornillo  $z$ , se subirá o bajará la reglilla  $t$  hasta hacer coincidir el cero de su graduación con el índice del cursor  $r$ , apretando el tornillo  $z$  una vez conseguida dicha coincidencia, con lo cual queda el aparato en condiciones de marcar la altura de la bóveda de la probeta al inyectar gas o aire a presión en su interior.

El cursor  $r$  está equilibrado por un contrapeso posterior que pasa por la polea  $h$ , para que no encuentre resistencia alguna dicho cursor en su movimiento por la reglilla  $t$ . De este modo marcará exactamente la altura de la bóveda de la probeta.

b) *Llenado de la botella  $H'$  de aire comprimido.*—Después de comprobar que están bien cerrados todos los grifos y válvulas del aparato, se abrirán sucesivamente las válvulas  $S$  y  $9$  y, accionando la bomba de mano  $B$ , se va inyectando aire en el interior de la botella  $H'$ , el manómetro  $m$  indicará en todo momento la presión en el interior de  $H'$ .

Es aconsejable llenar la botella  $H'$  con una cantidad de aire tal, que la presión en su interior sea mayor que la que se necesite para la prueba de resistencia a la presión interior.

Después se cierran las válvulas  $S$  y  $9$ , abriendo sucesivamente  $4$ ,  $6$  y

7, para que la aguja del manómetro vuelva a cero, cerrando dichas llaves una vez conseguida dicha operación.

c) *Prueba de la resistencia a la presión interior.*—Una vez abierta la válvula 9, se abrirá poco a poco y con cuidado la válvula 7, con lo cual se introducirá en el interior del dispositivo *T*, donde va colocada la probeta, aire a presión de la botella *H'*.

Poco a poco se irá aumentando la presión en el interior de la probeta de un modo continuo y gradual, siendo indicada en todo momento por la aguja del manómetro *m*.

Durante esta operación la tela de la probeta se irá elevando formando una bóveda. La altura de esta bóveda se irá transmitiendo a la reglilla *T* por medio de la barrita *s t*, que irá empujando al cursor *r*. El índice de este cursor irá marcando la altura de la bóveda de la probeta en la graduación de la reglilla *t*.

En el momento de la rotura de la probeta se cierran inmediatamente las válvulas 7 y 9. El indicador que lleva el manómetro *m* queda marcando la presión que ha alcanzado dicho manómetro, presión en el interior de la probeta en el momento de la rotura.

Del mismo modo, el índice del cursor *r* señala en la reglilla *t* la altura de la bóveda que alcanzó la probeta en el momento de romperse, pues como dicho cursor vimos que está equilibrado por un contrapeso que corre por la parte posterior al romperse la probeta y caer la barrita *s t*, el cursor *r* quedará fijo en equilibrio en la posición que había alcanzado.

d) *Cálculo del valor de la resistencia a la presión interior deducido de la prueba anterior.*—La prueba de resistencia a la presión interior nos ha dado la presión interior de rotura de la tela ensayada, presión indicada por el manómetro *m*.

Como ya dijimos, dicho manómetro está dividido en trescientas divisiones, que corresponden a 6 kilogramos de presión, o sea que podría apreciar hasta 0,02 kilogramos de presión; es decir, que la presión que indique el manómetro en el momento de la rotura de la probeta habrá que multiplicarla por 0,02 para obtener la presión interior en kilogramos, a la cual se rompe la tela ensayada. La altura de la bóveda la marca la reglilla *t* en milímetros.

*Prueba de resistencia a la tracción.*—Para calcular la resistencia de la tela que se ensaya a la tracción (en kilogramos por centímetro de anchura), de la cual se deduce la resistencia por metro lineal, que es otra de las características que definen, junto con la permeabilidad al gas y peso por metro cuadrado, la calidad de las telas cauchotadas, se aplicará la fórmula de Moedebeck:

$$R = \frac{P(r^2 + h^2)}{4h} = \text{kilogramos por centímetro.}$$

En la que  $P$ , es la presión interior en el momento de la rotura de la probeta en kilogramos;  $r$ , es el radio de la probeta en centímetros, dato fijo para el aparato e igual a 5,65 centímetros;  $h$ , es la altura en centímetros que alcanzó la bóveda de la probeta en el momento de romperse en la prueba de la presión interior.

Los resultados de esta prueba se anotan en la forma siguiente:

DESCRIPCIÓN DE LA TELA SUJETA A PRUEBA	Dimensiones de la probeta		Valores de las pruebas de resistencia a la presión interior.			
	Superficie en centíme- tros. <sup>2</sup>	Radio en centíme- tros.	Manómetro, — Divisiones.	Presión, en kilogram. <sup>m</sup>	Altura de la bóveda en centíme- tros.	Resistencia a la tracción de la tela. — Kgs. X cm.
Tela para la confección de globos. Clase A . . . . .	100	5,65	143	2,86	3,15	9,5

La prueba que indica el cuadro anterior da para la tela ensayada una presión interior de rotura de 2,86 kilogramos, valor obtenido multiplicando, según dijimos, la graduación que señala el manómetro  $m$  en el momento de rotura, que en el ensayo del cuadro indicado es 143 por 0,02.

La altura que alcanzó la bóveda en el momento de la rotura se lee en la graduación de la reglilla  $r$ , siendo en el ejemplo del cuadro anterior 3,15 centímetros.

El valor de la resistencia a la tracción que, según muestra el cuadro anterior, es de 9,5 kilogramos por centímetro, se obtiene por la fórmula de Moedebeck, que dijimos:

$$R = \frac{P(r^2 + h^2)}{4h},$$

en la que, según el ensayo efectuado:

$$P = 2,86 \text{ kilogramos,}$$

$$r = 5,65 \text{ centímetros,}$$

$$h = 3,15 \text{ ídem,}$$

de donde:

$$R = \frac{2,86 (5,65^2 + 3,15^2)}{4 \times 3,15} = 9,5 \text{ kgs. por cm.}$$

Multiplicando dicho valor de  $R$  por 100, se obtendría la resistencia de la tela a la tracción por metro lineal, que es una de las características, cuyo valor es necesario conocer en la recepción de las telas cauchotadas para la confección de globos.

Para que una tela sea admisible, es preciso que dicho valor oscile entre 850 y 1.000 kilogramos por metro lineal para las telas dobles, y entre 1.500 y 1.800 para las triples.

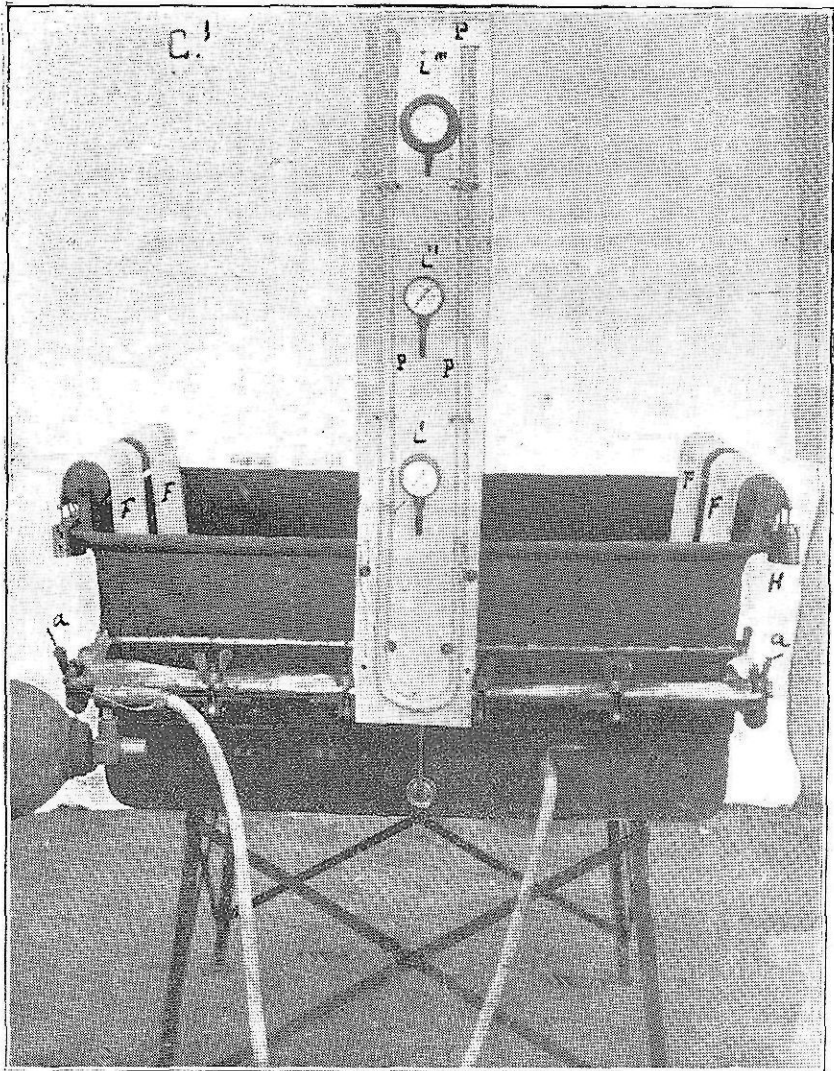
En la prueba del cuadro anterior se tiene para valor de  $R$  9,5 kilogramos por centímetro, luego la resistencia por metro lineal será  $9,5 \times 100 = 950$  kilogramos por metro lineal, que está dentro de los límites admisibles.

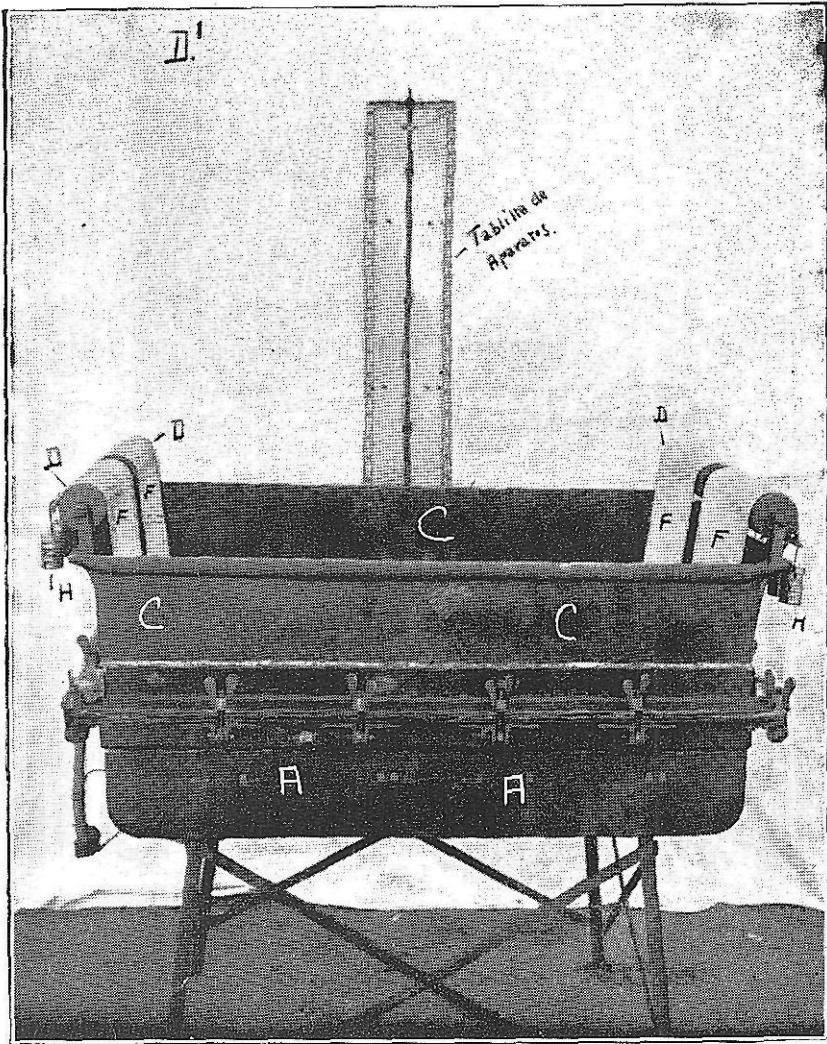
*Observación.*—En la prueba de resistencia a la presión interior la rotura de la probeta tiene que verificarse en sentido de un diámetro de la misma. Si la rotura ocurriera a lo largo de la circunferencia de la probeta, la prueba no sirve y habrá que repetirla.

*Observación final.*—Para formarse un juicio verdadero y exacto de las cualidades de una tela cauchotada y ver si reúne las necesarias para poderla emplear en la confección de aeróstatos, habrá que hacer necesariamente varios ensayos con dicha tela, tanto en los que se refiera a la prueba de permeabilidad al gas, como también a las pruebas para determinar la resistencia a la presión interior y resistencia a la tracción por metro lineal.

Para ello se sacarán las probetas necesarias para los ensayos de distintas partes de tela a ensayar, como son, por ejemplo, bordes de la tela, uniones de paños, trozos donde cambie la colocación, etc. De los resultados obtenidos en las distintas pruebas hechas habrá que sacar el término medio, ya que por la desigualdad inevitable de las telas cauchotadas, debida a la dificultad del cauchotado, tienen que dar forzosamente diferentes resultados en las diferentes probetas ensayadas.

Además, tiene también influencia en los resultados obtenidos la humedad del aire; por eso es conveniente tener mucho cuidado de que la humedad relativa del aire de la habitación donde se efectúan los ensayos sea aproximadamente de 65 por 100, teniendo además en dicha habitación las probetas que se hayan de emplear en las pruebas durante algún tiempo (una hora aproximadamente), antes de proceder a los ensayos.







### Aparato construido en los talleres de Aerostación.

Este aparato, ideado y construido en los talleres de Aerostación, es semejante a todos los construidos hoy día para este objeto. La única diferencia es que la probeta de la tela a ensayar se encuentra en las mismas condiciones de trabajo a que están sometidas las telas empleadas en los globos cautivos o dirigibles cuando están en el aire. La probeta está sometida, por una parte, a la presión interior del gas encerrado en el aparato, presión que es la que se desee ensayar (generalmente la corriente de trabajo), o sea 20 milímetros de agua para los globos y 30 para los dirigibles. Por otra parte, la tela está sometida a una extensión producida por una disposición especial, y que equivale al esfuerzo de tracción del cable de retención o cordaje de suspensión sobre la tela. Es evidente que, si sólo se somete la tela a la presión interior, los resultados pueden ser erróneos, ya que, al estar sometida además a un esfuerzo de tracción, sufre un alargamiento elástico, que modifica notablemente su permeabilidad. Si la tela es de mala calidad, se acusa la pérdida inmediatamente al ponerla en las mismas condiciones de trabajo a que ha de estar sometida en los globos y dirigibles. En el ensayo se puede tener la probeta el tiempo que se desee al sol, mojándola y luego dejándola secar por evaporación, y así se ensaya en las mismas condiciones en que está un globo anclado. Hoy día las telas cauchotadas que se fabrican no son de muy buena calidad, debido a los procedimientos de manipulación (caucho, vulcanización, etc.). Así sucede que una tela, al ensayarla, da magníficos resultados y, al cabo de unos días (pocos por desgracia), queda completamente inservible. Conviene, por tanto, tener las telas que se adquieran unos cuantos días en los tambores de ensayo, para poder emitir juicios más exactos sobre su calidad.

### Descripción del aparato.

Consta de un armazón de chapa (figs. A', B', C', D' y 12' y 13') con un pie de hierro, constituido con perfiles laminados de pequeña dimensión *BB*.

Está dividido en dos partes: el recipiente inferior *AA* y el superior *CC*. Estos están separados por medio de juntas de goma que aprisionan la tela a ensayar, apretándola fuertemente por tuercas de mariposa *a*.

En la parte superior *CC* van sujetos los dos juegos de rodillos *DD* y *EE*, que son los que guían las lonetas *FF* que someten a la probeta que se ensaya al esfuerzo de extensión que se desee, en virtud de los pe-

sos *HH*, que se cuelgan de aquéllas, pasando por ojetes metálicos para no desgarrarlas. Estas lonetas se unen a la tela por medio de las regletas de aluminio *JJ*, que por intermedio de planchas de goma y de las tuercas de orejeta *KK*, aprietan fuertemente la tela para evitar fugas de gas, que de ninguna manera deben existir, pues falsearían completamente los resultados.

En comunicación con el recipiente *AA*, donde se almacena el gas a la presión deseada, van los manómetros de cuadrante *L'*, *L''* y *L'''* (figura *C'*). El inferior, que marca hasta 2 atmósferas; el intermedio, hasta 1 atmósfera, con divisiones de décimas de atmósfera, y el superior, que marca hasta 0,5 atmósferas y puede apreciar hasta 0,05. Además, existe

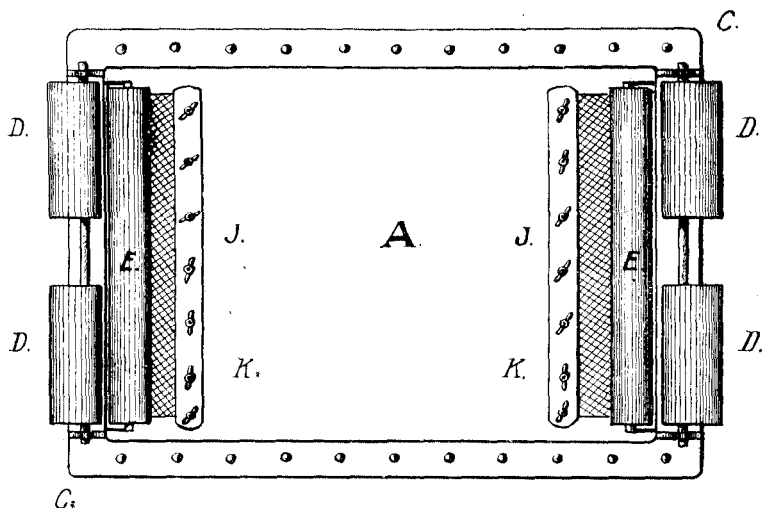


Fig 12'.

un manómetro con tubo de cristal *P*, con graduación en milímetros, en el que se pueden apreciar y a su vez comprobar las graduaciones de los de cuadrante. Cada manómetro va provisto de una llave para hacerlo independiente de la presión del recipiente *AA* y utilizarlos en el momento preciso, ya que siempre dan lugar a fugas inevitables; además, cuando se quieren ensayar las probetas a presiones altas (para las pruebas a la ruptura), se deterioran los de pequeña graduación. Tanto los manómetros de cuadrante como el de cristal, van colocados en una tablilla colocada al pie del aparato. En esta tablilla va una regla graduada en milímetros, para hacer la lectura de la presión en el manómetro de agua.

