

MEMORIAL DE INGENIEROS.



MEMORIAL
DE INGENIEROS
DEL EJÉRCITO.

COLECCIÓN DE MEMORIAS.

~~~~~  
CUARTA ÉPOCA.—TOMO XIII.

(LI DE LA PUBLICACIÓN.)  
~~~~~

Año 1896.

MADRID
IMPRENTA DEL MEMORIAL DE INGENIEROS.
1896

ÍNDICE

DE LAS OBRAS SUELTAS QUE COMPRENDEN LAS ENTREGAS

DEL

MEMORIAL DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO,

publicadas en el año de 1896.

LA LLAVE.—*Problemas de Balística aplicados á la fortificación y á la táctica*, por el coronel graduado, comandante de Ingenieros, D. Joaquín de la Llave y García.—Consta de 184 páginas.

LA TEJERA.—*Puente transbordador sistema Palacio*, memoria descriptiva por D. Lorenzo de la Tejera y Magnín, capitán de Ingenieros.—Consta de 198 páginas, una vista del puente, 10 láminas y 3 fototipias.





PROBLEMAS DE BALÍSTICA.



PROBLEMAS DE BALÍSTICA

APLICADOS

À LA FORTIFICACIÓN Y À LA TÁCTICA,

POR

EL CORONEL GRADUADO, COMANDANTE DE INGENIEROS

DON JOAQUIN DE LA LLAVE Y GARCÍA,

Profesor que ha sido de Artillería y Fortificación
en la Academia especial del Cuerpo,
y actualmente en la Escuela Superior de Guerra.



MADRID.

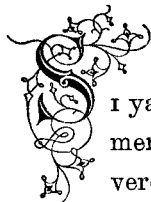
IMPRENTA DEL MEMORIAL DE INGENIEROS.

1896.



«La Science dont l'Ingénieur ne peut absolument se passer est celle de l'Artillerie. Il a à donner à cette arme tous les avantages dont elle est susceptible, et on ne peut les donner sans les connaître.»

MONTALEMBERT: *L'Art de fenstif supérieur à l'offensif*.—Tomo XI.—Núm. I.



I ya Montalembert decía que el ingeniero no podía absolutamente prescindir del conocimiento de la artillería, hoy esta verdad es, si cabe, más evidente y está reconocida por todos. La discusión de los efectos del tiro de las diversas bocas de fuego, es la base fundamental de los principios del arte defensivo; las experiencias de guerra y de polígono son las que enseñan á construir fortalezas.

Desde hace largo tiempo, convencidos de la importancia que tiene el estudio de la artillería para el ingeniero militar, y encargado de esta enseñanza como preliminar de la fortificación en la Academia, tuvimos ocasión de apreciar las ventajas que el estudio práctico de la *Balística* podía presentar, y al propio tiempo advertimos la facilidad que el nuevo método de Siacci ofrecía para la realización de los cálculos, que de este modo se ponían al alcance hasta de los legos.

A esto fué debida la publicación de nuestra *Balística Abreviada* (1), en la que dimos á conocer, principalmente, los métodos de Siacci y Chapel, para el tiro rasante, y el de Otto, para el tiro curvo, acompañando algunos problemas en que se mostraba la manera de desarrollar y disponer los cálculos para su más fácil y expedita ejecución. Creemos que esta publicación fué de alguna utilidad á nuestros compañeros, como lo

(1) *BALÍSTICA ABREVIADA*.—*Manual de procedimientos prácticos y expeditos para la resolución de los problemas de tiro, adaptado al uso de los ingenieros militares*.—Madrid, 1883.—Un folleto en 4.º, de 95 páginas y una lámina, publicado en el tomo de memorias del MEMORIAL.

Agotada la edición, se ha publicado la segunda, completamente refundida, en 1894, con el título sólo de *Balística Abreviada*, formando un tomo en 4.º de VIII-392 páginas, con 24 figuras intercaladas en el texto.—(Barcelona.—Publicaciones de la *Revista Científico-militar*). Contiene 18 tablas, la mayor parte de ellas nuevas y calculadas por el autor.

demuestra el número considerable de proyectos de fortificación que desde 1884 han ido acompañados de cálculos balísticos para justificar algunas de sus disposiciones, cosa que antes no ocurría, sin duda por no contar con un Manual de fórmulas y tablas prácticas y de uso sencillo.

Constantes en nuestra afición á la *Balística*, hemos proseguido en su estudio y hecho aplicación del cálculo á varios casos prácticos. Especialmente en la época de nuestro destino á la fugaz Inspección general de las defensas del Reino, y á la Junta Consultiva de Guerra, desde 1889 á 1893, se nos presentaron ocasiones repetidas en que el cálculo balístico nos permitió dilucidar cuestiones relativas al armamento de varios fuertes, que por entonces fueron muy debatidas.

El convencimiento que tenemos de que la *Balística* se puede aplicar con ventaja á la fortificación y á la táctica, nos induce hoy á presentar á nuestros compañeros este nuevo trabajo, que veníamos preparando desde hace algunos años, y con el que aspiramos á generalizar más, si cabe, que hasta aquí, el empleo del cálculo balístico en el estudio de las cuestiones militares que por su medio pueden resolverse.

* * *

Antes de empezar á desarrollar los problemas que presentamos como ejemplos, conviene que fijemos algunas reglas ó consejos, resultado de la práctica que hemos adquirido en quince años de frecuente uso del cálculo balístico.

Lo más esencial es el orden en los cálculos. Con la disposición ordenada se facilitan mucho las operaciones, se evitan muchos errores, se abrevia el trabajo, y cuando se necesita repetir un mismo cálculo para varias trayectorias, se van presentando los resultados con valores progresivos, escalonados con regularidad, la cual sirve de comprobación.

Conviene, pues, disponer los cálculos en cuadros sinópticos, de un modo parecido al que se verá en los problemas de esta Memoria. Debe empezarse por preparar el encasillado, lo que se facilita mucho usando papel rayado en cuadrículas: el que dá mejor resultado es el que forma cuadrados de 6 milímetros de lado; si son menores, resulta confuso el cálculo; si mayores, se extiende demasiado y no puede desarrollarse todo

el problema en una sola hoja. En el margen, á la izquierda ó á la derecha del encasillado, se anotan las fórmulas que van representando el progreso del cálculo, las cantidades que hay que buscar en las tablas y las operaciones que han de irse ejecutando. Mejor que con largas y difusas explicaciones, se comprenderá la disposición que aconsejamos por medio de los cuadros de cálculo que acompañan á los problemas que van más adelante.

Las cantidades constantes, ó iguales para todas las trayectorias, se repiten en todas las columnas, y conviene escribirlas desde luego, sin esperar á que con el cálculo se llegue á ellas. Cuando estas cantidades no se toman directamente de los datos del problema ó no se sacan desde luego de las tablas, conviene calcularlas aparte. En este caso se encuentran, por ejemplo, el coeficiente balístico C , y su recíproco $\frac{1}{C}$ en el método de Siacci, el coeficiente q en el método de Otto, y sus derivados $\frac{q}{g}$, \sqrt{gq} , así como $\frac{p}{2g}$ para el cálculo de las fuerzas vivas.

De ordinario se hacen los cálculos balísticos por medio de los logaritmos. No hay necesidad de que nos detengamos á enumerar las ventajas que de ello resultan para la brevedad y sencillez, con exactitud muy suficiente, tanto que de ordinario basta con tomar cuatro cifras decimales en la mantisa: emplear un número mayor, 5 ó 7, es inútil, pues sólo en apariencia da mayor exactitud, ya que la realidad de los hechos se opone á que los resultados del tiro sean constantes. De nada sirve apurar la aproximación de los cálculos, y basta obtener los ángulos en minutos (en Alemania se contentan con la aproximación de $\frac{1}{16}$ de grado), las distancias en metros ó en decámetros, las velocidades en metros, y lo más en decímetros, y los tiempos en décimas, ó á lo sumo centésimas de segundo.

Claro es que puede emplearse una edición cualquiera de las tablas de logaritmos, pero no puede menos de reconocerse que si se usan las de Callet ó las de Schrön, con 7 decimales para no tomar más que 4, habrá pérdida de tiempo, por tener que manejar un grueso volumen, y hojear muchas páginas para encontrar el logaritmo ó el número que se busca. En menor escala, sucede lo mismo con las tablas de 5 decima-

les, como las de Lalande, Prasse ó las infinitas reproducciones de éstas.

Es mucho más conveniente recurrir á una tabla especial de logaritmos con 4 cifras, la cual, si está dispuesta á doble entrada, puede dar los logaritmos de los números desde 100 á 1000, y por interpolación desde 1000 á 10.000, en un solo cuadro, ó sea con la tabla presentada en dos páginas frente á frente, disposición que es muy cómoda. Para este uso pueden recomendarse las tablas de Hoüel (*Recueil de formules et de tables numériques*.—París, Gauthier-Villars.—Hay muchas ediciones) que presentan la tabla mencionada, otra suplementaria, de 1000 á 2000, que usada en combinación con la primera, es muy cómoda para simplificar las interpolaciones, y una de *antilogaritmos*, que sirve para volver de los logaritmos á los números por el mismo mecanismo que se busca el logaritmo de un número dado. Dan también las tablas de Hoüel los logaritmos de Gauss $\log. (1 + x)$ y $\log. \left(\frac{1}{1 - x} \right)$ en función de $\log. x$ para la adición y sustracción, y $\log. \frac{1 + x}{1 - x}$.

Igualmente se encuentra en el mismo volúmen una tabla de las líneas trigonométricas naturales, seno, cosecante, tangente, cotangente, secante y coseno de 15 en 15 minutos; otra de los logaritmos del seno, tangente, cotangente y coseno de minuto en minuto hasta 1° 40', y de 10 en 10 minutos hasta 45°; así como otra tabla de los logaritmos de las mismas líneas de décima en décima de grado, ó sea de 6 en 6 minutos. Todas estas tablas con mantisas de 4 cifras. Llevamos bastantes años de manejar las tablas de Hoüel, que nos han demostrado lo muy prácticas que son. En caso análogo se encuentran las tablas publicadas por el Depósito de la Guerra francés, ó *Service géographique de l'armée* (1).

Para las interpolaciones, tanto en las tablas de logaritmos y trigonométricas, como en las balísticas, conviene el uso de la regla logarítmica, con cuyo instrumento se hace la operación instantáneamente, por un método sencillísimo, y en cierto modo mecánico, que evita los errores. El modelo que puede aconsejarse es la regla Mannheim, de 25 centímetros, que construída de boj ó de celuloide, se encuentra á un precio

(1) *Nouvelles tables de logarithmes à cinq et à quatre décimales*.—París (Imprimerie Nationale), 1889.

aceptable, de 13 á 15 pesetas. La mejor instrucción para su uso es la italiana de Galassini (1).

La mayor parte de los problemas que se presentan en esta Memoria, podrían resolverse con las tablas de la primera edición de la *Balística Abreviada*, esto es, con la del tipo Siacci, calculada por Mitcham en medidas inglesas, con la de logaritmos balísticos de Chapel, y con las del general Otto, en la forma que les dió el general Giovannetti. Sin embargo, nos referiremos siempre á las tablas de la segunda edición, por ser más completas y extensas.

Asimismo podrían emplearse las demás tablas que existen para el método de Siacci; como las de Ingalls y Greenhill, en medidas inglesas; la de Berardinelli, la más reciente de Siacci; la de Mayewski, prolongada por Zabudski; la de Madsen ó la de Vallier. También nos permitiremos añadir que al mismo tiempo que esta Memoria, se publicará probablemente una nueva tabla que hemos calculado, que alcanza hasta la velocidad de 1460 metros por segundo, y que desde 500 metros hasta 30 metros, coincide con la tabla *C* de la *Balística Abreviada* (segunda edición). La nueva tabla corresponde mejor á los valores de la resistencia del aire, que se consideran más exactos para las grandes velocidades (2).