En el recipiente inferior se enchufa el tubo *N* que da entrada al hi-

drógeno procedente de un cilindro *H* de hidrógeno a presión, de los empleados en nuestro servicio corrientemente.

### Modo de operar.

La primera precaución que hay que tener es que todas las llaves y tuercas estén bien apretadas, para tener la seguridad de que no hay ninguna pérdida, que falsearía completamente los resultados.

A continuación y por medio de una plantilla, bien de contraplaqué o

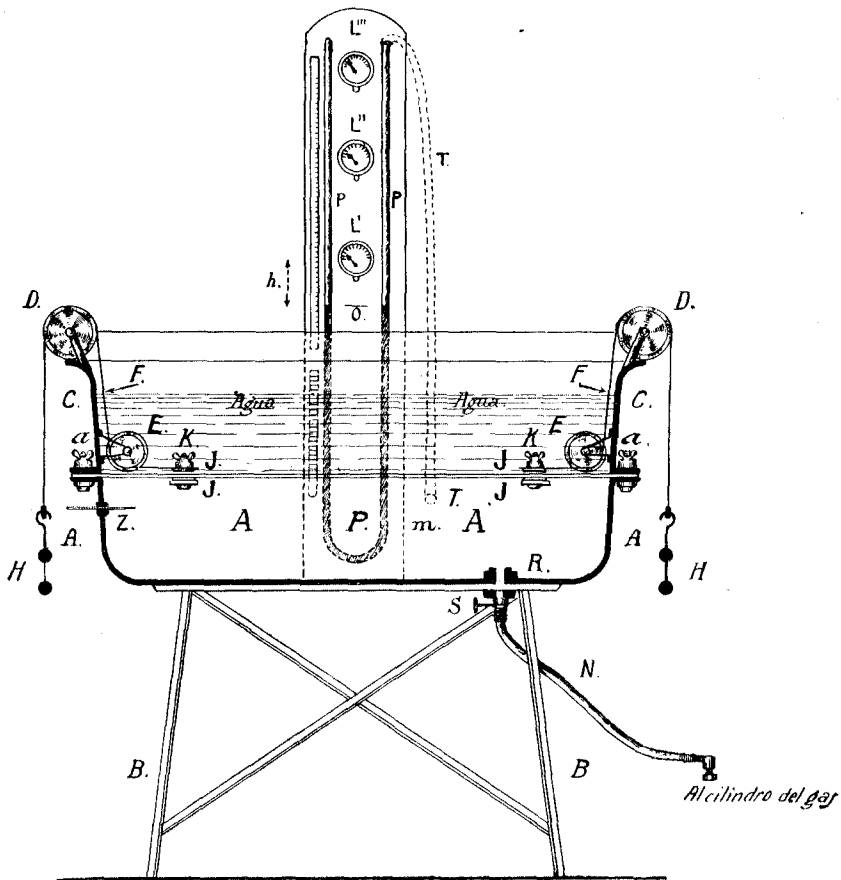


Fig. 13'.

de hoja de lata, se corta la probeta de la tela que se vaya a ensayar, para que los agujeros coincidan exactamente en los agujeros por donde han

de pasar los espárragos de las tuercas de sujeción *a*. También se marcan con las regletas *JJ* los agujeros de sujeción de las tuercas *K*, que han de sujetar la tela para la tracción por medio de los pesos *H*.

Una vez hecho esto, se coloca la tela asegurándola fuertemente con las tuercas de mariposa *a* y las regletas *JJ* con las tuercas *K*. Se echa agua en el recipiente superior *C* para comprobar que no existe fuga ninguna. Se enchufa el manómetro de cristal por medio del tubo *TT* y la tuerca *m*. Antes de esta operación hay que llenar el compartimiento *AA* de gas, para lo cual se deja sin echar agua; en el manómetro de cristal *PPP* se abre la llave *S* y se deja entrar el hidrógeno, y al cabo de cierto tiempo se cierra *S* y se pone agua en el manómetro de agua *PP*, haciendo que queden las dos ramas al mismo nivel en cero, mitad aproximada de la altura de aquél, para que, cuando una de las ramas suba (la de la izquierda), la otra pueda bajar y utilizarla hasta que dicha rama llegue al codo inferior del manómetro, que, como hay 40 centímetros, habrá 80 de presión en el interior cuando esto suceda; es decir, que se puede llegar hasta obtener 800 milímetros de presión de agua, más que suficiente para las pruebas de trabajo de las telas y aun para comprobar las graduaciones de algún manómetro de cuadrante, siempre que se tenga en cuenta la altura que separa el cero con el manómetro a comprobar.

Una vez hecho todo lo anterior, el aparato está en condiciones de funcionar. Se puede, pues, ensayar:

- 1.º La permeabilidad de la tela para presiones de trabajo.
- 2.º Presión a la que empieza a perder
- 3.º Resistencia a la ruptura por la presión interior.

#### Permeabilidad de las telas a la presión de trabajo.

Una vez comprobado el aparato y puesta la tela, se procede al llenado del recipiente *AA* con hidrógeno hasta que la presión del manómetro de agua marque 20 milímetros. Se echa agua en el recipiente superior para ver si existe alguna fuga motivada por alguna picadura. Si es así, se pone un parche y se quita el agua. Se mantiene la presión de 20 milímetros durante el tiempo preciso exponiendo la tela al sol. En las lonetas *F* se colgarán los pesos *H* por valor de 50 kilogramos en cada lado, que es peso que corresponde a la máxima tracción de la tela en la sección máxima, motivada por la tracción del cable de retención o suspensión de barquilla en globos o dirigibles. Si la tela que se ensaya es para globo esférico, entonces se cuelgan por valor de 20 kilogramos por lado, aunque en éstos no tengan esfuerzo de tracción en virtud a la red que todos llevan y que es la suspensión.

Al empezar la operación se toma la temperatura del gas en el interior del recipiente *AA*, por medio de un termómetro, así como la presión ambiente, con objeto de hacer la corrección del volumen del gas debido a la presión y temperatura al final de la operación. Así podemos determinar por la conocida fórmula de Gay-Lussac el volumen que el gas debe tener y, por diferencia, la pérdida que ha experimentado. Como se puede tener muchos días puesta la probeta en el aparato para ensayar la tela, conviene hacer las notaciones diarias de presión, temperatura y lectura del manómetro de agua. Teniendo la probeta una dimensión determinada, permite encontrar la pérdida, por metro cuadrado, por sencillas operaciones.

#### Presión a la que empieza a perder la tela.

Para esta operación conviene ya hacer uso de los manómetros de cuadrante y dejar independiente el del agua. Se echa agua en el recipiente superior y se va subiendo la presión en el interior de *AA* por medio del cilindro de gas unido al tubo *N*, hasta que empiece el burbujeo del agua, anotando la presión cuando esto suceda. Esto nos indicará si la tela está dentro de las condiciones mínimas admisibles. Se pueden ensayar telas sencillas, dobles y triples.

#### Resistencia a la presión interior.

Se sigue inyectando gas hasta producir la ruptura de la probeta, anotando la presión a que se rompió, para admitir o no la tela. Como el aparato lleva un manómetro hasta 10 atmósferas, se pueden ensayar telas triples de las mayores resistencias, que como máximo resistirán 1,2 atmósferas.

Para este último ensayo conviene dejar independientes todos los manómetros menos el de mayor graduación, con objeto de no deteriorar los otros ni vencer los resortes.

*Observación.*—Para los ensayos segundo y tercero no se necesitan poner las lonetas *FF* ni las regletas *JJ* con sus pesos *H*, ya que los ensayos son independientes de la tracción por metro.

#### Tambor de ensayo.

Uno de los aparatos más sencillos para ensayar rápidamente la permeabilidad de las telas cauchotadas sin precisar su grado de permeabilidad, o sea la pérdida de gas a través de la tela en un tiempo determina-

do, es el llamado tambor de ensayo, representado en la figuras 14 y M.

Consiste este aparato en un depósito en forma de casquete esférico  $D$ , de 50 centímetros, hecho de palastro y provisto de un reborde anular  $a$ ; de este depósito arrancan los dos tubos  $t$  y  $t'$ , provistos de sus llaves de paso correspondientes  $L$  y  $L'$ ; enlazado el primero  $t$  a un manómetro  $m$  graduado en décimas de atmósfera (cuya aguja indica cero cuando en el depósito  $D$  existe la presión atmosférica), y unido el segundo  $t'$  al tubo de impulsión de una bomba para inyectar aire en el interior de  $D$  (si la prueba se hace con aire) o a la válvula de salida de un cilindro que contenga hidrógeno comprimido, si se opera con hidrógeno.

Sobre el reborde citado  $A$  apoya otro igual  $A'$ , unido a un cilindro

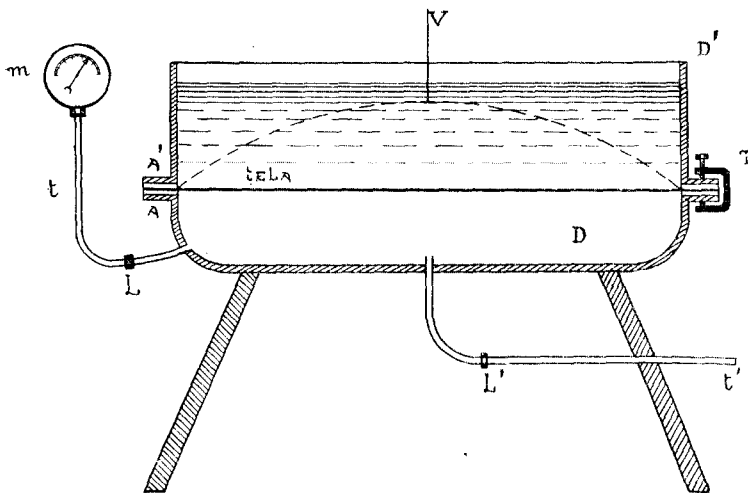


Fig. 14.

metálico  $D'$ , y entre ambos rebordes y mediante unas arandelas de goma iguales a ellos, se coloca previamente y bien extendido un disco de la tela cuya permeabilidad se desea ensayar. Ambos rebordes se enlazan fuertemente y prensan el borde de la tela, para evitar las fugas de gas o aire comprimido en  $D$ , por medio de varios tornillos  $T'$  giratorios, unidos al reborde inferior  $A$ , con lo que se obtiene un perfecto ajuste y una junta hermética.

La tela así colocada queda formando la cara superior del depósito  $D$  y al fondo del anillo cilíndrico  $D'$ , en el que se vierte cierta cantidad de agua.

Inyectando aire o gas en el depósito  $D$ , el manómetro  $m$  irá acusando los excesos de presión creciente del aire o del gas sobre la presión

atmosférica y se podrá leer en él el correspondiente al instante en que el aire o el gas venzan la resistencia de la tela que se ensaya y la atraviesen, circunstancia que se acusa perfectamente por las burbujas que aparecen en el agua contenida en el cilindro  $D'$ .

Una tela cauchotada, para globos libres o cautivos, debe de ser absolutamente impermeable al aire para excesos de presión de 0,4 atmósferas.

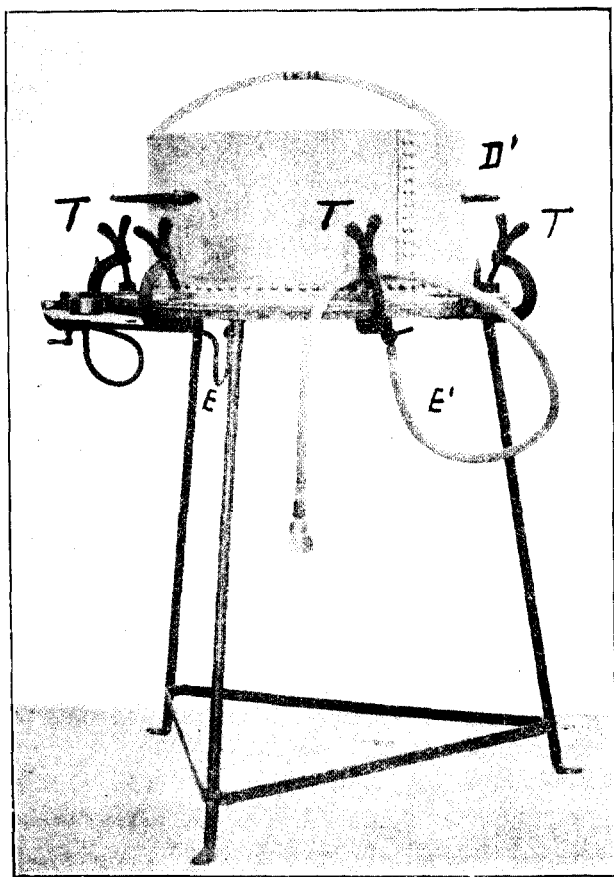


Fig. M.

El aparato lleva además una varilla vertical  $v$ , terminada inferiormente en un disco de 2 centímetros de diámetro, que apoya sobre la tela sometida al ensayo, varilla guiada por una cruceta unida al cilindro  $D'$ ; por medio de la graduación que lleva dicha varilla se puede medir en

todo instante la flecha del casquete esférico que forma la tela, cuando se comprime el aire o el gas en el interior del depósito *D*. Sirve también este aparato para comprobar la resistencia de las telas cauchotadas a la rotura aumentando la presión en el depósito *D* hasta romper la tela; una buena tela sometida a esta prueba no debe rasgarse hasta que el exceso de presión interior sobre la atmosférica sea superior a 0,5 atmósferas.

### CAPITULO III

#### Resistencia a la tracción de las telas cauchotadas.

*Preparación de las probetas para determinar la resistencia de las telas cauchotadas en kilogramos por metro lineal de tela.*—Para determinar la resistencia a la tracción de las telas cauchotadas se cortarán tres probetas en el sentido de cada uno de los hilos que formen los tejidos de que se componga la tela; por ejemplo, en una tela doble de tejidos rectos, se cortarían seis probetas; y en una tela de la misma clase, pero con un tejido al bias, serían necesarias doce probetas.

Estas probetas, de 5 centímetros de anchura y de 40 ó 50 de longitud, se cortarán bien paralelamente al sentido del hilo que corresponda. Para cortar estas probetas deberán emplearse cuchillos bien afilados, en forma de guillotina.

Las probetas cortadas, antes de someterlas a la tracción, se les coloca en uno de sus extremos una señal, para saber a qué dirección de hilo y qué capa de tejido corresponde.

*Colocación de las probetas en las máquinas de ensayo (dinamómetros) y modo de operar.*—La probeta se colocará contra las mordazas del aparato de manera que la parte comprendida entre dichas mordazas tenga una longitud próximamente de 30 a 35 centímetros.

En el caso de tratarse de ensayos de telas sencillas, se colocarán unas cuñas de cartón o de tela cauchotada gruesa en las mordazas para que la presión sea uniforme sobre la probeta.

Las probetas se colocarán de modo que queden bien paralelas a la dirección de la tracción. A este efecto se dejan sin apretar del todo las mordazas y se ejerce un esfuerzo pequeño (de algunos kilos); la probeta, de esta manera, se orientará bien en el sentido de la tracción, apretando fuertemente las mordazas de sujeción. La rotura de la tela se efectúa maniobrando la máquina a una velocidad lenta y uniforme.

Las roturas en las mordazas, o a ras de ellas, se anularán.

Una vez rotas las probetas correspondientes a la tela cauchotada que



se está ensayando, se tomará la media de los resultados obtenidos, y de dicho valor se obtendrá, por medio de una sencilla multiplicación, la resistencia a la tracción por metro lineal de la tela ensayada.

#### Aparato Schopper para el ensayo de telas a la tracción.

El aparato se representa en la figura 15. Consiste en una columna de hierro de fuerte constitución, que tiene dos grapas  $A A'$  para sujetar la probeta a ensayar. La grapa  $A$  está unida al sector  $B$ , del que forma parte el brazo  $C$ , que lleva el contrapeso  $D$ . El brazo  $C$ , arrastrado por el sector  $B$ , gira en el cojinete  $E$ , perfectamente equilibrado y a rodamiento de bolas. Unido al brazo  $C$  hay un sector  $F F$  graduado, en el que se desplaza la varilla  $G$ . El brazo  $C$  corre en el sector  $H H$ , graduado en kilos. Este sector tiene su borde interior dentado, donde se desliza el trinquete  $I$ , unido al brazo  $C$ . La otra mordaza  $A'$  está unida a la barra  $K$ , roscada en una cierta longitud; esta parte roscada engrana con un husillo y tuerca accionado por el volante  $L$ . Moviendo éste, la barra  $K$  y, por tanto, la mordaza  $A'$  subirá o bajará. Tanto la mordaza  $A$  como la  $A'$  llevan unas garras movidas por los husillos  $m m$ , que sujetan fuertemente la probeta a ensayar.