(1) *Manuale teorico-pratico per l'uso del regolo calcolatore Mannheim*, dell'ingegnere Alfredo Galassini.—Torino (Camilla e Bertolero), 1886.—Segunda edición de 1892.

(2) Se publica, en efecto, en el MEMORIAL DE ARTILLERÍA.—Tomo V de la série IV.—Enero y febrero de 1896.

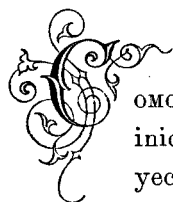


NOTA.—Las iniciales **B. A.** indican una cita de la *Balística Abreviada*, 2.^a edición.

PROBLEMAS DE BALÍSTICA

APLICADOS A LA FORTIFICACIÓN Y Á LA TÁCTICA.

I.



Como ejemplo de tabla de tiro, calculada con sólo los elementos iniciales, sin más dato de experiencia que la velocidad del proyectil en la boca, tomaremos el cañón de montaña de 6,5 centímetros, proyectado por el capitán de artillería D. Joaquín Sangrán para el servicio de Filipinas (1). Los datos de su proyectil (granada ordinaria), son:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Peso. . . . } p = 3,9 \text{ kg. . .} \\ \text{Diámetro } 2R = 0,0635 \text{ m.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{L}{2R} = 3,5. \\ \frac{A}{2R} = 1,45. \\ \frac{J}{2R} = 3,6 . \end{array}$$

En las experiencias verificadas en Torregorda (Cádiz) en febrero de 1891, se obtuvieron las siguientes velocidades iniciales:

$$\text{Con carga } \mu = 0,5 \text{ kg. . . . } V = 319 \text{ m. } \times 1''.$$

$$\mu = 0,48 \text{ kg. . . . } V = 299 \text{ m. } \times 1''.$$

$$\mu = 0,43 \text{ kg. . . . } V = 280 \text{ m. } \times 1''.$$

Puede, por lo tanto, admitirse una velocidad inicial de 300 metros por segundo para el cálculo de la tabla.

Para coeficiente de reducción ó de forma, adoptaremos $n = 950$, pues aunque la relación $\frac{J}{2R} = 3,6$ (**B. A.**, cap. V.), parece autorizar un valor más pequeño, el plano de 3 centímetros de diámetro que tiene el

(1) Véase *Memorial de Artillería*.—Tomo XIX de la 3.^a série, y *Revista Científico-militar*.—Tomo I de la 4.^a série (1890).

proyectil en la punta para la colocación de la espoleta, aumentará la resistencia del aire. Calculemos el coeficiente balístico:

$$\log. p = 0,5911$$

$$\log. \frac{1}{R^2} = 2,9966$$

$$\log. \frac{1}{950} = \bar{3},0223$$

$$\log. \left(C = \frac{p}{n R^2} \right) = 0,6100$$

$$\log. \frac{1}{C} = \bar{1},3900 \quad \ast \quad \frac{1}{C} = 0,2455.$$

Supondremos la densidad del aire $\delta = 1$, y prescindiremos del parámetro de curvatura ϵ , ó lo que es lo mismo, haremos $\epsilon = 1$, puesto que el tiro ha de ser rasante (**B. A.**, pág. 82).

He aquí la disposición de los cálculos para el mejor orden y exactitud:

CÁLCULOS para determinar la tabla de tiro del cañón de 6,5 centímetros.

(Método de Siacci.—Tabla C; B. A., pág. 161.)

x	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
$\frac{X}{C}$	122,7	245,5	368,2	491,0	613,7	736,5	859,2	982,0
$D(V)$	1088,9	1088,9	1088,9	1088,9	1088,9	1088,9	1088,9	1088,9
$D(u_1) = D(V) + \frac{X}{C}$	1211,6	1334,4	1457,1	1579,9	1702,6	1825,4	1948,1	2070,9
u_1	279,6	261,2	244,5	229,4	215,6	203,0	191,6	181,1
$A(u_1)$	59,100	78,040	101,240	129,350	163,195	203,560	250,770	306,050
$A(V)$	44,000	44,000	44,000	44,000	44,000	44,000	44,000	44,000
$A(u_1) - A(V)$	15,100	34,040	57,240	85,350	119,195	159,560	206,770	262,050
$\log. [A(u_1) - A(V)]$	1,1790	1,5320	1,7577	1,9312	2,0763	2,2092	2,3155	2,4184
$\log. \left[\frac{X}{C} = D(u_1) - D(V) \right]$	2,0888	2,3900	2,5660	2,6911	2,7880	2,8672	2,9341	2,9921
$\log. \frac{A(u_1) - A(V)}{D(u_1) - D(V)}$	1,0902	1,1420	1,1917	1,2401	1,2883	1,3420	1,3814	1,4263
$\frac{A(u_1) - A(V)}{D(u_1) - D(V)}$	0,1231	0,1387	0,1555	0,1738	0,1943	0,2198	0,2406	0,2669
$\frac{A(u_1) - A(V)}{J(V)}$	0,1090	0,1090	0,1090	0,1090	0,1090	0,1090	0,1090	0,1090
$A = \frac{A(u_1) - A(V)}{D(u_1) - D(V)} - J(V)$	0,0141	0,0297	0,0465	0,0648	0,0853	0,1108	0,1316	0,1579
$\log. A$	2,1492	2,4728	2,6675	2,8116	2,9309	3,0445	3,1493	3,2484
$\log. C$	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100
$\log. (\text{sen. } 2\varphi = A C)$	2,7592	1,0828	1,2775	1,4216	1,5409	1,6545	1,7293	1,8084
φ	1° 39'	3° 29'	5° 28'	7° 39'	10° 10'	13° 25'	16° 13'	20° 1'
$J(u_1)$	0,1378	0,1709	0,2088	0,2512	0,3002	0,3554	0,4174	0,4869
$\frac{A(u_1) - A(V)}{D(u_1) - D(V)}$	0,1231	0,1387	0,1555	0,1738	0,1943	0,2198	0,2406	0,2669
$B = J(u_1) - \frac{A(u_1) - A(V)}{D(u_1) - D(V)}$	0,0147	0,0322	0,0533	0,0774	0,1059	0,1356	0,1768	0,2200
$\log. B$	2,1673	2,5079	2,7267	2,8887	3,0249	3,1323	3,2175	3,3424
$\log. C$	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100
$\log. \frac{1}{\cos. 2\varphi}$	0,0004	0,0016	0,0040	0,0078	0,0138	0,0242	0,0352	0,0540
$\log. \frac{1}{2}$	1,6990	1,6990	1,6990	1,6990	1,6990	1,6990	1,6990	1,6990
$\log. \left(\text{tg. } \omega = \frac{B C}{2 \cos. 2\varphi} \right)$	2,4767	2,8185	1,0397	1,2055	1,3477	1,4655	1,5917	1,7054
ω	1° 43'	3° 46'	6° 15'	9° 7'	12° 33'	16° 17'	22° 59'	26° 54'