*Modo de operar con el aparato.*—Una vez nivelado perfectamente por medio del volante  $N$ , se toma la probeta de tela que se quiera ensayar, sujetándola fuertemente en las mordazas  $A$  y  $A'$ . El brazo  $C$  deberá estar perfectamente vertical y el índice marcando cero. Por medio del volante  $L$  se hará descender la mordaza  $A'$ , lo que equivale a someter a la probeta  $R$  a una fuerza de tracción. Preliminarmente la probeta sufrirá un alargamiento, acusado por el movimiento de la regleta dentada  $T$  que, engranando con el sector  $S$  (independiente del  $B$ ), accionará el brazo  $G$ , que se moverá sobre el sector  $F F$ , graduado en milímetros, y dará la lectura del alargamiento sufrido por la probeta. En el momento que actúa una cierta fuerza en la probeta por el desplazamiento de la mordaza  $A'$ , el brazo  $C$  se separa de la vertical, acusando el índice en el sector  $H H$  la fuerza de tracción. El trinquete  $I$  se irá moviendo a lo largo del sector dentado, y cuando la probeta se rompa, el brazo  $C$  quedará inmóvil por dicho trinquete, marcando en el sector  $H H$  el esfuerzo de rotura de la probeta, y el brazo  $G$  en el sector  $F F$ , el alargamiento sufrido por la misma hasta el momento de la rotura.

La graduación del sector  $H H$  se comprende fácilmente que es función de la fuerza a que se somete la probeta y del ángulo que el brazo  $C$  forma con la vertical, pues a medida que la fuerza a que se someta la probeta sea mayor, se separará más de ésta.

En la figura 16 se vé que, si tomamos los momentos con relación a  $O X$ , se verificará siempre que  $F \cdot r = P \cdot R$ ; como  $P$  y  $r$  son constantes, el esfuerzo  $F$  dependerá de  $R$ . Ahora bien: si llamamos  $L$  a la longitud

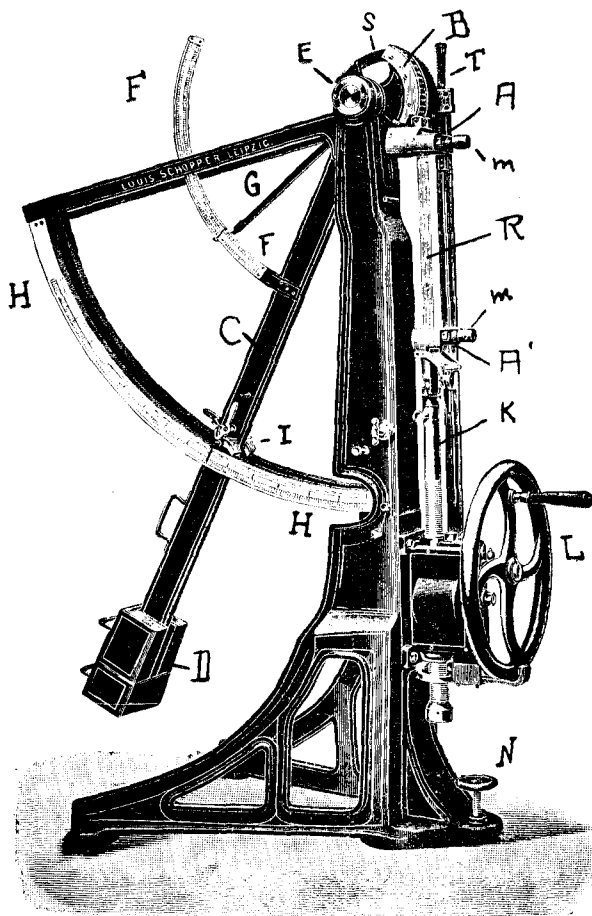


Fig. 15.

Aparato Schopper para los ensayos de las telas a tracción.

fija del brazo, se tendrá  $R = K \text{ sen. } X$ , que servirá para hacer la graduación del sector  $HH$ . Cuanto menor sea  $P$ , mayor desplazamiento habrá para la misma fuerza  $F$ , o sea las divisiones en el sector  $HH$  serán mayores y se podrán apreciar esfuerzos pequeños, necesarios de averiguar para telas débiles.

El mismo resultado se obtiene desplazando el peso  $P$  en el brazo  $O X$ .

La gran ventaja de estos aparatos es el no llevar resortes de ninguna clase y el poder usarlos para toda clase de esfuerzos de tracción, pues se comprende fácilmente que la graduación del sector  $H H$  dependerá del peso  $D$  y del radio del sector  $B$ .

Para los ensayos con este aparato se cortan cuatro probetas en sentido de la urdimbre del tejido y cuatro en el sentido de la trama; se anotan las lecturas y se toma la media.

Otro aparato algo rudimentario, aunque bastante exacto, es el representado en la figura 17. Para los ensayos se sujetarán las probetas a en-

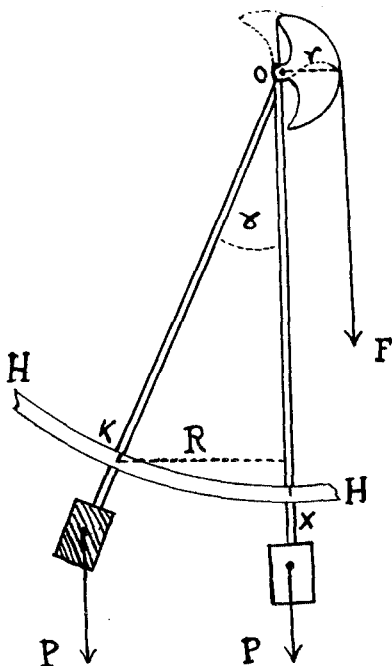


Fig. 16.

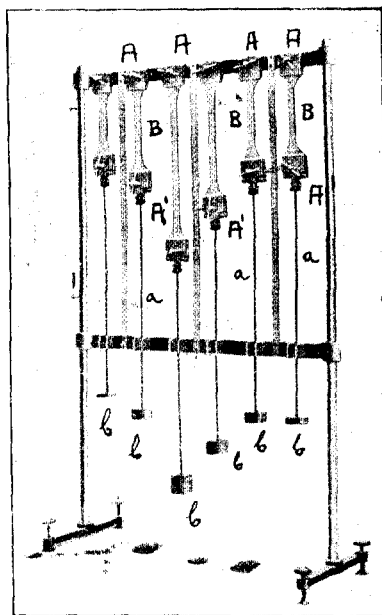


Fig. 17.

sayar en las mordazas  $A-A'$ , llevando estas últimas unas varillas  $a$ , donde se colocan los pesos  $b$ , hasta la ruptura de la probeta.

Las resistencias a la tracción por metro lineal entre las cuales deben oscilar las telas cauchotadas, son las siguientes:

*Telas sencillas*, de 500 a 800 kilogramos.

*Telas dobles*, de 700 a 1.000 ídem.

*Telas triples*, de 1.200 a 1.800 ídem.

**Aparato para ensayo de telas a través de potente manantial de luz.**

Una vez fabricadas las telas se las pasa por el aparato que representa la figura 18. Consiste en una caja cerrada de la forma representada en la

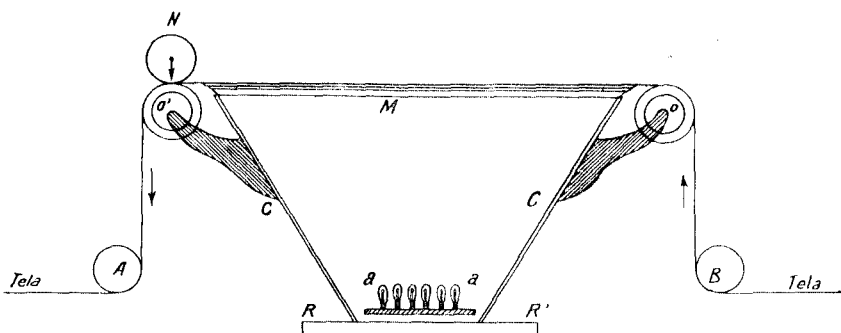


Fig. 18.

Aparato para reconocer telas.

figura. En el fondo  $R R'$  hay una serie de potentes bombillas  $a a$ . En las paredes  $C C$  hay unos espejos que reflejan la luz hacia la parte superior, donde hay un fuerte cristal  $M$ . Primero pasa la tela por los rodillos  $O O'$ ,

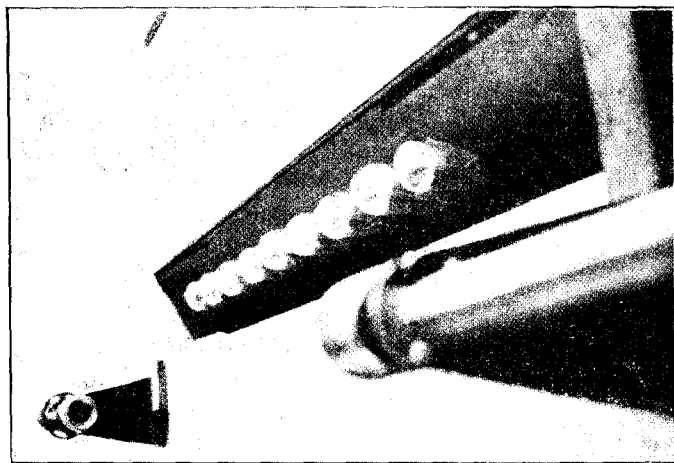


Fig. 19.

Aparato para hacer el pastillaje de las telas.

luego por encima del cristal citado, transparentándose la tela y viéndose perfectamente cualquier irregularidad en su fabricación. Al pasar la tela sobre el cristal *M* sufre la operación llamada del «pastillaje», que consiste en ir poniendo parches preliminarmente preparados, en todas las irregularidades que se observen, bien de tela, caucho o teñido de ella. Se comprende fácilmente que, por la potente luz colocada en el fondo de la caja, cualquier irregularidad, por pequeña que sea, se acusa al pasar por encima del cristal *M*. A la salida de la caja, la tela pasa por un rodillo contador *N*, por el cual se puede ver en un momento dado la cantidad de tela que ha sufrido el pastillaje. En la figura 19 se vé también otro aparato de esta clase.

## CAPITULO IV

### Ensayos a que se someten las telas en las pruebas de recepción.

1.º *Naturaleza de los ensayos.*—Los ensayos a que se someten las telas cauchotadas, son los siguientes:

*Pesado:* Para determinar el peso de la tela por metro cuadrado.

*Ensayo mecánico:* Para determinar la resistencia de la tela.

*Ensayo de permeabilidad:* Para determinar la pérdida de hidrógeno a través de la tela.

Los ensayos anteriores son ejecutados por el personal encargado del laboratorio del Servicio por medio de aparatos y máquinas que anteriormente se han descrito.

2.º *Examen de las telas.*—Las piezas de tela que hayan dado en los ensayos anteriores resultados satisfactorios, son examinadas una a una en toda su longitud por transparencia a la luz solar y por medio del aparato que se ha descrito, en el que el alumbrado se efectúa por medio de potentes lámparas eléctricas.

Los defectos que pueden encontrarse en estos reconocimientos son, generalmente, defectos accidentales, debidos al tejido o cauchotado de la tela, fácilmente reparables por medio de unos parches, que se colocan cubriendo dichas faltas; algunas veces, dichos defectos de la tela no parecen susceptibles de reparación por el procedimiento dicho, por no presentar las garantías dicha operación, debido a la naturaleza dudosa de la tela en dichas partes.

Si en el reconocimiento de una pieza de tela, una vez reparados los pequeños defectos debidos al tejido o cauchotado de la misma, resultasen estos defectos en gran cantidad, la pieza será rechazada; si el número de

ellos fuera reducido, la pieza se aceptará. La Junta de reconocimiento, por otra parte, resolverá si debe de hacerse una reducción en el número de metros de la pieza a la casa suministradora, teniendo en cuenta los defectos locales de fabricación.

En el caso en que los defectos encontrados en la pieza no parezcan susceptibles de sufrir la reparación por parcheo, o presente la tela aspecto dudoso, la Junta de reconocimiento, de acuerdo con la casa suministradora, procederá a extraer, de las partes que contengan dichos defectos, una o varias probetas, que serán sometidas a los ensayos de resistencia y permeabilidad al gas.

Si los resultados de dichos ensayos fueran satisfactorios, se considerará a la tela como en el caso de defectos ligeros reparables por medio del parcheo y proceder en su consecuencia como se ha visto en el caso anterior. Si los resultados de los ensayos no fueran admisibles, la pieza será rechazada.

*Preparación de las probetas para efectuar los ensayos de las telas.*—De cada pieza, y de sus extremidades, se cortará una banda del ancho de la pieza de 0,40 metros de longitud, cuyas bandas se destinarán a la confección de las probetas para los ensayos.

Las marcas de fábrica que lleve la pieza de tela serán puestas también en los trozos que se cortan de la pieza para hacer los ensayos, con el fin de saber en todo momento a qué pieza pertenecen; asimismo, el jefe del laboratorio deberá marcar cada probeta con una cifra personal suya, para saber que el lote correspondiente está en curso de recepción.

La tela que se gasta en los ensayos debe ser con cargo a la casa suministradora, la cual proporcionará cuantos datos nos sean interesados.

*Pesado.*—El peso de la tela por metro cuadrado se determina pesando con un error menor de 1 decigramo una probeta cuadrada de 0,316 metros de lado ( $\frac{1}{10}$  de metro cuadrado). Las probetas no deben presentar juntas de recubrimiento.

*Resistencia.*—De cada una de las bandas cortadas de los extremos de la pieza a ensayar se cortarán tres probetas paralelamente al sentido de los hilos del tejido (urdimbre y trama de cada tejido de los que compongan la tela cauchotada).

Estas probetas se ensayarán a la tracción.

El procedimiento para cortar las probetas y la manera de operar para efectuar los ensayos, se han indicado al describir los aparatos empleados para los mismos.

*Permeabilidad al gas.*—De cada uno de los trozos cortados de los extremos de las piezas de tela a ensayar se sacará una probeta para efectuar la prueba de la permeabilidad. Estas probetas, después de haber sufri-

do el plegado que se indica al describir los aparatos, se someten a las pruebas para determinar su permeabilidad al hidrógeno (balanza Renard, permeabilímetro Pasquier, aparato Schopper, etc.) bajo una presión de 30 milímetros de agua o presiones superiores para determinar sus características.

Los aparatos para determinar la permeabilidad deben ser debidamente verificados antes de su empleo para tener seguridad en los resultados obtenidos en ellos. Para efectuar dicha verificación, se colocarán en los dispositivos que llevan para la colocación de las probetas de tela unos discos metálicos de las mismas dimensiones de aquéllas, comprobando la ausencia de fugas de gas.

#### Condiciones que han de reunir los resultados obtenidos.

*Pesado.*—La media de los resultados obtenidos del pesado de las dos probetas correspondientes a cada uno de los extremos de la pieza que se ensaya no debe de exceder del peso máximo  $P T_2$  indicado en las tablas A, B y C, para sencillas, dobles y triples. La media de todos los pesos obtenidos para las distintas piezas de tela que se han ensayado no debe de exceder del peso  $P + T_1$ .

Si esta última condición no queda cumplida, la entrega será devuelta para su reparación, debiendo sufrir pesado antes de proceder a su recepción.

*Resistencia.*—La media de las resistencias de cada serie de tres probetas correspondientes a cada extremidad de las distintas piezas ensayadas, debe de ser como mínimo igual a los valores indicados en las tablas A, B, C.

Una tolerancia de un 10 por 100 en menos puede admitirse para una probeta aislada.

Las piezas que no reúnan las condiciones anteriores deben ser rechazadas.

*Permeabilidad.*—Las tablas dichas indican la pérdida que puede admitirse en litros por metro cuadrado durante veinticuatro horas.

La pieza en que una de sus partes dé una pérdida superior al valor indicado en dicha tabla, deberá rechazarse.

*Observación.*—Excepcionalmente y en caso de duda sobre la homogeneidad de la pieza, o en casos de anomalías en los resultados obtenidos en los ensayos, puede, de acuerdo con la casa suministradora, hacerse un segundo ensayo en probetas extraídas del trozo de la tela que ofrece duda en la confección del tejido o cauchotado, o de las partes, en que se hayan obtenido anomalías en los resultados de los ensayos.

TABLA A

Composición de las telas sencillas empleadas en aerostación.

Referencia.	COMPOSICIÓN			PESO TOTAL POR METRO CUADRADO		Resistencia en 5 centímetros en trama y urdimbre. <i>Kilogramos.</i>	Permeabilidad en litros por metro cuadrado y veinticuatro horas.	EMPLEO
	Caucho. — Peso por metro cuadrado. — Exterior.	Tejido. — Peso por metro cuadrado.	Caucho. — Peso por metro cuadrado. — Interior.	Valor nominal. — Gramos.	Tolerancia $T_1$ y $T_2$ . — Gramos.			
1		60 grs. teñido	125 gramos..	185	+ 12	30	10	Cuerpo de globos de pequeño volumen.
1 a	20 grs. teñido	60 ídem.....	115 ídem....	195	+ 7 a + 12	30	10	Cuerpo de globos de pequeño volumen.
2	20 ídem.....	60 gramos...	70 grs. tejido rojo.	150	7 a 12	30	20	Timones de globos pequeños.
2 a		90 ídem....	125 gramos.	215	+ 13	45	10	Cuerpo de globos de pequeño volumen (concur- sos).
2 b	20 ídem.....	90 ídem....	115 ídem....	225	8 a 13	45	10	Cuerpo de globos pequeños.
3	20 ídem. ...	90 ídem.....	70 grs. tejido rojo.	180	8 a 13	45	20	Timones de globo de observación.
3 a		90 grs. teñido	80 gramos...	120	+ 13	45	>	Telas auxiliares de sujeción.
4		125 ídem....	80 grs. tejido rojo.	205	+ 18	65	20	Globos observatorios de meteorología.
4 a	20 ídem.....	125 gramos..	70 gramos..	215	11 a 18	65	20	Tela de globos para concursos.

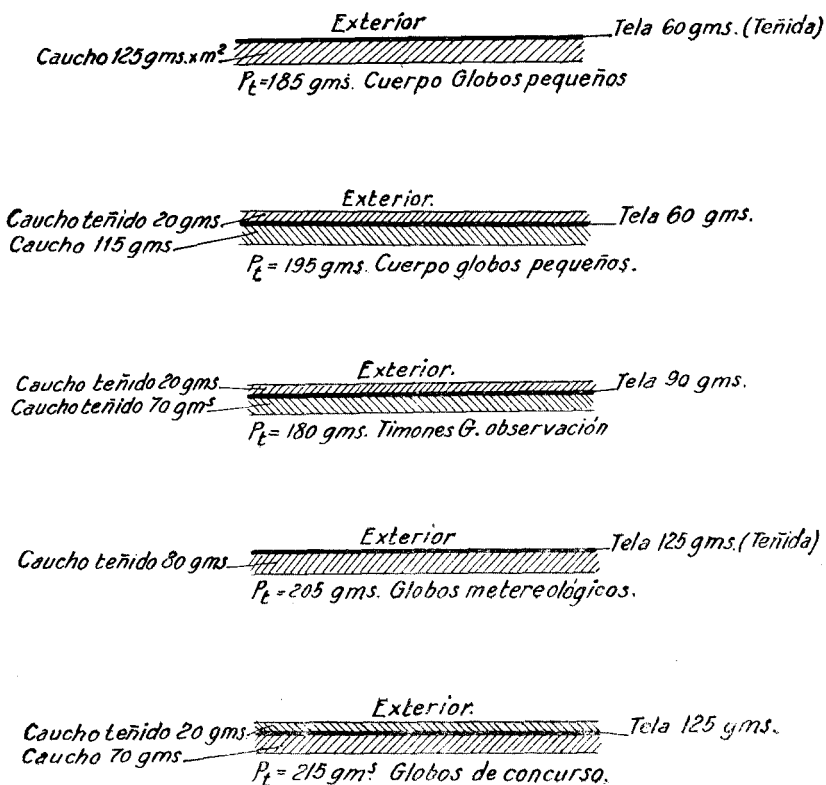
Las referencias 1, 2, 3 y 4, son las más empleadas, y excepcionalmente las 1 a, 2 a, 3 a y 4 a.



En estos casos, los resultados obtenidos en este segundo ensayo se consideran, desde el punto de vista de recepción de la tela, como reemplazando a los obtenidos en el primer ensayo.

#### Cintas de tela cauchotada para cubrejuntas.

Las cintas cauchotadas que han de examinarse para su recepción se agruparán en lotes, comprendiendo cada uno de éstos cinta de las mis-



Telas (tipo) sencillas. A.

mas características y cuya superficie en total no exceda de 50 metros cuadrados como máximo.

De cada lote se tomarán cinco trozos de 0,50 metros de longitud, en cuyos trozos se analizará el cauchotado, naturaleza del tejido y resistencia a la tracción.

TABLA B

Composición de las telas dobles cauchotadas.

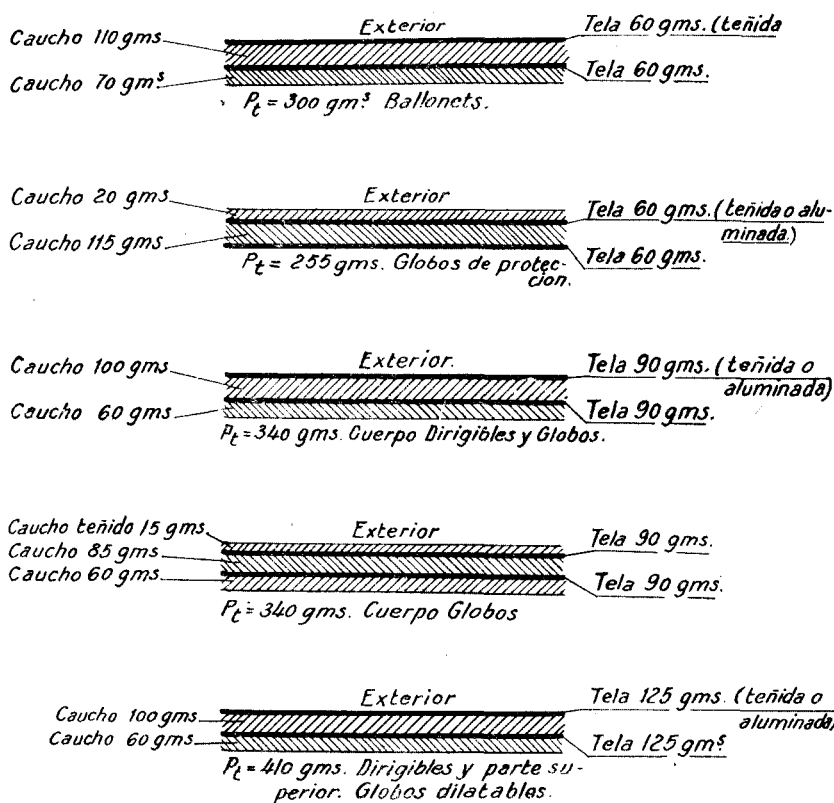
Referencias.....	COMPOSICIÓN DE LA TELA					Valor nominal. Gramos por m. <sup>2</sup>	Tolerancia <i>T</i> <sub>1</sub> y <i>T</i> <sub>2</sub>	Resistencia en 5 centímetros en trama y urdimbre.		Permeabilidad en litros por metro cuadrado y 24 horas	Empleo a que se le puede destinar.
	Caucho por metro cuadrado. Gramos.	Tejido, gramos por m. <sup>2</sup> Teñido.	Caucho por m. <sup>2</sup> Grs.	Tejido, gramos por m. <sup>2</sup> Sin teñir.	Caucho por m. <sup>2</sup> Interior.			Tejido al bias. Kgs.	Tejido recto. Kgs.		
1'		60 grs. al bias	110	60 grs. Recto	70 gramcs	300	+ 10 a + 14	30	30	10	Ballonets de dirigibles
2'		60 ídem.....	125	60 ídem.....		245	+ 10 a + 14	30	30	10	Idem globos de observación.
2' a	20 teñido o aluminado	60 ídem.....	115	60 ídem.....		255	+ 14 a + 19	30	30	10	Cuerpo globo protección.
2' b		90 ídem.....	100	90 ídem.....	60 ídem..	340	+ 15 a + 21	45	45	10	Cuerpo de dirigible.
3'	15 ídem.....	90 ídem.....	85	90 ídem.....	60 ídem..	340	+ 15 + 21	45	45	10	Idem dirigible y globos
3' a		90 ídem..	80	90 ídem.....		260	+ 15 + 21	45	45	20	Vientre de dirigibles.
4'	20 ídem.....	90 ídem.....	115	90 ídem.....		315	+ 15 + 21	45	45	10	Cuerpo de globos observación.
5'	20 teñido..	125 ídem....	80	125 ídem....	20 teñido.	370	+ 19 + 27	65	65	20	Relingas y pequeños dirigibles.
6'		125 ídem....	100	125 ídem....	60 gramos	410	+ 19 + 27	65	65	10	Cuerpos de dirigibles y globos de observación. Tipo dilatable.
7'		125 ídem....	80	125 ídem....		330	+ 19 + 27	65	65	20	Vientre de dirigibles y globos observación.
8'		180 íd. Recto (cretona)..	140	125 ídem....	60 ídem..	520	+ 20 + 30	>	>	10	Mangas de inflación.

Las más empleadas son las 2', 4', 5' y 6'. La 8' para mangas de inflación únicamente.  
La capa exterior puede ser aluminada sobre el teñido o directamente sin él.

Si los resultados corresponden a las condiciones generales de las telas dados por las tablas, el lote será aceptado. En caso contrario, se rechazará.

**Marcado de las telas ensayadas.**

Las piezas que, una vez efectuadas las pruebas de recepción, hayan dado resultados satisfactorios y, por lo tanto, hayan sido aceptadas, se las



Telas (tipo) dobles cauchotadas. B.

marcará con el contraste de aceptación del laboratorio que efectúa los ensayos.

Estas marcas se colocan de cualquier forma en toda la longitud de la pieza y a una distancia unas de otras de 0,50 metros próximamente, por la cara de la tela opuesta a la que ha de ir en contacto con el gas, de ma-

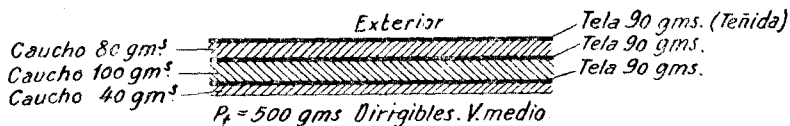
T A B L A C

## Composición de la tela triple cauchotada.

Referencias.....	COMPOSICIÓN DE LA TELA						PESO TOTAL POR M. <sup>2</sup>	Resistencia en 5 centímetros en trama y urdimbre.	Permeabilidad en litros por m. <sup>2</sup> y 24 horas.	F. M. P. L. E. O.		
	Tejido, grs. por m. <sup>2</sup> tejido o slumizado.	Caucho, grs. X m. <sup>2</sup>	Tejido, grs. por m. <sup>2</sup> Sin teñir.	Caucho, grs. X m. <sup>2</sup>	Tejido, grs. por m. <sup>2</sup> Sin teñir.	Caucho, grs. X m. <sup>2</sup> Interior.					Valor nominal grs. X m. <sup>2</sup>	Tolerancia T y T <sub>2</sub> Grámas.
1" 60 grs. Recto	80	60 grs. al bias	60 grs. al bias	110	60 grs. Recto	40	410	+ 16 + 28	35 a 55	60	10	Cuerpo de dirigible.
1" 60 ídem.....	50	60 ídem.....	60 ídem.....	90	60 ídem.....	»	320	+ 16 + 28	35 a 55	60	20	Cuerpo de globos de observación tipo dilatable y vientre de dirigible.
2" 90 ídem.....	80	90 ídem.....	90 ídem.....	110	90 ídem.....	40	500	+ 17 + 29	55 a 85	90	10	Cuerpo dirigible. Vientre medio.
3" 90 ídem.....	50	90 ídem.....	90 ídem.....	90	90 ídem.....	»	410	+ 17 + 29	55 a 85	90	20	Vientre de dirigibles y cuerpo globo tipo dilatable.
4" 125 ídem.....	80	125 ídem.....	125 ídem.....	110	125 ídem.....	40	605	+ 22 + 38	75 a 110	120	20	Cuerpo dirigibles.
5" 125 ídem.....	50	125 ídem.....	125 ídem.....	90	125 ídem.....	»	515	+ 22 + 38	75 a 110	120	20	Vientre grandes dirigibles.
6" 150 ídem.....	60	150 ídem.....	150 ídem.....	110	150 ídem.....	100	720	+ 25 + 44	85 a 120	140	5	Nodrizas de hidrógeno.

nera que dichas marcas estén bien a la vista en cada uno de los elementos de que está formada la envuelta (globo libre, cautivo o dirigible), que se construye con dichas piezas de tela.

Las piezas rechazadas por no reunir las condiciones debidas se marcarán con el contraste de rechazadas colocado en los extremos de la misma.



Telas (tipo) triples cauchotadas. C.

Los rollos de cinta cauchotada aceptados se marcarán con el contraste de aceptación colocado en su extremidad exterior.

De la misma manera se colocará el contraste de rechazados en los que no reúnan las condiciones debidas.

Composición de las telas.—En las tablas A, B y C se indica la composición de las telas sencillas, dobles y triples cauchotadas con su empleo más apropiado para los fines que se deseen y conseguir, dentro de la má-

## Tipos de telas recibidas de distintos países

Procedencia y Casa suministradora.	Clase.	Resistencia a la presión interior. Atmósferas.	Resistencia a la tracción por metro lineal. — Kilogramos.	Peso en gramos por metro cuadrado — Gramos.
<i>Inglesa.</i>				
Fábrica de Icco, Rubber-Glasgow	Sencilla..	0,2 atmósferas, pierde a 0,1 atmósferas...	430	208
	Doble....	0,5 ídem, pierde a 0,3 ídem.....	900	310
	Doble....	0,55 ídem, sin perder.....	950	315
<i>Francesa.</i>				
Casa Hutchinson, fábrica en Lan- gleé.....	Doble....	0,55 ídem, pierde a 0,5 atmósferas.....	1.200	338
	Doble....	0,6 ídem, pierde a 0,5 ídem.....	950	335
	Doble....	0,5 ídem, pierde a 0,45 ídem.....	750	275
<i>Americana.</i>				
Casa Good-Year...	Sencilla..	0,2 ídem, sin romper.....	610	162
	Doble....	0,7 ídem, pierde a 0,65 atmósferas.....	1.150	300
	Doble....	0,65 ídem, pierde a 0,5 ídem.....	980	332
	Triple...	0,8 ídem, sin perder.....	1.550	456
<i>Alemana.</i>				
Casa Continental..	Doble....	0,6 ídem, sin perder.....	900	340
	Triple...	0,2 ídem, pierde a 0,9 atmósferas.....	1.800	578
<i>Italiana.</i>	Doble....	0,4 ídem, sin perder.....	700 a 1.100	270

(1) Con los cambios que sufre nuestra moneda en la actualidad, estos precios resultan muy

con expresión de sus características (1).

Color.	NÚMERO DE HILOS EN 2,5 MILÍMETROS CUADRADOS		Precio aproximado.	Vulcanización.	Observaciones.	Constitución.
	Tema...	Delante...				
Aluminada	11	13	9 pts. yarda....	En frío....	Buena para timones	Algo débil.
Idem.....	11	13	29 ídem.....	Idem.....	Para globos.....	Bien fabricada.
Verde.....	13	13	35 ídem.....	Idem.....	Idem cautivos....	Hilos mal trenzados
Verde.....	13	13	18 ídem m. l....	En frío.....	Globos dilatables..	Tejido igual.
Aluminada sin cromato.....	12	13	26 ídem.....	En caliente	Idem todas clases.	Idem.
Idem.....	12	12	31 ídem.....	Idem.....	Idem libres y poco volumen..	Idem algo desigual.
Amarilla..	16	16	1,5 dolar yarda..	En caliente.	Globos libres concurso timones.	Tejido muy igual.
Gris plomo.	13	15	3 ídem.....	Idem.....	Idem observación.	Idem.
Aluminada	12	14	2,75 dolar.....	Idem.....	Globos y dirigibles.	Idem desigual.
Idem.....	13	16	5,2 ídem.....	Idem.....	Dirigibles.....	Idem.
Amarilla..	12	12	9 marcos. ....	En caliente.	Globos dilatables..	Trenzado desigual.
Aluminada	12	13	16 ídem.....	Idem.....	Dirigibles.....	Hilos irregulares.
Sin teñir..	12	12	14 pesetas.....	En frío.....	Globos libres.....	Hilos irregulares.

imprecisos. Los que no figuran en moneda extranjera se supone el dolar 10 pesetas.

xima seguridad, el mínimo peso, factor muy importante en los más ligeros que el aire.

Para formarse mejor idea de su estructura, en los esquemas A, B y C se vé con todo detalle lo indicado en las tablas. Sólo se han puesto las telas más comúnmente empleadas y correspondientes a las referencias indicadas en las tablas ya dichas. Esta composición es la misma, bien sea la vulcanización en frío o en caliente. La capa exterior, generalmente, va teñida de algún color a base de cromato de plomo, y en el caso de que lleve capa de caucho, éste es el que va teñido. Si va aluminada la cara exterior, se hace generalmente sobre la capa teñida al cromato de plomo con negro de humo.

Hoy día, dado el mal resultado de las telas cauchotadas, parece que la corriente general es hacer la vulcanización en caliente y suprimir la pintura de cromato, sustituyéndola por una capa de caucho aluminado o sencillamente una capa de aluminio en disolución del caucho.

En los globos libres y de concurso no es tan importante esta pintura exterior, debido a que no están sometidos a la presión del viento, que tanto perjudica a los globos cautivos de observación.

Además, en los globos de concursos el factor del peso es el más importante.

En las páginas 80 y 81 se indican en un cuadro las características de las telas recibidas de distintos países.

Se puede observar que la mejor tela parece ser la americana, si bien tiene el inconveniente del precio y de lo mucho que tarda en recibirse, pudiendo deteriorarse en invierno. Como regla, puede darse que la tela sencilla resiste de 250 a 300 kilogramos por metro lineal. La doble cauchotada, entre 800 y 1.000 kilogramos, y la triple, entre 1.500 y 1.800.

## CAPITULO V

### Verificaciones técnicas.

Las verificaciones del estado del material comprenden la inspección ocular y los ensayos de laboratorio.