	x	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
$T' = T(u_1) - T(V)$	$T(u_1)$	2,649	3,100	3,585	4,112	4,659	5,247	5,869	6,526
	$T(V)$	2,224	2,224	2,224	2,224	2,224	2,224	2,224	2,224
		0,425	0,876	1,361	1,888	2,435	3,023	3,645	4,302
	$\log. T'$	1,6284	1,9425	0,1339	0,2760	0,3865	0,4804	0,5617	0,6337
	$\log. C$	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100	0,6100
	$\log. \sec. \varphi$	0,0002	0,0008	0,0020	0,0039	0,0069	0,0121	0,0176	0,0270
	$\log. \left(t_1 = \frac{C T'}{\cos. \varphi} \right)$	0,2386	0,5533	0,7459	0,8899	1,0034	1,1025	1,1893	1,2707
	t_1	1,73	3,57	5,57	7,76	10,08	12,67	15,46	18,65
	$\log. u_1$	2,4466	2,4169	2,3883	2,3606	2,3336	2,3075	2,2824	2,2579
	$\log. \cos. \varphi$	1,9998	1,9992	1,9980	1,9961	1,9931	1,9879	1,9824	1,9730
	$\log. \sec. \omega$	0,0002	0,0010	0,0026	0,0055	0,0105	0,0178	0,0360	0,0497
	$\log. \left(V_1 = \frac{u_1 \cos. \varphi}{\cos. \omega} \right)$	2,4466	2,4171	2,3889	2,3622	2,3372	2,3132	2,3008	2,2806
	V_1	279,6	261,3	244,8	230,2	217,4	205,7	199,9	190,8
$\log. p = 0,5911$	$\log. \frac{p}{2g}$	1,2986	1,2986	1,2986	1,2986	1,2986	1,2986	1,2986	1,2986
$\log. 2g = 1,2925$	$\log. V_1^2$	4,8932	4,8342	4,7778	4,7244	4,6744	4,6264	4,6016	4,5612
$\log. \frac{p}{2g} = 1,2986$	$\log. \frac{p}{2g} V_1^2$	4,1918	4,1328	4,0764	4,0230	3,9730	3,9250	3,9002	3,8598
	$\frac{p}{2g} V_1^2$	15,560	13,570	11,920	10,540	9,397	8,414	7,947	7,241

Para la brevedad de los cálculos y evitar las equivocaciones, conviene, después de disponer el esqueleto general del cuadro anterior, escribir en la parte de la izquierda las fórmulas que representan las operaciones que se van ejecutando y han de guiar en la marcha sucesiva. En seguida se inscribirán las cantidades que son constantes, como $\log. C$, $\log. \frac{1}{2}$, $\log. \frac{p}{2g}$. Las cantidades $\frac{X}{C}$ son el producto de $\frac{1}{C}$, ya determinado por X . A continuación se buscarán en la tabla balística C , en correspondencia del valor de u igual á la velocidad inicial, los de $D(V)$, $A(V)$, $J(V)$, $T(V)$, que se inscribirán en sus lugares correspondientes, repitiéndolos en todas las columnas, pues son constantes para una misma velocidad inicial. Sumado $D(V)$ con los sucesivos valores de $\frac{X}{C}$, se tendrán los de $D(u_1)$ y en la tabla balística se podrá buscar u_1 , $J(u_1)$, $A(u_1)$, $T(u_1)$, que se anotarán en los lugares correspondientes. Hecho esto, el resto del cálculo es puramente aritmético, y no hay más que seguir las indicaciones de las fórmulas anotadas á la izquierda.

Haciendo los cálculos por líneas horizontales, hay la ventaja de que ejecutando seguidas las mismas operaciones, se obtiene un cierto descanso para la imaginación y además la progresión regular de los resultados sirve de comprobación para reconocer si se ha cometido algún error.

Ciertas cantidades conviene inscribirlas sucesivamente, sin esperar á que se lleguen á necesitar. Así, en cuanto se conozcan los valores de φ , se buscarán en la tabla trigonométrica los de $\log. \cos. \varphi$, y de éstos, hallando el complemento, los de $\log. \sec. \varphi$, los cuales, multiplicando por dos, darán los de $\log. \sec.^2 \varphi = \log. \frac{1}{\cos.^2 \varphi}$.

Los resultados obtenidos se reúnen en una tabla (la tabla que se busca), en esta forma:

TABLA de tiro provisional para el cañón de 6,5 centímetros, proyecto Sangrán, destinado á la artillería de montaña de Filipinas.