Ya hemos visto anteriormente tanto una como otra, pero no solamente se deben hacer estas inspecciones y ensayos en las telas nuevas, sino también en aquéllas que forman parte del material confeccionado, o que estén en parque. Se necesita, pues, hacer estas inspecciones periódicamente, tanto al entrar en parque como después de haber permanecido algún tiempo en él.



El objeto que se persigue es no tener en servicio nada más que material que reúna todas las garantías deseadas y mantener en reserva material apto para reemplazar en todo momento al que está en servicio.

*Telas cauchotadas.*—Esta clase de telas puede ser utilizada o permanecer en servicio mientras que su resistencia y permeabilidad al hidrógeno sean superiores a los valores límites indicados en la tabla D.

1.º *Resistencia.*—Se mide ésta en una tela según la dirección del urdimbre y de la trama.

Según una dirección de hilo determinado, ya hemos dicho la manera de operar en bandas de 0,05 metros de anchura.

Se llama coeficiente de seguridad la relación entre su resistencia y el esfuerzo a que está sometida en las peores condiciones de trabajo, cuando forma parte de un globo completamente equipado en el transcurso de una ascensión. Es necesario que este coeficiente sea superior a un cierto valor que varía según los casos, llamado coeficiente de seguridad.

Llamando  $r$  la resistencia de la tela en servicio o en parque, debe, en el momento del ensayo del cual es objeto, ser superior a una cierta fracción de la resistencia  $R$  de la tela nueva.

La tabla D da con todo detalle estos valores límites, según los tres casos que pueden ocurrir: tela nueva, tela formando parte de un globo o de elementos auxiliares y tela en almacén o parque. En dicha tabla también figuran las resistencias mínimas exigidas a la presión interior en atmósferas en cada uno de los tres casos anteriores. También se encuentran en ella las referencias correspondientes a la constitución de las telas indicadas en las tablas A, B, C.

## TABLA

Características de las telas y límites exigidos para la resistencia y per

UTILIZACION DE LA TELA.	CARACTERÍSTICAS DE LA TELA		TELA NUEVA					Tela formando o de elemen	
			Resistencias exigidas.				Permeabilidad.....	Resistencias	
	Clase y referencia.	Constitución y peso por metro cua- drado.	Según los hilos del tejido recto		Según los hilos del tejido al bies			Según los hilos del tejido recto.	
			Urdimbre. Kgs.	Trama. Kgs.	Urdimbre. Kgs.	Trama. Kgs.		Urdimbre. Kgs.	Trama. Kgs.
Cuerpo globos peque- ños .....	Simple 1....	Tabla A..	30	30	30	30	10	20	20
Idem.....	Idem 2.....	Idem.....	25	25	25	25	10	18	18
Timones globos.....	Idem 3.....	Idem.....	40	40	40	40	10	30	30
Globos concursos. .	Idem 4 a....	Idem....	65	65	60	60	10	55	55
Ballonet dirigible...	Doble 1'....	Tabla B..	30	30	30	30	10	24	24
Ballonet globo obser- vación.....	Idem 2'....	Idem.....	30	30	30	30	10	23	23
Cuerpo globos y diri- gibles. ....	Idem 3'....	Idem.....	45	45	45	45	10	35	35
Cuerpo globos obser- vación.....	Idem 4'....	Idem.. .	45	45	45	45	10	23	23
Pequeños dirigibles relingas.....	Idem 5'....	Idem.....	65	65	60	60	35	50	50
Cuerpo globo dilata- ble.....	Idem 6'....	Idem.....	65	65	65	65	10	35	35
Cuerpo dirigible y globos.....	Triple 1'....	Tabla C..	60	60	40	40	10	50	50
Cuerpo globos tipo dilatable.....	Idem 1'' a...	Idem.....	60	60	35	35	10	50	50
Ventre dirigibles y globos.....	Idem 3''....	Idem.....	90	90	70	70	10	80	80
Cuerpo dirigibles...	Idem 4''....	Idem.....	120	120	75	75	20	96	96
Ventre grandes diri- gibles.....	Idem 5''.. .	Idem.....	120	120	75	75	20	96	96

**D**  
meabilidad. La resistencia se mide en tiras de 0,05 metros de anchura.

parte de un globo tos auxiliares.			TELA EN ALMACÉN O PARQUE					Resistencias mínimas exigidas a la presión interior sin pérdida de gas en atmósferas.			OBSERVACIONES
exigidas.		Permeabi- lidad. — L × m. <sup>2</sup>	Resistencias exigidas.				Permeabilidad exi- gida.....	Tela nueva. — Atmósferas.	Te'a en servicio. — Atmósferas.	Tela en parques. — Atmósferas.	
Según los hilos del tejido al bias			Según los hilos del tejido recto.		Según los hilos del tejido al bias						
Urdimbre. — Kgs.	Trama. — Kgs.	Urdimbre. — Kgs.	Trama. — Kgs.	Urdimbre. — Kgs.	Trama. — Kgs.	Urdimbre. — Kgs.	Trama. — Kgs.				
20	20	15	25	25	25	25	12	0,15	0,1	0,12	En el tambor de pruebas o aparato Schopper.
18	18	17	20	20	20	20	14	0,12	0,1	0,11	
30	30	20	25	25	25	25	15	0,15	0,1	0,12	
50	50	20	60	60	55	55	15	0,17	0,13	0,15	
24	24	20	27	27	27	27	12	0,4	0,3	0,35	
23	23	30	27	27	27	27	20	0,4	0,3	0,35	Con el tambor de pruebas y aparatos des- critos en es- te folleto.
30	33	20	40	40	35	35	20	0,45	0,3	0,4	
23	23	50	40	40	40	40	20	0,4	0,3	0,35	
50	50	50	60	60	55	55	35	0,5	0,4	0,45	
35	35	40	58	58	58	58	20	0,55	0,4	0,5	
35	35	25	55	55	35	35	20	0,7	0,5	0,6	Con el tambor de pruebas y aparatos des- critos en es- te folleto.
30	30	30	50	50	30	30	20	0,7	0,5	0,6	
50	50	30	80	85	60	60	20	0,8	0,7	0,75	
60	60	20	105	105	65	65	12	0,9	0,7	0,8	
60	60	30	105	105	65	65	25	0,8	0,7	0,75	

En el cuadro que se pone a continuación se indica el límite, por debajo del cual  $r$  no debe pasar:

**Valores límites de la resistencia en telas, ídem cauchotadas, etc.**

	Dirigibles.	Cautivos.	Libres.	Nodrizas.	OBSERVACIONES
Tela formando parte de un globo o elemento auxiliar.....	$r = \frac{4}{5} R$	$r = \frac{3}{4} R$	$r = \frac{1}{2} R$	$r = \frac{1}{2} R$	Si $r$ es inferior a estos valores, hay que reemplazarla o rechazarla.
Tela en almacén o parque....	$r = \frac{9}{10} R$	$r = \frac{7}{8} R$	$r = \frac{7}{8} R$ $r = \frac{9}{8} R$	$r = \frac{3}{4} R$ $r = \frac{9}{10} R$	

$$(a) \left\{ \begin{array}{l} r = \frac{7}{8} R \text{ si la tela se emplea exclusivamente para cautivos y libres.} \\ r = \frac{9}{8} R \text{ si la tela se emplea en reparación de dirigibles.} \end{array} \right.$$

$$(b) \left\{ \begin{array}{l} r = \frac{3}{4} R \text{ si se emplea exclusivamente para reparación de nodrizas y mangas.} \\ r = \frac{9}{10} R \text{ si se emplea para reparación de dirigibles.} \end{array} \right.$$

2.º *Permeabilidad.*—Ya hemos dicho que se miden con los aparatos balanza Rénard, permeabilímetro Pasquier, Schopper, etc.

También hemos dicho que se expresa por el número de litros de hidrógeno perdidos en veinticuatro horas por metro cuadrado de tela y bajo una presión de 30 milímetros de agua.

En la tabla D se indican también los valores admisibles en las distintas telas.

Como anteriormente, se distinguirán dos casos, indicándose en el cuadro que sigue los valores límites de la permeabilidad, límites de los cuales no se puede pasar de ninguna manera:

**Valores límites de la permeabilidad de las telas cauchotadas  
en litros en veinticuatro horas por metro cuadrado.**

	Dirigibles.	Cautivos.	Libres.	Nodrizas.
Tela formando parte de una envuelta.....	$e = 20^{(1)}$ $e = 30^{(2)}$	$e = 30^{(5)}$	$e = 50$	$e = 10$
Tela en almacén o parque...	$e = 12^{(3)}$ $e = 25^{(4)}$	$e = 20^{(6)}$	$e = 20$	$e = 8$

- (1) Para envuelta, *ballonets* y mangas.  
 (2) Para vientre de globo.  
 (3) Para envuelta, *ballonets* o manga.  
 (4) Para vientre de globo.  
 (5) Para caso de timones de globos cautivos  $e = 50$ .  
 (6) Para caso de timones de globos cautivos  $e = 25$ .

**Clasificación y escogido de las probetas.**

Cuando sea necesario cortar probetas para una inspección después de un cierto tiempo, se tomarán aquéllas de distintos sitios, según el material a inspeccionar.

1.º Sobre los dirigibles flácidos, las probetas se tomarán de varios sitios repartidos en longitud, teniendo en cuenta las diferentes clases de tela que hayan servido para la confección del dirigible (tela del cuerpo del dirigible, tela del vientre o de los *ballonets*), así como de las indicaciones de porosidad que se hayan podido deducir con el buscafugas cuando el globo haya estado inflado con presión igual a la de vuelo.

Respecto a los *ballonets* de los otros tipos de dirigibles, conviene escogerlas de la parte superior de éstos.

2.º Sobre los globos cautivos de observación, las probetas se escogerán preferentemente de la parte de encima inmediata a la relinga y de la parte superior del globo, así como de la parte de la cabeza, que es la que más trabaja, por sumarse la acción del viento y la presión interior. Se puede admitir que será más que suficiente tomar seis probetas para formarse perfecta idea del estado del globo; de estas seis, tres se escogerán de encima de la relinga, preferentemente de la parte del cordaje de retención; dos de la parte superior y una de la cabeza. En los globos con

*ballonets* será conveniente tomar una probeta del diafragma y otra de los timones.

3.º En los globos libres esféricos se tomarán una o dos probetas en cada una de las tres regiones: válvula, ecuador y apéndice.

Como al cortar las probetas necesitan luego ser reemplazadas, se escogerán las partes que parezcan más dudosas.

Las probetas se escogerán bien para determinar la resistencia, bien para la permeabilidad, debiendo tener las dimensiones de  $0,40 \times 1,00$  para las piezas de tela y de 0,40 por la anchura del paño para los globos. Según los resultados obtenidos, las telas se clasifican en útiles o inútiles, y las envueltas, en útiles, reparadas o limitadas a ciertos usos.

## CAPITULO VI

### Cordajes y cables metálicos.

*Generalidades.*—Una parte muy importante como elemento auxiliar en todo lo referente a la aeronáutica, es el conocimiento, características y resistencias de cordajes y cables metálicos, que tan importante papel desempeñan en la constitución de globos, dirigibles y paracaídas.

Se clasifican en cuerdas finas, cuerdas y calabrotos, según su diámetro, peso y constitución. Las cuerdas finas pueden ser sin trenzar o trenzadas; la primera está constituida por tres hilos de los usados para fabricar cuerdas unidas por adherencia mutua; no es, pues, otra cosa que un torón primario.

La segunda o trenzada está constituida por la reunión de tres torones primarios, compuestos por tres hilos unidos por adherencia mutua. La torsión que determina la unión de estos tres elementos es de sentido inverso al de los elementos componentes.

Las cuerdas y calabrotos están constituidos de la misma forma dicha anteriormente.

**Tolerancia.**—**Ensayos que hay que efectuar.**—**Obtención de las probetas.**  
**Resultados de los ensayos.**

1.º *Tolerancia.*—Las cuerdas y calabrotos, generalmente se presentan en forma de rollos, y las cuerdas finas, en forma de ovillo. La tolerancia en la longitud de cada rollo u ovillo será de 10 metros, resultando longitud máxima 110 metros y mínima 90.

La comprobación de la cantidad se hace por peso; el peso mínimo de

cada elemento es el que corresponde a una longitud de 90 metros, el máximo a 110.

2.º *Aspecto exterior y naturaleza del cordaje.*—Los cordajes deben estar compuestos de hilazas nuevas, flexibles, puras y exentas de los residuos de la hilaza del cáñamo.

Se puede hacer un análisis químico tratando una pequeña cantidad de fibras deshilachadas por una solución de iodo, compuesta de:

Iodo sublimado.....	4 gramos.
Ioduro de potasio.....	15 —
Agua.....	1 litro.

Al contacto con esta solución, las fibras de cáñamo, yute y lino toman una coloración amarilla; las fibras de algodón toman una coloración azul.

Para distinguir el cáñamo, el yute y el lino, se trata, como sigue, otra probeta:

Se introducen durante cuatro o cinco minutos las fibras a ensayar en una cápsula que contenga cloruro de cal líquido; se exprimen cuidadosamente las fibras entre dos hojas de papel secante para absorber el cloruro de cal en exceso. A continuación se las pone en otro recipiente que contenga ácido clorhídrico ordinario; después de algunos instantes se retiran las fibras y se lavan con gran cantidad de agua.

Se depositan sobre una plancha de mármol y se las echa una gota de amoníaco, tomando la coloración roja violácea las fibras de yute, castaño claro las de lino y castaño oscuro las de cáñamo.

3.º *Ensayos.*—Los ensayos que hay que efectuar son la determinación de la humedad, en los que hay que tomar precauciones para conservar el lote a una humedad constante.

Se llama humedad normal cuando contiene un 12 por 100 de su peso de agua para el material de cáñamo y 8 1/2 por 100 para el algodón.

La determinación del tanto por ciento de humedad se hace del modo siguiente: después de cortar un trozo de 10 a 50 centímetros de longitud, se pesa exactamente, después de quitar la torsión, sea  $p$  el peso encontrado. Colocarlo en una estufa sobre una hoja o tela metálica apropiada. Después de cuarenta minutos a 115 grados, el peso de este trozo quedará sensiblemente estacionario.

Sea  $p'$  el peso del trozo que se ha desecado, el tanto por ciento de humedad será:

$$t = \frac{p - p'}{p'} = \text{‰}$$

El contenido de humedad en tanto por ciento en el lote se obtendrá tomando las medias de varios ensayos.

4.º *Pesado*.—En un cierto número de rollos u ovillos del lote que se quiera examinar, se cortan de sus extremidades dos probetas de 2 metros cada una.

Cada una de estas probetas es exactamente pesada y medida; para hacer esto último se la coloca a lo largo de una regla, dándola una ligera tensión con la mano.

Contenido de humedad, — Tanto por ciento.	Valor de a.
8 .....	1,04
8,5 .....	1,03
9 .....	1,03
9,5 .....	1,02
10 .....	1,02
10,5 .....	1,01
11 .....	1,01
11,5 .....	1,00
12 .....	1,00
12,5 .....	1,00
13 .....	0,99
13,5 .....	0,99
14 .....	0,98
14,5 .....	0,98
15 .....	0,97
15,5 .....	0,97
16 .....	0,96

En el cuadro que antecede se indican los valores del coeficiente  $a$ , por el cual debe ser multiplicado el peso hallado en el cordaje de cáñamo con un contenido de humedad dado  $h$  para obtener el peso normal correspondiente al contenido en humedad normal, que, según hemos dicho, es el 12 por 100.

En el cuadro que sigue se indican los valores del coeficiente  $a'$ , por el que hay que multiplicar los valores del cordaje de algodón:



Contenido de humedad, — Tanto por ciento.	Valor de $a'$
4 . . . . .	1,04
5 . . . . .	1,03
6 . . . . .	1,02
7 . . . . .	1,01
8 . . . . .	1,00
8,5 . . . . .	1,00
9 . . . . .	1,00
10 . . . . .	0,99
11 . . . . .	0,98
12 . . . . .	0,97
13 . . . . .	0,96
14 . . . . .	0,95

En la tabla III se ven con todo detalle los valores de los diámetros mínimo y máximo, peso en gramos por metro cuadrado. La media de los pesos hallados no debe pasar del 5 por 100 del peso  $P$ , obteniendo el peso  $P_1$ , valor del cual no puede ser inferior,

En la otra casilla aparece el peso por metro  $P_2$  de una cualquiera de las probetas, que no debe ser superior al 10 por 100 del valor de  $P$ .

5.º *Adherencia de los torones y trenzado.*—Se determina contando el número total de espiras de los tres torones, contenidas en un metro o en un submúltiplo del metro. Es conveniente hacerlo en varios sitios de un mismo lote.

La adherencia y trenzado puede también evaluarse por la ayuda de un coeficiente  $k$ , que se define como sigue:

Sea  $h$  la distancia en milímetros contada paralelamente al eje de dos hélices consecutivas. El paso de la hélice de un torón, puesto que tiene tres torones, será  $H = 3h$ ;  $D$ , el diámetro en milímetros del cordaje;  $N$ , el número total de espiras por metro, o sea  $1000 = N \times h$ ;  $\alpha$ , el ángulo de la hélice con el plano perpendicular al eje del cordaje, se tendrá:

$$k = \frac{h}{D},$$

pero

$$\pi D \operatorname{tang.} \alpha = H = 3h, \quad \text{y por tanto,} \quad k = \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{tang.} \alpha,$$

el coeficiente  $k$  es, pues, la tangente de inclinación de la hélice o

$$k = \frac{1000}{N \cdot D}.$$

Tabla III.--Cordajes

Nomenclatura del cordaje.	Números.....	Diámetros.		Peso. Gramos por me- tro cuadrado.	$P + \frac{5}{100} P = P_1$	$P + \frac{10}{100} P = P_2$
		<i>Mínimo.</i>	<i>Máximo.</i>			
<b>Cuerdas de</b>						
Cuerda fina sin trenzar..	1	1,25	1,60	1,25	1,31	1,37
	2	1,60	2,00	2,00	2,10	2,20
	3	2,00	2,50	3,20	3,36	3,52
	4	2,50	3,20	5,00	5,25	5,50
	5	3,20	4,00	8,00	8,40	8,80
Cuerda fina trenzada..	1	1,25	1,60	1,25	1,31	1,37
	2	1,60	2,00	2,00	2,10	2,20
	3	2,00	2,50	3,20	3,36	3,52
	4	2,50	3,20	5,00	5,25	5,50
	5	3,20	4,00	8,00	8,40	8,80
Cuerda.....	1	4,00	5,00	12,50	13,10	13,70
	2	5,00	6,40	20,00	21,00	22,00
	3	6,40	8,00	32,00	33,60	35,20
	4	8,00	10,00	50,00	52,50	55,00
	5	10,00	12,50	80,00	84,00	88,00
Cuerda segunda categoría	5	10,00	12,50	80,00	84,00	88,00
Cuerda (calabrotes).....	1	12,50	16,00	125,00	131,00	137,00
	2	16,00	20,00	200,00	210,00	220,00
	2 bis.	18,00	22,00	250,00	262,00	275,00
	3	20,00	24,00	320,00	336,00	352,00
	4	25,00	29,00	500,00	525,00	550,00
5	32,00	36,00	800,00	840,00	880,00	
Cuerda auxiliar.....	0	11,20	14,00	100,00	105,00	110,00
<b>Cuerdas de</b>						
Cuerda fina trenzada.....	1	1,25	1,60	0,8	0,84	0,88
	2	1,60	2,00	1,25	1,31	1,37
	3	2,00	2,50	2,00	2,10	2,20
	4	2,50	3,20	3,20	3,36	3,52
	5	3,20	4,00	5,00	5,25	5,50
Cuerda.....	1	12,50	16,00	100,00	105,00	110,00
	2	16,00	20,00	160,00	168,00	176,00
	3	20,00	24,00	250,00	262,00	275,00

comúnmente empleados.

Carga de rotura. <i>R</i> = kilogramos.	$R = \frac{5}{100} R_1, R = \frac{10}{100} R_2.$		Coeficiente. $L = \frac{R}{P}$	Número total de espiras por metro.	
				Mínimo.	Máximo.

**cáñamo.**

37,500	35,650	33,800	30.000	373	450
56,000	53,200	50,400	28.000	310	373
90,000	85,500	81.000	28.000	258	310
130,000	123,500	117.000	26.000	213	258
200,000	190,000	180,000	25.000	177	213
26.250	24.900	23.600	21.000	373	450
42,000	39.900	37.800	21.000	310	373
67.200	63.850	60,500	21.000	258	310
105,000	99,750	94,500	21.000	213	258
168,000	160,000	152,000	21.000	177	213
231,000	219,450	207,900	18.500	147	177
370.000	351,500	333,000	18.500	122	147
544,000	516,800	489,600	17.000	101	122
850,000	807,500	765,000	17.000	84	101
1,200,000	1,140,000	1,080,000	15.000	70	84
800,000	760,000	720,000	10.000	70	84
1.310.000	1,719,500	1,629,000	14.500	58	70
2,700.000	2,535,000	2,430,000	13.500	48	58
3,250,000	3,037,500	2,925,000	13.000	43	53
4.000,000	3,800.000	3.600,000	12.500	40	48
6,000,000	5,700.000	5,400,000	12.000	33	40
9,200,000	8,740,000	8,280,000	11.500	27	33
1,500,000	1,425,000	1,350,000	15.000	64	77

**algodón.**

10,000	9,5000	9,000	12.500	620	760
16,000	15,200	14,400	12.500	503	680
25,500	24,230	22,950	12.500	408	503
40,000	38,000	36,000	12.500	332	408
62,000	58,900	55,800	12.500	269	332
800,000	760,000	720,000	8.000	76	94
1,280,000	1,216,000	1,152,000	8.000	62	76
2,000,000	1,900,000	1,8.0,000	8.000	50	62

6.º *Resistencia*.—En la tabla III se indica también la resistencia a la tracción de las cuerdas, tanto de cáñamo como de algodón, representadas con la letra  $R$ . En la casilla siguiente el valor de  $R_1$ , que es la media de las cargas de rotura de varios ensayos y que no debe ser inferior al 5 por 100 de  $R$ .

En la casilla siguiente el valor de  $R_2$ , que es la carga de rotura de una cualquiera de las probetas y que no puede ser inferior al 10 por 100 de  $R$ .

Si la humedad del cordaje difiere del 12 por 100 que hemos dicho normal, habrá que multiplicar las cargas por el coeficiente  $A$ , indicado en el cuadro que sigue:

Contenido de humedad. — Tanto por ciento.	Valor de $A$ .
8 .....	1,28
8,5 .....	1,21
9 .....	1,21
9,5 .....	1,17
10 .....	1,14
10,5 .....	1,10
11 .....	1,07
11,5 .....	1,03
12 .....	1,00
12,5 .....	0,96
13 .....	0,93
13,5 .....	0,90
14 .....	0,88
14,5 .....	0,85
15 .....	0,83
15,5 .....	0,80
16 .....	0,78

En la casilla siguiente el valor del coeficiente  $L = \frac{k}{P}$ , en que  $R$  expresa la resistencia en gramos y  $P$  el peso del metro en gramos. Los valores obtenidos por el coeficiente  $L$  no podían ser inferiores a los indicados en la tabla.

Si se trata de cáñamo, los valores de  $R$  y  $P$  se referirán al 12 por 100 de agua. Finalmente, en dicha tabla III se indica el número de espiras por metro, mínimo y máximo que deben de tener.

*Ejemplo*: Sea un lote formado por rollos de cáñamo de cuerda número 2; supongamos que se haya encontrado 15 por 100 de agua.

1.º *Peso*.—El coeficiente  $a$  es 0,97. El peso por metro hallado habrá que multiplicarlo por 0,97 para obtener el peso normal con 12 por 100

de agua; sea  $P$  alguno de los valores que se obtengan por la media de varios pesos, deberá ser superior a  $P_1 = 21$  gramos, y el valor de los pesos de varias probetas cualquiera del lote deberá ser superior a  $P_2 = 22$  gramos.

2.º *Resistencia*.—El coeficiente  $A$  es 0,83, la resistencia a la rotura encontrada habrá que multiplicarla por 0,83 para obtener la resistencia normal con 12 por 100 de agua. De la misma manera y conforme con lo dicho anteriormente, los valores de  $R_1$  y  $R_2$  no podrán ser inferiores a  $R_1 = 351,500$  kilogramos y  $R_2 = 333$ .

3.º *Coficiente L*.—Se refiere  $R$  y  $P$  al valor normal 12 por 100 de agua; refiriéndonos a la tabla no podrá ser inferior a 18.500.

#### **Cordajes y cables metálicos.—Resistencias límites.**

De la misma manera que las telas, los cordajes y los cables metálicos en uso en la aerostación, deben reunir ciertas condiciones de resistencia, no pudiendo ser empleados más que si su resistencia es superior a un valor límite indicado en las tablas IV y V.

*Resistencia de los cordajes y los cables*.—La resistencia de un cordaje o de un cable se define por la carga que, obrando según la dirección del eje, determina la rotura.

El coeficiente de seguridad es la relación entre la resistencia indicada en la tabla y el esfuerzo a que está sometido en el aeróstato inflado y en orden de vuelo.

Este coeficiente de seguridad debe permanecer siempre superior a un cierto valor, que varía según los casos. De otra manera dicho, la resistencia  $r$  de un cordaje o de un cable metálico, debe permanecer superior a una cierta fracción de la resistencia  $R$  del mismo cordaje o cable expresado en la tabla de cargas.

Como se dijo al tratar de las telas, hay que considerar dos casos principales:

1.º El cordaje o cable forma parte de un globo o de un elemento auxiliar.

2.º El cordaje o cable está en parque o almacén destinado a las construcciones o reparaciones. En el cuadro siguiente se dan los valores límites de la resistencia de cordajes o cables:

	Dirigibles.	Cautivos.	Libres.	OBSERVACIONES
Formando parte de un globo o elemento auxiliar..	Cordajes: $r = \frac{4}{5} R$	Cordajes: $r = \frac{3}{4} R$	$r = \frac{2}{3} R$	Si $r$ es inferior a estos límites, habrá que reemplazarlo o desecharlo.
	Cables: $r = \frac{9}{10} R$	Cables: $r = \frac{9}{10} R$		
En almacén o parque.....	Cordajes: $r = \frac{9}{10} R$	Cordajes: $r = \frac{7}{8} R$	$r = \frac{7}{8} R$	Si $r$ es inferior a estos límites, habrá que reemplazarlo o desecharlo.
	Cables: $r = R$	$r = R$		

*Clasificación y obtención de probetas.*—En las tablas IV y V se indican con todo detalle los diámetros, pesos y resistencias de cordajes y cables, tanto nuevos como en servicio.

Como ya dijimos, en las telas, la cordelería de las envueltas debe ser cuidadosamente examinada en su aspecto exterior para tomar probetas de aquellas partes que parezcan más defectuosas.

De una manera general los cables metálicos no deben presentar ni deformación permanente, ni oxidación, ni hilos cortados

Las cuerdas no deben presentar traza alguna de roce o uso; destorciéndolas ligeramente no deben tener en su interior polvo alguno ni olor a podrido. Si esto sucediese, conviene tomar probetas para ensayarlas.

Las probetas deben tener:

1,5 metros para las cuerdas finas.

1 metro para las cuerdas números 1, 2, 3 y 4 de las tablas III y IV.

1,70 metros para las cuerdas número 5 y 0, 1, 2, 3.

2,50 metros para las cuerdas 4 y 5.

2 metros para los cables metálicos.

Deben ser ensayadas por medio del dinamómetro Schopper u otro cualquiera que presente garantías.

Los ensayos se hacen sin nudos para las cuerdas finas, y con ellos, para las demás cuerdas y cables.

En los globos cautivos las probetas se sacan en número de dos o tres por cada orden de cordaje, bien de suspensión, bien de retención. Necesitan, por tanto, deshacerse nudos cuidadosamente para que no sufra el cordaje que no se tiene que ensayar.

Tabla IV.—Características y resistencias exigidas a los cordajes empleados.

Nomenclatura del cordaje.	Número.	Peso teórico por metro del cordaje nuevo.	Resistencia exigida al cordaje nuevo.	Material de tirigibiles.		Material globos observación.		Material globos libres.		
				Resistencia cordaje servicio.	Resistencia cordaje almacén.	Resistencia exigida cordaje servicio.	Resistencia exigida cordaje almacén.	Resistencia exigida cordaje servicio.	Resistencia exigida cordaje almacén.	
Cuerda fina no trenzada (cañamo).	1		37,5 Kgs.	30 Kgs.	33,7 Kgs.	28,1 Kgs.	32,8 Kgs.	25 Kgs.	32,8 Kgs.	
	2		56	44,8	50,4	42	49	37,3	49	
	3		90	72	81	67,5	78,7	60	78,7	
	4		130	104	117	97,5	113,7	86,6	113,7	
	5		200	160	180	150	175	133	175	
Cuerda fina trenzada (cañamo)....	1		26,25	21	23,6	19,7	22,9	17,50	22,9	
	2		42	33,6	37,8	31,5	36,7	28	36,7	
	3		67,2	53,7	60,5	50,4	58,8	44,8	58,8	
	4		105	84	94,5	78,8	91,8	70	91,8	
	5		168	134	151	126	147	112	147	
Cuerdas (cañamo).....	1		231	185	203	173	202	154	202	
	2		370	296	333	277	324	246,6	324	
	3		544	435	490	408	476	362	476	
	4		850	680	765	637	744	566	744	
	5		1.200	960	1.080	900	1.050	800	1.050	
Cuerda segunda categoría (cañamo)	5		800	640	720	600	700	533	700	
	0		1.500	1.200	1.350	1.125	1.312	1.000	1.312	
	1		1.810	1.448	1.630	1.357	1.584	1.207	1.584	
	2		2.700	2.160	2.430	2.025	2.362	1.800	2.362	
	2 bis.		3.250	2.600	2.920	2.437	2.844	2.166	2.844	
Cuerdas (cañamo).....	3		4.000	3.200	3.600	3.000	3.500	2.666	3.500	
	4		6.000	4.800	5.400	4.500	5.250	4.000	5.250	
	5		9.200	7.360	8.200	6.900	8.050	6.133	8.050	
	<b>Cuerdas de algodón.</b>									
	Cuerdas.....	1		800	640	720	600	700	533	700
2			1.280	1.024	1.152	960	1.120	853	1.120	
3			2.000	1.600	1.800	1.500	1.750	1.333	1.750	

Ver tabla III. Cordaje emplead.

Y TELAS CAUCHOTADAS

Tabla V.—Características exigidas a los cables metálicos.

Comenidos del cable.	Diámetros.	Resistencia	Resistencia	Resistencia	Resistencia
	Milímetros.	del cable nuevo.	en el dirigible.	en el globo de observación	en el paracaídas.
		Kilogramos.	Kilogramos.	Kilogramos.	Kilogramos.
Mando de válvula.....	2,5	450	405	405	
Idem.....	3	730	657	657	
Idem.....	3,5	940	846	846	
Relingas de suspensión.	6,7	3.200	»	2.880	Tipo Fort 1915.
Cable de tracción.....	6,8	3.200	»	2.880	
Idem de ascensión máxima.....	9	5.500	»	4.950	
Cable de transporte....	11	6.000	»	5.400	
	5	1.700	1.530	»	1.530
	6	2.450	2.200	»	
Suspensión dirigible....	7,5	4.000	3.600	»	
	9	5.500	4.950	»	
	10,5	7.700	6.930	»	

En el caso de globos libres, debe cogerse una malla completa de la red, formando paralelogramo, con los cuatro nudos de los vértices. También debe escogerse la última pata de gallo de donde sale la cuerda de suspensión.

#### Hilos de coser empleados en aerostación.

Se deben emplear hilos de gran resistencia y cuidadosamente escogidos; oscilando el peso por metro entre 0,065 a 0,096 gramos, y con una resistencia mínima entre 2 y 3 kilogramos, respectivamente





# INDICE

	<u>Páginas</u>
PRÓLOGO.....	5
Generalidades.....	7
CAPITULO I	
Descripción de las fábricas móviles de producción de hidrógeno por medio del silicol.....	15
CAPITULO II	
Ensayo de telas.....	34
CAPITULO III	
Resistencia a la tracción de las telas cauchotadas.....	66
CAPITULO IV	
Ensayos a que se someten las telas en las pruebas de recepción.....	71
CAPITULO V	
Verificaciones técnicas.....	82
CAPITULO VI	
Cordajes y cables metálicos.....	88

---



# Ensayo de motores de aviación refrigerados por aire



ANTONIO GUERENDIAIN

CAPITAN DE INGENIEROS

---

# ENSAYO DE MOTORES DE AVIACION

---

## REFRIGERADOS POR AIRE

---



---

MADRID.—IMPRESA DEL «MEMORIAL  
DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO».—1931.

---





### Consideraciones.

Entre los motores de explosión dedicados al servicio de la aviación adquieren cada vez en nuestro tiempo más preponderancia los motores refrigerados por aire.

Aparte de otras consideraciones que pudieran hacerse para explicar esta preponderancia, parece lógico que el motor de aviación, destinado a vivir en pleno aire, utilice para su enfriamiento los elementos que con toda facilidad le proporciona el medio en que se mueve, en lugar de recurrir a la refrigeración por medio del agua o de otros líquidos, de los que forzosamente ha de proveerse en tierra y que obligan a llevar una instalación, si no muy complicada, por lo menos expuesta a quedar fuera de servicio inutilizando por completo el motor, por una avería tan fácil de producirse como la rotura de un tubo, la fuga de agua por una junta, o la perforación, por oxidación o por otra causa, de la chapa que forma las envueltas y los depósitos.

No quiere esto decir que por otra parte no presenten los motores refrigerados por aire varios inconvenientes que han planteado una serie de problemas que ha sido preciso resolver, sobre todo para los motores de potencias elevadas; pero resueltos satisfactoriamente hoy estos problemas, principalmente en lo que a motores de mediana potencia se refiere, es de esperar que el empleo de esta clase de motores se extienda cada día más.

Tanto para el ensayo de nuevos modelos y prototipos, como para la prueba individual de garantía de buen funcionamiento de los motores, es necesario, así en las fábricas como en los servicios y entidades que los emplean, disponer de medios adecuados para la prueba, que permitan el funcionamiento en las condiciones más aproximadas (dentro de lo posible), a las que posteriormente ha de encontrar el motor en vuelo.

\*  
\* \*

De los principales medios corrientemente empleados para la prueba

de motores en general, tales como *frenos de rozamiento, molinetes, frenos hidráulicos, electro-dinamómetros y dinamo-frenos*, puede decirse que solamente son aplicables en la práctica, para la prueba de motores de aviación, los citados en segundo y tercer lugar.