Distancias. — Metros.	Angulos de proyección.	Angulos de caída.	Duración de la trayectoria. — Segundos.	Velocidad remanente. — M. $\times 1''$	Energía total del proyectil — Tonelámetros.
500	1° 39'	1° 43'	1,73	279,6	15,560
1000	3° 29'	3° 46'	3,57	261,3	13,570
1500	5° 28'	6° 15'	5,57	244,8	11,920
2000	7° 39'	9° 7'	7,76	230,2	10,540
2500	10° 10'	12° 33'	10,08	217,4	9,397
3000	13° 25'	16° 17'	12,67	205,7	8,414
3500	16° 13'	22° 59'	15,46	199,9	7,947
4000	20° 1'	26° 54'	18,65	190,8	7,241

En las tablas de tiro de las piezas de artillería se acostumbra á dar los datos para distancias ó alcances, que varían de 100 en 100 metros; pero en vez de hacer el cálculo directo para cada distancia, lo que haría que el cuadro fuese muy extenso y la operación muy trabajosa, se puede de la tabla de 500 en 500 metros sacar por interpolación la de 100 en 100, sin que deba temerse que la aproximación de los resultados no sea admisible.

La interpolación puede hacerse gráficamente por medio de curvas. Se tomará como abscisas los alcances ó distancias y como ordenadas los

valores de los ángulos de proyección, de caída (reducidos a minutos), de la duración, velocidad remanente y energía, trazando una curva para cada columna de la tabla de tiro, por cuyo medio se determinarán los valores intermedios. El papel cuadrículado en milímetros, con los centímetros y decímetros indicados por líneas más gruesas, es muy cómodo para esta operación. Debe cuidarse de elegir una escala para cada columna que permita comprender toda la curva en una hoja de papel.

También se puede hacer la interpolación por medio del cálculo de las diferencias. Para ello se formarán las diferencias primeras y segundas. Así, por ejemplo, para los ángulos de proyección de la tabla anterior, tendríamos:

Distancias.	Ángulos de proyección. Minutos.	Diferencias primeras. Δ_1	Diferencias segundas. Δ_2
0	0	»	»
500	99	99	»
1000	209	110	11
1500	328	119	9
2000	459	131	12
2500	610	151	20
3000	805	195	44
3500	973	168	-27
4000	1201	228	60

Las fórmulas de interpolación para este caso son:

$$F\left(x + \frac{h}{5}\right) = F(x) + \frac{1}{5} \Delta_1 - 0,08 \Delta_2$$

$$F\left(x + \frac{2h}{5}\right) = F(x) + \frac{2}{5} \Delta_1 - 0,12 \Delta_2$$

$$F\left(x + \frac{3h}{5}\right) = F(x) + \frac{3}{5} \Delta_1 - 0,12 \Delta_2$$

$$F\left(x + \frac{4h}{5}\right) = F(x) + \frac{4}{5} \Delta_1 - 0,08 \Delta_2$$

debiendo tener cuidado con el signo de Δ_1 y Δ_2 .

Aplicadas al intervalo entre 500 y 1000 metros, darían:

Distancias.

$$600. . . . 99 + \frac{1}{5} \times 110 - 0,08 \times 9 = 120 = 2^{\circ} 0'$$

$$700. . . . 99 + \frac{2}{5} \times 110 - 0,12 \times 9 = 142 = 2^{\circ} 22'$$

$$800. . . . 99 + \frac{3}{5} \times 110 - 0,12 \times 9 = 164 = 2^{\circ} 44'$$

$$900. . . . 99 + \frac{4}{5} \times 110 - 0,08 \times 9 = 186 = 3^{\circ} 6'$$

De igual manera se haría la interpolación en las demás columnas. Hay que advertir que en la mayoría de los casos podría prescindirse de las diferencias segundas y contentarse con añadir al valor de la tabla el $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$ de la diferencia primera.

En las tablas de tiro provisionales no pueden incluirse los valores de las zonas del 50 por 100, porque no son susceptibles de ser calculados *a priori* con solo el conocimiento de los datos iniciales, sino que se necesita el resultado de uno ó varios tiros de precisión.



II.



A ventaja considerable que ofrece el empleo de la pólvora sin humo en los cañones Krupp y Gruson parece indicar que igualmente sería ventajosa en nuestras piezas de campaña (1). Puede ensayarse el cálculo en el cañón de bronce comprimido de 9 centímetros.

Supondremos que en lugar del proyectil de 6,3 kilogramos, hoy reglamentario, se adoptase otro de 7 kilogramos que sólo llevase una banda de forzamiento á 40 milímetros de distancia del culote y que entrase todo él en la parte rayada. Quedaría entonces como recámara de pólvora la actual, formada por un cilindro y un tronco de cono y además la parte cilíndrica de la recámara del proyectil y la pequeña parte que quedaría detrás del culote en el tronco de cono de la misma. Determinando el punto en que se detendría la banda de forzamiento al tropezar con la superficie cónica, es fácil calcular el volúmen de la recámara y la longitud de ánima que recorrería el culote del proyectil hasta llegar á la boca. Hecho así el cálculo tendremos:

$$\text{volúmen de la recámara. . . . } u = 2,669 \text{ dm}^3.$$

$$\text{longitud de recorrido.. . . . } l = 15,462 \text{ dm.}$$

y además

$$2 R = 0,87 \text{ dm.}$$

$$p = 7 \text{ kg.}$$

Entre los diversos modelos de pólvora sin humo que se conocen, he-

(1) Esto está escrito en los primeros meses de 1892.

II.



A ventaja considerable que ofrece el empleo de la pólvora sin humo en los cañones Krupp y Gruson parece indicar que igualmente sería ventajosa en nuestras piezas de campaña (1). Puede ensayarse el cálculo en el cañón de bronce comprimido de 9 centímetros.