Los frenos de rozamiento, en efecto, aunque tienen en su favor el hecho de ser de suma sencillez, no son aplicables en la práctica sino para motores de pequeña potencia, y esto mismo, aunque por otras razones, les sucede a los electro-dinamómetros y dinamo-frenos, que aunque presentan la innegable ventaja de permitir la recuperación de la energía en forma de corriente eléctrica, obligan forzosamente para la prueba de motores de mediana y gran potencia, al empleo de máquinas muy voluminosas, que, aparte de la complicación y alto precio que representan, están constituidas por órganos giratorios de inercia muy elevada, que obligan a la adopción de extraordinarias precauciones para combatir el peligro de avería grave en el caso de parada brusca del motor.

Quedan, pues, únicamente disponibles en la práctica para la prueba de motores de aviación, los molinetes y los frenos hidráulicos. De entre ellos, los primeros son los de más sencillo manejo y no exigen ninguna instalación costosa ni complicada, pero tienen el inconveniente de que con su empleo, la prueba de motores es siempre una operación en cierto modo empírica. En condiciones determinadas de presión y temperatura del aire, cada molinete da un número fijo de revoluciones para cada potencia. Esta potencia puede calcularse con la suficiente aproximación, en teoría, por medio de fórmulas matemáticas, pero las condiciones de funcionamiento que estas fórmulas suponen no son siempre las que se realizan en la práctica, razón por la cual, los ensayos hechos con molinete no tienen toda la precisión que sería de desear. Aparte de ello, si como es lo corriente, en ensayos de nuevos tipos de motores, se desea conocer la curva de potencia del motor a plena admisión para distintos regímenes de velocidad, es preciso disponer de tantos molinetes como puntos deseen obtenerse de la citada curva, o valerse de molinetes regulables, previamente tarados; pero tanto en uno como en otro caso, es necesario detener el motor después de cada observación, para proceder a cambiar o regular el molinete, lo que equivale a decir que el método es impracticable.

Sin embargo, este método goza de gran aceptación y empleo en el caso de que se trate de probar gran cantidad de motores de un mismo tipo bien conocido, de los que no interese, sino comprobar que desarrollan la potencia prevista para un régimen determinado y hacer un ensayo de cierta duración al citado régimen.

En cualquier otro caso y siempre que se desee obtener con la sufi-



ciente precisión la curva de potencia de un motor, será aconsejable recurrir al empleo de los frenos hidráulicos.

De estos frenos existen varios tipos, de los que describiré sucintamente los dos más conocidos en Europa.

El primero, construido por la casa italiana Ranzi, aparece en esquema en la figura 1. El eje del freno *E* que se acopla directamente al del motor cuya potencia se desea medir, lleva una serie de discos de chapa de acero *D*, que se alojan en los compartimientos que presenta el cuerpo o caparazón *C*.

El eje se apoya en dos soportes por medio de cojinetes de bolas, y a su vez el cuerpo exterior puede girar con relación al eje, mediante otro par de cojinetes.

En los compartimientos del cuerpo exterior, se mantiene un nivel de agua, variable con la potencia que se desee medir. Este agua, interpu-

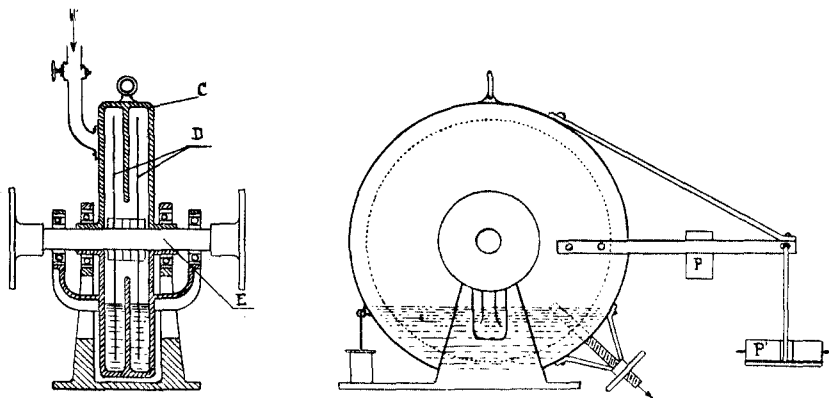


Fig. 1.

ta entre los discos del eje y las paredes de los compartimientos del cuerpo exterior, es la que absorbe por rozamiento la potencia del motor elevándose notablemente su temperatura, y al mismo tiempo, y por efecto de esta fricción, tiende a arrastrar al cuerpo exterior en movimiento de rotación en el mismo sentido que el del motor. Este movimiento está limitado por medio de dos toques convenientemente dispuestos, y el cuerpo exterior es solidario de una palanca que a manera de balanza permite, por medio de un peso desplazable *P* y otro fijo *P'*, equilibrar y medir el «par» desarrollado por el motor, y, por tanto, su potencia en función del número de revoluciones y del brazo de palanca.

Accesorios complementarios del freno son la llave de toma de agua que sirve para regular el gasto de líquido y con él la temperatura; el

mecanismo de regulación del nivel de agua dentro del freno, que hace variar el par resistente según la potencia que se desea medir; el amortiguador de las oscilaciones y el cuentarevoluciones.

Este tipo de freno es muy robusto, de sencillo manejo y muy adecuado para la prueba de motores de aviación de pequeña y mediana potencia. El segundo tipo es el construido por la casa inglesa Heenan & Froude, conocido corrientemente por el nombre de dinamómetro hidráulico «Froude».

En este tipo, aunque también es el agua la que absorbe la energía producida por el motor, el principio o fundamento es distinto del que sirve de base al tipo anterior.

Consta el freno Froude, como puede verse en el croquis de la figura 2, e un eje *E*, que lleva un rotor *R*, que gira movido por el motor cuya

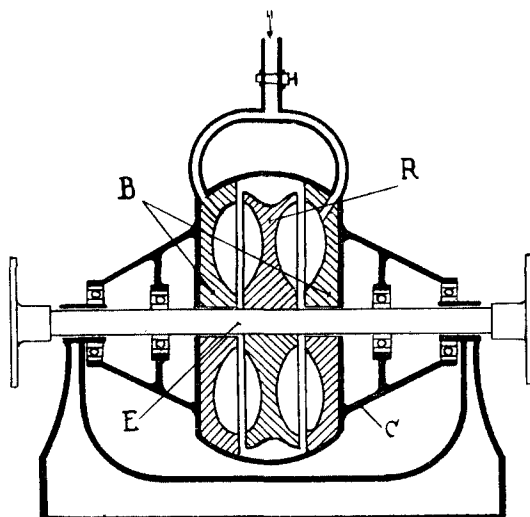


Fig. 2.

potencia se desea determinar, dentro de un estator o cuerpo exterior *C*, dispuestos en esencia en la misma forma que los correspondientes elementos del freno Ranzi.

También aquí es el agua la que ejerce la reacción entre el estator y el rotor; pero en lugar de tratarse de superficies lisas, tanto el estator como el rotor, están provistos de alveolos análogos a las paletas de una turbina, convenientemente dispuestas, de manera que el agua es lanzada violentamente por las paletas del rotor contra las del estator, que a su vez la devuelven nuevamente contra el rotor, originándose un intenso movimiento de torbellino que absorbe la energía del motor transformán-

dola en calor que eleva la temperatura del agua. La resistencia opuesta por este sistema de paletas al movimiento del rotor, es mucho mayor que la fuerza del rozamiento sencillo puesta en juego en el freno Ranzi, y por esta razón el freno Froude es de un volumen mucho más reducido para la misma potencia, pero tiene el inconveniente de que si el agua empleada es muy dura y produce sedimentos que puedan ser luego arrancados y arrastrados por la corriente, o si lleva en suspensión arenas u otros materiales, el rápido y violento torbellino deteriora las paletas al cabo de cierto tiempo, localizándose la corrosión en determinados puntos y llegando a producirse hasta la perforación de las paletas. En pre-

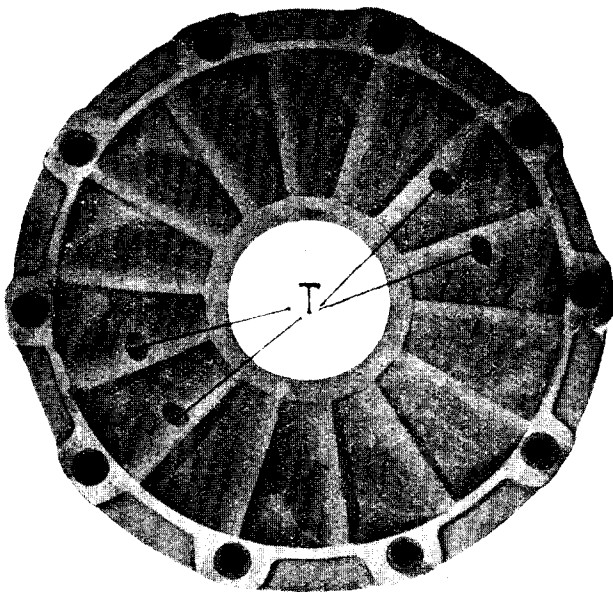


Fig. 3.

visión de ello, las paletas del estator van dispuestas en dos piezas laterales, desmontables, de bronce, *B*, que en unión del rotor deben cambiarse cuando su deterioro haga temer una avería por desprendimiento de las partes debilitadas por las corrosiones. En la figura 3 puede verse la fotografía de una de las piezas del estator después de algún tiempo de funcionamiento. En ella puede verse la disposición de las paletas y observarse los desgastes y perforaciones ocasionados por los torbellinos.

El acceso del agua, dentro del freno, se realiza por los taladros *T* (figuras 3 y 4) practicados en cada cara del estator, en comunicación con la tubería exterior de llegada de agua, provista de una llave que, regu-

lando el gasto, permita graduar la temperatura de salida del agua, que debe ser de 60 a 70 grados.

Un sistema de compuertas *C*, intercaladas entre el estator y el rotor (figura 4), mandadas desde el exterior por medio de un mecanismo de husillo y volante, permite regular la intensidad de la acción mutua entre la parte fija y la móvil, según exija la potencia del motor que se ensaya.

La figura 5 muestra el aspecto exterior del freno en su tipo más corriente. El brazo *B*, solidario del cuerpo exterior *C*, soporta el peso que

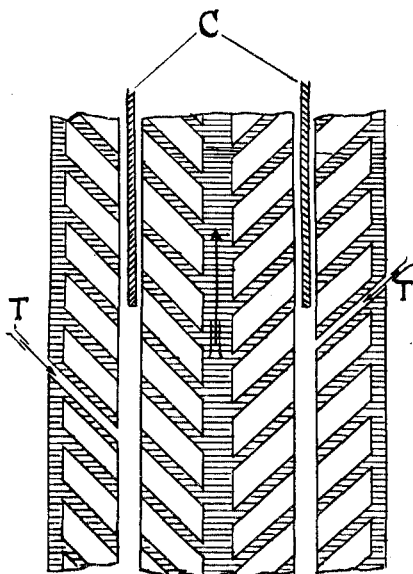


Fig. 4.

sirve para equilibrar y medir el par. Este peso *P*, además de estar unido al brazo *B*, está suspendido de un soporte *S*, por intermedio de un dinamómetro de resortes *D*. Antes de poner el freno en funcionamiento, es necesario equilibrarlo, para lo cual se deja el peso *P* reducido a 100 kilogramos, que es la capacidad que generalmente tiene el dinamómetro *D* y se lleva la aguja del mismo a cero por medio del volante *V*. Hecho esto, se añaden en *P* los pesos que sean necesarios, según el tipo de motor, quedando el brazo *B* descansando en el tope inferior que lleva al efecto.

Cuando el motor está en funcionamiento al régimen requerido, el «par» de reacción desarrollado en el freno, equivalente al par motor, le-

vanta el peso  $P$  formado por el peso que sirvió para equilibrar el freno, más los pesos añadidos posteriormente. En estas condiciones, el peso realmente levantado se compone de dos sumandos: uno, formado por los pesos añadidos, y otro, representado por la parte del peso de equilibrio no soportada por el dinamómetro. Esta parte viene directamente indica-

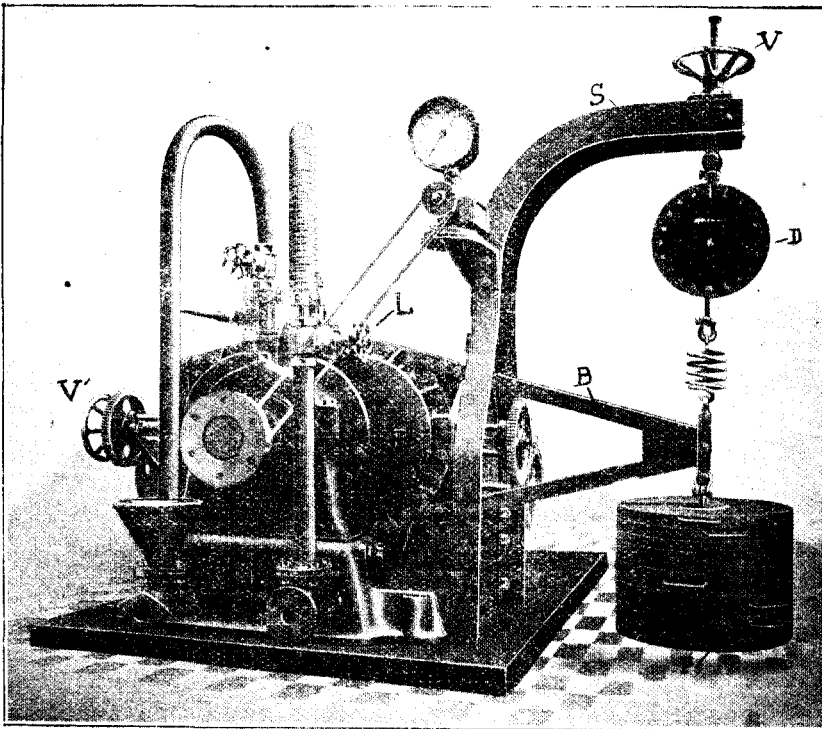


Fig. 5.

da en la escala del dinamómetro, que está especialmente graduado en sentido contrario de lo corriente, de manera que las cantidades leídas en la escala representan la fracción del peso levantada por el freno y descargada del dinamómetro. De esta forma basta sumar a la indicación del dinamómetro los pesos añadidos para obtener el peso real levantado por el freno.

El volante  $V'$  sirve para la regulación de la posición de las compuertas según la potencia que se desea medir, y la llave  $L$ , permite la regulación del gasto de agua y con él la temperatura.

Aparte de estos frenos que miden el par en el eje del motor, son muy

empleados también, para la prueba de motores de aviación, los *bancos-balanzas*, que miden el par de reacción en el mismo cuerpo o parte fija del motor. Para ello, el motor cuya potencia se desea medir, va montado en una bancada oscilante alrededor de un eje paralelo al del motor, o confundido con él; esta bancada hace de balanza llevando un brazo del que se suspenden los pesos que miden el par. En el eje del motor se hace actuar una resistencia adecuada que, en la práctica, suele ser un molinete convenientemente calculado.

Es muy recomendable este procedimiento para el ensayo de motores de un tipo determinado bien conocido, pues a las ventajas del molinete une la precisión de la balanza, que puede tener toda la exactitud que se desee.

\*  
\*  
\*

Todos los medios que quedan descritos cumplen perfectamente su cometido, cuando se trata de probar motores de aviación con refrigeración *por agua*; pero el problema se complica notablemente, como es fácil comprender, cuando los motores que se han de ensayar son de refrigeración *por aire*.

En efecto, como he indicado más arriba, la prueba ha de llevarse a cabo, a poder ser, en las mismas condiciones en que el motor ha de encontrarse posteriormente en trabajo, y el enfriamiento de esta clase de motores, confiado al viento originado por la marcha del avión, no puede realizarse en tierra sino creando una corriente artificial de aire, dirigida contra el motor para su enfriamiento.

Veamos de qué modo es esto realizable. La primera idea que se ocurre es montar una hélice en el eje del motor de igual manera que estará posteriormente montada en el avión en vuelo y aprovechar el viento creado por ella para el enfriamiento, al mismo tiempo que la resistencia encontrada, para crear este viento, se aprovecha para frenar el motor.

De dos maneras puede desarrollarse esta idea, bien sea con banco *fijo* o con banco oscilante o *banco-balanza*. Tanto en uno como en otro caso, viene este procedimiento a ser el mismo que el del molinete de que he hablado antes, con todas sus ventajas y sus inconvenientes, incrementados estos últimos por el hecho que paso a señalar a continuación.

El molinete ordinario, ya sea fijo o regulable, como el del coronel Renard, tiene la propiedad de que el desplazamiento del aire originado por el movimiento de las palas, es radial y sin acción ninguna, por lo tanto, sobre el motor. En estas condiciones, el tarado puede realizarse perfectamente (dentro de la precisión consentida por el método) de una vez

para siempre, pues operando en instalaciones al aire descubierto, únicamente habrá que tener en cuenta la reacción contra el suelo, y ésta será constante si instalamos el molinete siempre a la misma altura. Por el contrario, empleando la hélice, el viento engendrado por ella, ejerce sobre el motor una reacción cuyo momento, con relación al eje del mismo, influye notablemente en el problema.

Esta reacción es variable con cada tipo de motor y depende en gran manera de la forma y disposición de los órganos del mismo, por lo que sería necesario, para obtener la deseada exactitud, proceder al tarado de la hélice acoplada precisamente al motor a cuya prueba se dedica, o a un modelo o «maqueta» exactamente de la misma forma que el citado motor.

La reacción de que hablamos, es debida a que el viento creado por la hélice, no es perfectamente de dirección *axial* o paralelo al eje del motor, sino que tiene una componente de *rotación* ocasionada por el movimiento de las palas de la hélice, cuyo momento, con relación al eje, es la causa de la perturbación que estudiamos.