Supondremos que en lugar del proyectil de 6,3 kilogramos, hoy reglamentario, se adoptase otro de 7 kilogramos que sólo llevase una banda de forzamiento á 40 milímetros de distancia del culote y que entrase todo él en la parte rayada. Quedaría entonces como recámara de pólvora la actual, formada por un cilindro y un tronco de cono y además la parte cilíndrica de la recámara del proyectil y la pequeña parte que quedaría detrás del culote en el tronco de cono de la misma. Determinando el punto en que se detendría la banda de forzamiento al tropezar con la superficie cónica, es fácil calcular el volúmen de la recámara y la longitud de ánima que recorrería el culote del proyectil hasta llegar á la boca. Hecho así el cálculo tendremos:

$$\begin{aligned} \text{volúmen de la recámara. . . . } u &= 2,669 \text{ dm}^3. \\ \text{longitud de recorrido. . . . } l &= 15,462 \text{ dm.} \end{aligned}$$

y además

$$\begin{aligned} 2 R &= 0,87 \text{ dm.} \\ p &= 7 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Entre los diversos modelos de pólvora sin humo que se conocen, he-

(1) Esto está escrito en los primeros meses de 1892.

mos elegido la cúbica de Nobel, designada en Alemania con la marca C/89, no porque sea en absoluto la mejor, sino porque conociéndose los resultados de velocidades y presiones en muchas experiencias ejecutadas en los polígonos del Grusonwerk y de Krupp, hemos podido deducir de ellas las características α y β que corresponden á dicha pólvora, según el tamaño de sus granos. (B. A., pág. 95.)

El cañón de 9 centímetros puede sufrir sin peligro presiones interiores hasta de 1800 atmósferas, pero tratándose de una pólvora aún poco conocida y que podría dar lugar á presiones anormales, parece prudente limitarse á 1600 kilogramos por centímetro cuadrado.

Ensayando las pólvoras de 1, $1 \frac{1}{2}$, 2, $2 \frac{1}{2}$, 3, $3 \frac{1}{2}$, 4, 5 y $7 \frac{1}{2}$ milímetros, empezaremos por calcular por la fórmula [3] de Sarrau (B. A., capítulo XII, pág. 93), la carga μ de cada una de ellas, que da la presión $T = 1600$, y en seguida, por la fórmula [1] ó por la [2] (B. A., pág. 93), según que $\frac{B \beta (p l)^{\frac{1}{2}}}{2 R}$ sea $\begin{matrix} > \\ < \end{matrix}$ 0,273 (1), determinaremos la velocidad inicial V .

Hé aquí como pueden disponerse los cálculos:

(1) En la página 21 están con carácter de imprenta diferente los números que corresponden á una y otra fórmula.

Tamaño del grano mm		1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	5	7 1/2
$T = 1600$	$\log. \frac{T}{(2R)^2 u}$	3,2041	3,2041	3,2041	3,2041	3,2041	3,2041	3,2041	3,2041	3,2041
$p = 7$	$\log. \frac{K p^{1/4}}{K p^{1/4}}$	3,8431	3,8431	3,8431	3,8431	3,8431	3,8431	3,8431	3,8431	3,8431
$u = 2,669$	$(B. A., \text{pág. 95.}) \log. \frac{1}{\alpha^2}$	2,3372	2,4949	2,5850	2,6778	2,7645	2,8570	2,9508	3,0506	3,1266
$l = 15,462$	$\log \left(\frac{7}{4} = \frac{T(2R)^2 u}{K p^{1/4}} \right)$	1,3844	1,5421	1,6322	1,7250	1,8117	1,9042	1,9980	0,0978	0,2888
$2R = 0,87$	$\log. \frac{\mu}{\mu}$	1,6482	1,7983	1,7898	1,8428	1,8924	1,9453	1,9989	0,0559	0,1622
	$\log. \frac{\mu}{\mu}$	0,445	0,547	0,616	0,696	0,780	0,881	0,997	1,138	1,453
	$(B. A., \text{pág. 95.}) \log. \frac{B6}{(p t)^{1/2}}$	2,8069	2,6141	2,5242	2,4472	2,3768	2,2837	2,2000	2,1170	3,9685
	$\log. \frac{2R}{(p t)^{1/2}}$	1,0777	1,0777	1,0777	1,0777	1,0777	1,0777	1,0777	1,0777	1,0777
$\log. 0,273 = 1,4362$	$\log. \frac{B6(p t)^{1/2}}{2R}$	1,8846	1,6918	1,6019	1,5249	1,4545	1,3614	1,2777	1,1947	1,0462
	$1 - \frac{B6(p t)^{1/2}}{2R}$									
	$\log. \left[1 - \frac{B6(p t)^{1/2}}{2R} \right]$									
	$(B. A., \text{pág. 95.}) \log. A \alpha$	3,0919	3,0853	3,0740	3,0565	3,0395	3,0395	2,6923	2,6424	2,5494
	$\log. \frac{\mu^{5/8}}{t^{5/8}}$	1,7801	1,8364	1,8686	1,9018	1,9325	1,9658	1,9993	0,0349	0,1014
$\log. \frac{(2R)^{1/8} p^{3/16}}{u^{1/4} P^{7/16}}$	$\log. \frac{(2R p u)^{1/4}}{(2R p u)^{1/4}}$	1,7391	1,7391	1,7391	1,7391	1,7391	1,7391	0,1433	0,1433	0,1433
	$\log. V$	2,6111	2,6608	2,6817	2,6974	2,7111	2,7349	2,7436	2,7466	2,7429
	$\log. V$	408,4	457,9	480,5	498,2	514,1	543,1	554,2	558,0	553,3

Resulta, pues, que con las pólvoras de 1 , $1\frac{1}{2}$, 2 y $2\frac{1}{2}$ milímetros, las cargas que dan presiones de 1600 kilogramos por centímetro cuadrado producen velocidades inferiores á 500 metros. El efecto máximo parece obtenerse con la pólvora de 5 milímetros, que da 558 metros, pero las de 4 y $7\frac{1}{2}$ dan velocidades muy poco inferiores, y aun la de $3\frac{1}{2}$ sería aceptable. Puede admitirse perfectamente que con una carga adecuada y presión inferior á 1600 kilogramos por centímetro cuadrado se puede obtener, sin dificultad, una velocidad inicial de 540 metros con el proyectil de 7 kilogramos. Para comparar las trayectorias con las que hoy recorre el proyectil de este cañón, calcularemos por las tablas á doble entrada (método de Siacci-Braccialini; **B. A.**, cap. V), las que corresponden á las distancias de 2000, 3000 y 4000 metros. Lo mismo se haría el cálculo completo de una tabla de tiro, en analogía con lo que se ha visto en las páginas 13 y 14.

	x	2000	3000	4000
$p = 7$	$\alpha = \frac{X}{C}$	540,6	810,9	1081,2
$2R = 0,087 \rightarrow R = 0,0435$	Tabla A. $\left. \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots A$ (B. A., pág. 205).	0,0292	0,0538	0,0853
$n = 1000 \rightarrow \delta = 1$ $V = 540$	$\log. A$ $\log. C$	$\bar{2},4654$ $0,5681$	$\bar{2},7308$ $0,5681$	$\bar{2},9309$ $0,5681$
$\log. p = 0,8451$	$\log. (\text{sen. } 2\varphi = A C)$ φ	$\bar{1},0335$ $3^{\circ} 6'$	$\bar{1},2989$ $5^{\circ} 44'$	$\bar{1},4990$ $9^{\circ} 12'$
$\log. \frac{1}{R^2} = 2,7230$	Tabla B. $\left. \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots B$ (B. A., pág. 220).	0,0424	0,0838	0,1408
$\log. \frac{1}{n} = \bar{3},0000$	$\log. B$	$\bar{2},6274$	$\bar{2},9232$	$\bar{1},1486$
$\log. C = 0,5681$	$\log. \frac{1}{2}$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$
$\log. \frac{1}{C} = \bar{1},4319 \rightarrow \frac{1}{C} = 0,2703$	$\log. \text{sec.}^2 \varphi$	0,0013	0,0044	0,0112
	$\log. C$	0,5681	0,5681	0,5681
	$\log. \left(\text{tg. } \omega = \frac{B C}{2 \cos.^2 \varphi} \right)$ ω	$\bar{2},8958$ $4^{\circ} 30'$	$\bar{1},1947$ $8^{\circ} 54'$	$\bar{1},4269$ $14^{\circ} 58'$
$\log. p = 0,8451$	Tabla u. $\left. \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots u$ (B. A., pág. 190).	307,9	263,7	228,5
$\log. 2g = 1,2925$	$\log. u$	2,4885	2,4211	2,3588
$\log. \frac{p}{2g} = \bar{1},5526$	$\log. \cos. \varphi$	$\bar{1},9994$	$\bar{1},9978$	$\bar{1},9944$
	$\log. \text{sec. } \omega$	0,0013	0,0053	0,0150
	$\log. \left(V_1 = \frac{u \cos. \varphi}{\cos. \omega} \right)$ V_1	2,4892	2,4242	2,3682
	$\log. V_1^2$	308,4	265,6	233,4
	$\log. \frac{p}{2g}$	4,9784	4,8484	4,7364
	$\log. \frac{p}{2g} V_1^2$	$\bar{1},5526$	$\bar{1},5526$	$\bar{1},5526$
	$\frac{p}{2g} V_1^2$	4,5310	4,4010	4,2890
	$\frac{p}{2g} V_1^2$	33,96	25,18	19,45

Hé aquí el resultado comparativo (1).

		Datos actuales.			Datos calculados.		
Distancias.	<i>m</i>	2000	3000	4000	2000	3000	4000
Angulos de proyección		4° 25'	7° 43'	11° 36'	3° 6'	5° 44'	9° 12'
Angulos de caída.		5° 49'	10° 27'	15° 56'	4° 30'	8° 54'	14° 58'
Velocidades remanentes $m \times 1''$		280	255	241	308,4	265,6	233,4
Energía total.	<i>Tm</i>	25,2	20,9	18,6	33,96	25,18	19,45

Si queremos determinar el alcance máximo por los 20° de elevación que permite la cureña de campaña, podremos disponer el cálculo del modo que sigue:

$$\varphi = 20^\circ$$

$$V = 540.$$

$$\log. \operatorname{sen.} 2\varphi = \bar{1},8081$$

$$\log. C = \underline{0,5681}$$

$$\log. \left(A = \frac{\operatorname{sen.} 2\varphi}{C} \right) = \bar{1},2400$$

$$A = 0,1738$$

Tabla A. $\left. \begin{matrix} V \\ A \end{matrix} \right\} \dots \alpha = 1626$
(B. A. pág., 205).

$$\log. \alpha = 3,2111$$

$$\log. C = \underline{0,5681}$$

$$\log. (X = \alpha C) = \underline{3,7792}$$

$$X = \underline{6015.}$$

El alcance por 20° de elevación será, por lo tanto, de 6 kilómetros.

Si se adopta para nuestra artillería de campaña una nueva pieza como calibre único, sin distinción entre cañones pesados y ligeros, para todas las baterías montadas y á caballo, ya sea el cañón Sotomayor, de 7,85 centímetros, con proyectil de 7 kilogramos, ya como propone el comandante Arantegui uno de 7 centímetros, las piezas actuales de 9 centímetros quedarían sin duda para la artillería de plaza y entonces podría dotárselas de cureña de sitio, de ruedas, con muñoneras altas, propia para tirar detrás de parapetos y que resistiendo mejor á la reacción del dispa-

(1) Conviene observar que los datos no son completamente comparables, pues han sido calculados por métodos diversos. Los del cañón actual están tomados de la tabla oficial de tiro.

ro, sin duda muy aumentada con las nuevas condiciones de tiro, permitiría además dar al cañón un ángulo mayor de elevación y aumentar, por lo tanto, el alcance.

Parece que habría ventaja en adoptar al propio tiempo un proyectil más pesado que el actual y para la carga pólvora sin humo. Nos ha parecido interesante calcular los resultados que se obtendrían, ya conservando el proyectil actual, ya substituyéndolo por otro que tuviese de *densidad esférica* (1) 3,5 ó 4. El primero pesaría 8,45 kilogramos y el segundo 9,65 kilogramos; no cabe duda que cualquiera de estos proyectiles, bien organizado, como shrapnel ó como granada torpedó, sería muy eficaz.