Para tratar de evitar esta influencia, se ha ensayado a colocar entre el motor y la hélice una pantalla formada por un entramado o cuadrículado de *celdas* construídas de chapa formando *directrices*, para tratar de conseguir que la dirección del viento sobre el motor sea *axial* y, por tanto, de *momento cero* con relación al eje, pero el procedimiento no ha dado todo el resultado apetecido, principalmente a causa de que el espacio normalmente disponible para colocar la pantalla, cuando se trata de hélice montada directamente en el mismo eje del motor, no es lo bastante amplio para permitir una profundidad de *directrices* suficiente para la perfecta orientación del flujo de aire.

Esto no obstante, es este un método de prueba muy expedito, y por lo mismo muy empleado cuando se trata únicamente de comprobar características de motores ya conocidos, en los que no interesa una medición escrupulosa de potencia, sino un ensayo comparativo en una instalación bien determinada de características constantes.

Las hélices empleadas difieren algo de las corrientemente usadas en los aviones en vuelo, pues la necesidad de conseguir una fuerte corriente de aire lo más concentrada que sea posible sobre los órganos más calientes del motor, obliga a la adopción de un perfil de palas, estudiado para obtener el máximo efecto soplante sobre las culatas de los cilindros, perfil que no es el que da mejor rendimiento aerodinámico desde el punto de vista de la tracción de la hélice, que es, naturalmente, lo que más interesa cuando se trata de hélices dedicadas al vuelo.

De la misma manera que en el caso de molinete sencillo, también

aquí es necesario cambiar de hélice cada vez que se desee variar el par resistente, con objeto de ensayar el motor a plena admisión para distintos regímenes de velocidad. Modernamente la aparición y generalización de las hélices metálicas de paso variable, permitirán una solución racional de este problema sin recurrir al cambio de hélice.

El tarado de la hélice, necesario en este método, puede realizarse por el procedimiento siguiente:

Sobre la misma bancada en que han de ensayarse posteriormente los motores, o sobre otra análoga de la misma forma y colocada en las condiciones más parecidas que sea posible, se monta una «maqueta» que lleve todos los órganos exteriores del motor que se desea ensayar en la misma forma en que van montados en el motor verdadero. En lugar del cigüeñal del motor se dispone un eje que atraviesa la «maqueta», y por medio de un acoplamiento ordinario se une a un motor de velocidad variable, de características bien conocidas, del que se conozca o pueda medir con precisión la potencia desarrollada a distintos regímenes de velocidad.

Prácticamente este motor será un motor eléctrico de corriente continua, cuyas características, determinadas de antemano, nos permitirán, con toda comodidad, realizar el tarado de la hélice y trazar su curva de potencia en función del número de revoluciones.

Aunque este método es sencillo en sí mismo, fácil es comprender que exige una instalación de regular importancia que no será económico montar, sino para el tarado de gran cantidad de hélices, por lo cual ha de quedar limitado su empleo a las casas fabricantes de hélices, que deberán entregarlas acompañadas de su correspondiente certificado de origen en que conste la curva de potencia que pueda servir de base para la prueba posterior de motores por el método que estamos estudiando. Siempre bien entendido, que en rigor, cada curva no servirá sino para la prueba de motores de forma exactamente igual a la de la maqueta que se empleó para el tarado, aunque en la práctica podrá, naturalmente, emplearse para motores de forma parecida.

Todo cuanto acabo de indicar, se aplica al caso de que la hélice se emplee en la prueba de motores en banco *fijo*; cuando se desee emplear el *banco-balanza* como método más exacto que permite eliminar ciertos errores, tales como la influencia del viento reinante en el momento de la prueba, será necesario proceder al tarado del banco, para eliminar el efecto perturbador de la reacción del viento de la hélice sobre la parte móvil del mismo.

Este efecto es el mismo de que he hablado anteriormente, debido al movimiento de rotación que las palas de la hélice imprimen al viento.



El «par» de esta reacción es del mismo sentido que el de los pesos que sirven para equilibrar el banco, por lo que para obtener el par total correspondiente a la potencia desarrollada por el motor, es necesario añadir al par medido en la balanza, el correspondiente a esta reacción del viento sobre el motor y el equipo móvil del banco.

Para llevar a cabo este tarado, puede emplearse una hélice, a su vez tarada previamente, y montada sobre el motor en el banco-balanza, y determinar por medio de una serie de ensayos a diversas velocidades, y en comparación con las potencias indicadas en la *curva* de la hélice, el coeficiente (variable según el régimen) por el que hay que multiplicar la potencia determinada por la balanza, para obtener la potencia realmente desarrollada por el motor.

En lugar de efectuar este tarado del banco por medio de una hélice tarada, puede hacerse empleando un motor exactamente igual a los que han de ensayarse posteriormente, y cuya curva de potencia se haya determinado con anterioridad por un método cualquiera (preferentemente y para mayor exactitud por uno de los que se citan a continuación), determinando el coeficiente de corrección de la misma manera que queda dicho para el caso de emplearse para el tarado una hélice tarada.

Una vez salvado el escollo que representa el tarado del banco, es este método muy cómodo y sencillo de empleo al mismo tiempo que dotado de toda la precisión que puede apetecerse en la práctica, y complementado con el empleo de hélice de paso variable, puede conceptuarse como un sistema perfecto, y más si esta variación del paso de la hélice puede hacerse en marcha para no tener que parar el motor cada vez que se desee cambiar el valor de la resistencia aplicada al mismo cuando se trate de obtener la curva de funcionamiento del motor a plena admisión y distintas velocidades.

Será indicadísimo el empleo del banco-balanza, tal como lo hemos descrito, por la sencillez y economía que representa, cuando hayan de probarse muchos motores que exijan el funcionamiento simultáneo de varios bancos, en cuyo caso puede siempre admitirse que existirá al mismo tiempo en la instalación uno o varios bancos de los tipos que se citan a continuación, de coste mucho más elevado, pero que permitirán, como hemos indicado, llevar a cabo el tarado de los bancos-balanza con la precisión suficiente para que toda la instalación tenga la exactitud deseable unida a la máxima economía.

\*  
\* \*

La segunda forma de conseguir la corriente de aire, necesaria para la

refrigeración del motor, es el empleo de un potente ventilador, parecido a los ventiladores centrífugos corrientemente empleados en las aplicaciones industriales. Pero como la velocidad del viento de enfriamiento ha de ser muy elevada (del orden de 150 a 200 kilómetros por hora, que es la velocidad a que puede suponerse ha de volar posteriormente el avión) es necesario dirigirla por medio de conductos, pantallas y directrices, precisamente sobre el motor, de manera que se obtenga el mejor aprovechamiento del aire sobre las partes a enfriar, con el menor volumen posible de aire puesto en movimiento para reducir la potencia del motor

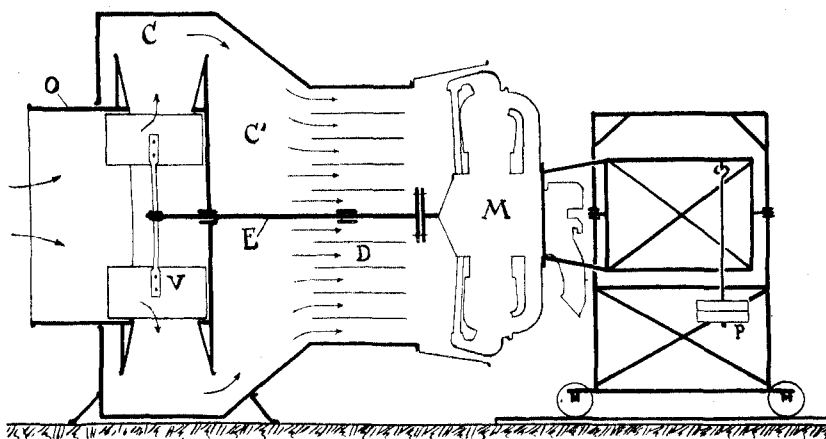


Fig. 6.

necesario para mover el ventilador, que siempre será de muy crecida potencia, y, por lo tanto, de coste y consumo muy elevado.

Esto da lugar a instalaciones muy costosas y voluminosas, que pueden reducirse a dos tipos: uno, en el que se aprovecha para mover el ventilador el mismo motor que se ensaya, y otro, en que se emplea un motor independiente, generalmente eléctrico por razón de comodidad de empleo.

Al primer tipo corresponde el banco dinamométrico Heenan-Fell, representado en esquema en la figura 6 y construído por la misma casa constructora del freno Froude.

El banco Fell consta de un ventilador especial V, que, accionado por el motor, comprime el aire a fuerte presión en la cámara C, en comunicación con la cámara C'.

Desde esta última pasa el aire a través de un sistema de directrices D en forma de fuerte viento de dirección perfectamente axial, y viene a

dar sobre el motor colocado en *M*, produciendo el deseado efecto de enfriamiento.

El motor, por medio de un acoplamiento especial, va unido al eje *E* que acciona el ventilador.

Toda la potencia desarrollada por el motor se emplea en producir el viento, obteniéndose la regulación de la velocidad variando el par resistente representado por el ventilador, que para este efecto es regulable, por medio del obturador *O*, que, desplazándose según indican las flechas

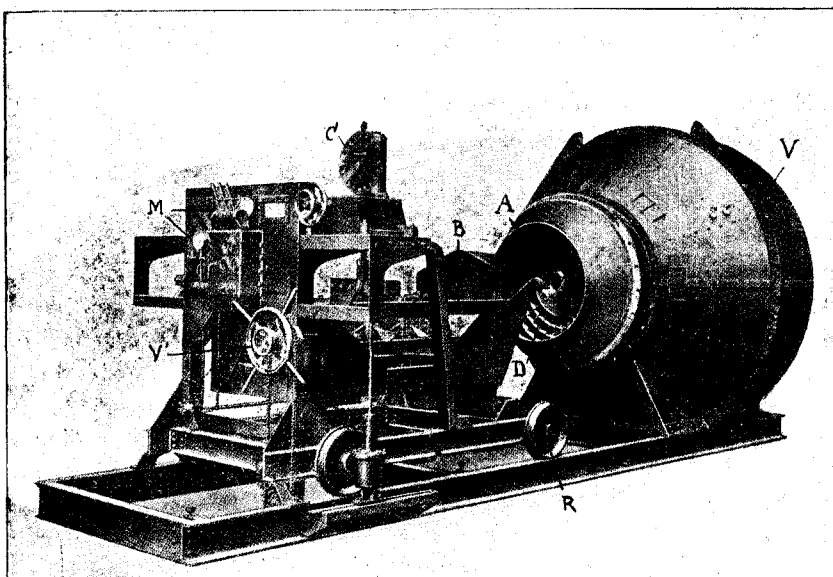


Fig. 7

de trazos, hace variar el gasto del ventilador y con él la resistencia opuesta al motor.

El banco sobre el que va montado el motor es un banco-balanza ordinario.

La potencia se determina midiendo el par por medio de los pesos *P*. Este par, que es el de reacción del motor, no viene influenciado por el viento de enfriamiento como en los bancos con hélice, porque se ha logrado previamente que este viento sea perfectamente axial, y, por tanto, de momento nulo con relación al eje.

La fotografía de la figura 7 muestra el aspecto de un freno de esta clase.

En ella puede verse el cuerpo del ventilador  $V$  y las directrices para el viento  $D$ . La bancada  $B$  es un tipo especial, propia para probar motores radiales y motores en línea o en línea múltiple. El motor no aparece colocado en la figura, pero se ve el acoplamiento  $A$  que sirve para enlazarlo con el ventilador.

Para facilitar la maniobra de montar y desmontar el motor en el banco, toda la bancada se desplaza por medio de las ruedas  $R$ , pero mientras dura la prueba, se hace solidaria del bastidor inferior.

El volante  $V'$  sirve para regular la velocidad por medio del desplazamiento del obturador de que he hablado antes. Un dinamómetro de cuadrante  $C$  mide directamente el peso levantado. En  $M$  están los mandos del motor.

Este sistema de probar motores reúne, al menos en teoría, muy buenas condiciones de exactitud y tiene además bastante elasticidad para permitir la prueba de motores de tipos muy diferentes en buenas condiciones. Parece ser, por tanto, un buen banco tipo para una instalación de importancia, con el que puede llevarse a cabo la prueba de un motor y trazar su curva de potencia, con la que luego pueden tararse otros bancos más sencillos y menos costosos.

El segundo tipo de bancos en que se emplea un ventilador para crear el viento necesario para el enfriamiento, viene representado en el esquema de la figura 8.

En ella puede verse en planta el emplazamiento del motor  $M$  montado en una bancada fija  $B$ . El viento necesario para el enfriamiento, debe llegar al motor (salvo en el raro caso en que se destine a ir montado en el avión con hélice propulsora en lugar de tractora) por la cara frontal opuesta de la bancada; más como he indicado anteriormente que este viento, por razones de ejecución práctica, ha de ir conducido y guiado por medio de tuberías, que resultan siempre de mucho volumen, por tener que abarcar todo el motor, se presenta una dificultad para la colocación del freno, que naturalmente tiene que actuar también por la misma cara del motor donde va el eje, y cuyo emplazamiento ideal sería el lugar ocupado por la tubería de aire. Para vencer esta dificultad, es necesario prolongar el eje del motor por medio de un eje auxiliar  $E$ , que, atravesando la pared del tubo conductor de aire, pone en comunicación el motor con el freno colocado en  $F$  mediante dos acoplamientos elásticos. Para evitar la carga extraordinaria y anormal que resultaría de esta disposición para los cojinetes del motor, se hace necesario disponer un macizo o soporte  $S$  para los cojinetes del eje auxiliar.

Con todo ello, resulta la instalación muy voluminosa y de elevado coste. En un próximo trabajo, en que como complemento de todo lo

dicho, describiré los medios de que se vale la Casa Elizalde para la prueba de sus motores, indicaré cómo se han evitado en parte estos inconvenientes en la instalación de la citada Casa.

Aparte de estos defectos, la instalación del esquema de la figura 8

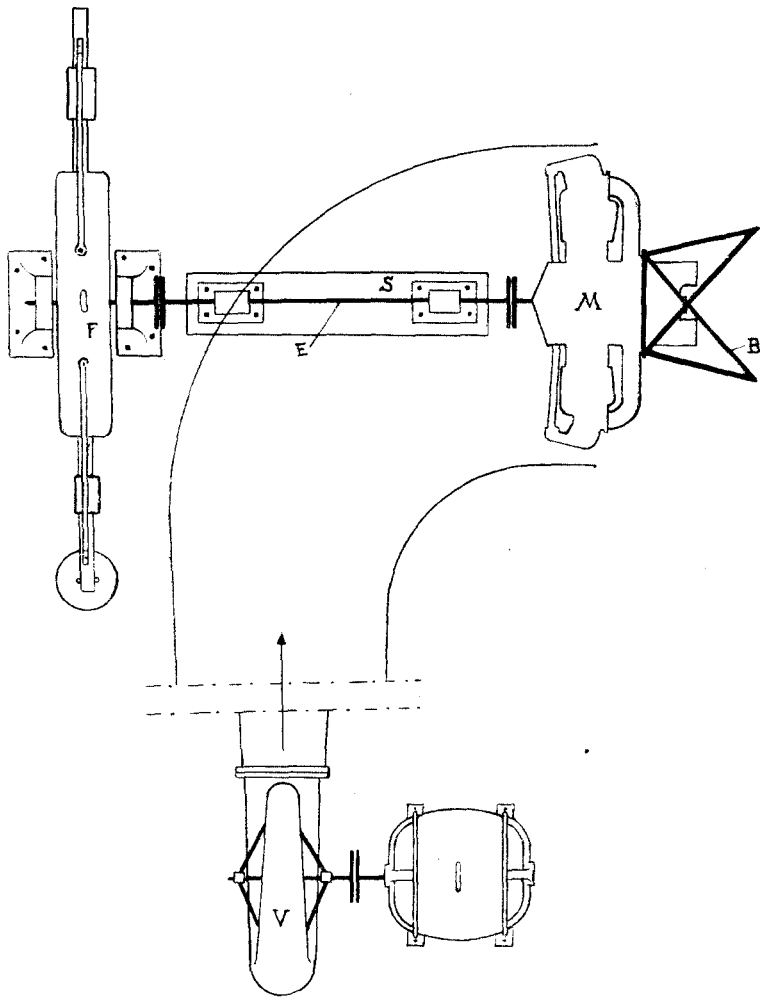


Fig. 8.

reune inmejorables condiciones desde el punto de vista de la exactitud en la determinación de la potencia. El freno será, generalmente, un freno hidráulico; el grupo motor-ventilador ha de ser de elevada potencia

(pueden ser necesarios 200 a 400 caballos para refrigerar convenientemente un motor de 500 caballos, según la eficacia del sistema soplante) y puede estar instalado ya como indica la figura en V, en posición lateral con relación al eje del motor, o bien en una cámara inferior dispuesta bajo el suelo.

De todos los sistemas descritos, éste es el más caro de funcionamiento, pues aparte de la potencia (perdida) del motor que se prueba y de la necesaria para refrigerar el freno hidráulico, es preciso un elevado gasto de potencia para el accionamiento del ventilador.

Por esta razón es el menos empleado de todos, contentándose las casas, en su mayoría, con el empleo de bancos-balanzas con hélice más o menos perfeccionados, recurriendo al empleo de instalaciones soplantes con motor independiente, únicamente cuando a ello les obliga la necesidad de estudiar, tarar y poner «a punto» nuevos tipos de motores.