No presentamos el desarrollo de los cálculos, porque es semejante al que ya se ha visto; los resultados son los que se pueden ver á continuación. Para comparar damos también la tabla de datos de tiro en las condiciones de carga actuales.

(1) Llamando p al peso del proyectil y $2R$ al diámetro de su sección recta, la densidad esférica es

$$\frac{p}{\frac{4}{3} \pi R^3};$$

esta denominación ha sido propuesta por el artillero francés capitán Moch, en sus notables y sugestivos libros *Notes sur le canon de campagne de l'avenir* (1892), y *Vue générale sur l'artillerie actuelle* (1895).

DATOS sobre los efectos que pueden esperarse en el tiro con el cañón de acero ó el de bronce comprimido de 9 centímetros, disparando el actual proyectil reglamentario de 6,30 kilogramos de peso (densidad esférica igual á 2,61), con carga de 770 gramos de pólvora sin humo (Nobel C/89) de 3 milímetros, siendo la velocidad inicial de 530 metros por segundo.

Dis- tancias — Metros.	Ángulos de ele- vación.	Ángulos de caída.		Tiem- po ó dura- ción de la tra- yec-to- ría. — Segds.	Ve- loci- dad rema- nente tan- gen- cia l. — $m \times 1^a$	Energía del proyectil.			Fac- tor de pene- tra- ción.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido		
		En sexage- sima les.	Porsus tan- gents trigo- nóme- tricas.			TOTAL	Por centi- metro de cir- cun- feren- cia del pro- yectil.	Por centímetro cúbico de la esfera de igual diá- metro que el proyectil.		La- teral.	Ver- tical.	Lon- gitudi- nal.
500	0°33'	0° 36'	0,0105	1,00	462,7	68,77	2,51	200	4,88	0,41	0,26	25,1
1000	1°13'	1° 29'	0,0258	2,14	405,3	52,77	1,93	153	4,40	0,88	0,66	25,4
1500	2° 1'½	2° 36'	0,0454	3,51	360,0	41,63	1,52	121	4,00	1,45	1,18	26,2
2000	2°57'½	4° 5'	0,0713	4,92	327,3	34,42	1,26	100	3,66	2,03	1,95	27,2
2500	4° 3'	5° 49'	0,1019	6,58	304,4	29,76	1,09	87	3,42	2,71	2,95	28,9
3000	5°18'	7° 52'	0,1380	8,28	286,1	26,29	0,96	76	3,22	3,42	4,27	30,9
4000	8°17'	12° 52'	0,2234	12,11	256,0	21,04	0,77	61	2,88	4,99	8,35	36,5
5000	12° 2'½	19° 20'	0,3509	16,54	233,0	17,45	0,64	51	2,60	6,82	13,2	44,0
6000	16°51'	27° 37'	0,5231	21,75	218,0	15,26	0,56	44,5	2,41	8,97	28,1	53,4
7192	25°	40° 27'	0,8527	29,95	213,9	14,70	0,54	42,8	2,35	12,36	58,7	68,6
8028	35°	53° 3'	1,3298	39,09	224,4	16,18	0,59	47	2,48	16,14	112,2	84,5

DATOS sobre los efectos que pueden esperarse en el tiro con el cañón de acero ó el de bronce comprimido de 9 centímetros, disparando un proyectil de 8,45 kilogramos de peso (densidad esférica igual á 3,5), con carga de 760 gramos de pólvora sin humo (Nobel C/89) de 3 milímetros, siendo la velocidad inicial de 460 metros por segundo.

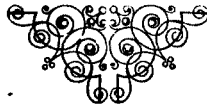
Dis- tancias. — Metros.	Ángulos de ele- vación.	Ángulos de caída.		Tiem- po ó Ve- loci- dad rema- nente tan- gen- cial.	Tiempo de la tra- yec- toria. — Segds.	Ve- loci- dad remanente tan- gen- cial. — m \times 1 "	Energía del proyectil.			Fac- tor de pene- tra- ción.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido		
		En sexage- simales.	Por sus tan- gentes trigo- nomé- tricas.				TOTAL	Por centi- metro de cir- cun- feren- cia del pro- yectil.	Por centímetro cúbico de la esfera de igual diá- metro que el proyectil.		La- teral.	Ver- tical.	Lon- gitu- dinal.
500	0°42'	0°45'	0,0131	1,16	416,8	74,86	2,73	220	6,05	0,42	0,25	19,0	
1000	1°31' $\frac{1}{2}$	1°45'	0,0306	2,44	379,3	62,00	2,29	183	5,60	0,88	0,60	19,6	
1500	2°27'	2°58'	0,0517	3,79	349,4	52,58	1,94	155	5,22	1,36	1,06	20,6	
2000	3°30'	4°23'	0,0766	5,26	326,8	45,92	1,69	135	4,91	1,89	1,70	22,2	
2500	4°39' $\frac{1}{2}$	6°3' $\frac{1}{2}$	0,1061	6,87	309,1	41,00	1,51	121	4,67	2,46	2,59	24,3	
3000	5°56' $\frac{1}{2}$	7°56'	0,1393	8,54	294,8	37,13	1,37	110	4,45	3,06	3,74	26,8	
4000	8°52' $\frac{1}{2}$	12°18' $\frac{1}{2}$	0,2182	12,25	270,6	31,56	1,16	93	4,09	4,39	7,20	33,0	
5000	12°23' $\frac{1}{2}$	17°48'	0,3210	16,33	251,3	27,20	1,00	80	3,79	5,85	13,0	40,6	
6000	16°41'	24°33'	0,4569	21,11	236,9	24,19	0,89	71	3,55	7,56	22,7	49,7	
7281	25°	37°	0,7536	29,73	227,8	22,38	0,82	66	3,41	10,65	49,6	65,8	
8433	35°	49°53' $\frac{1}{2}$	1,1871	39,10	236,0	24,00	0,88	71	3,54	14,05	97,3	81,9	

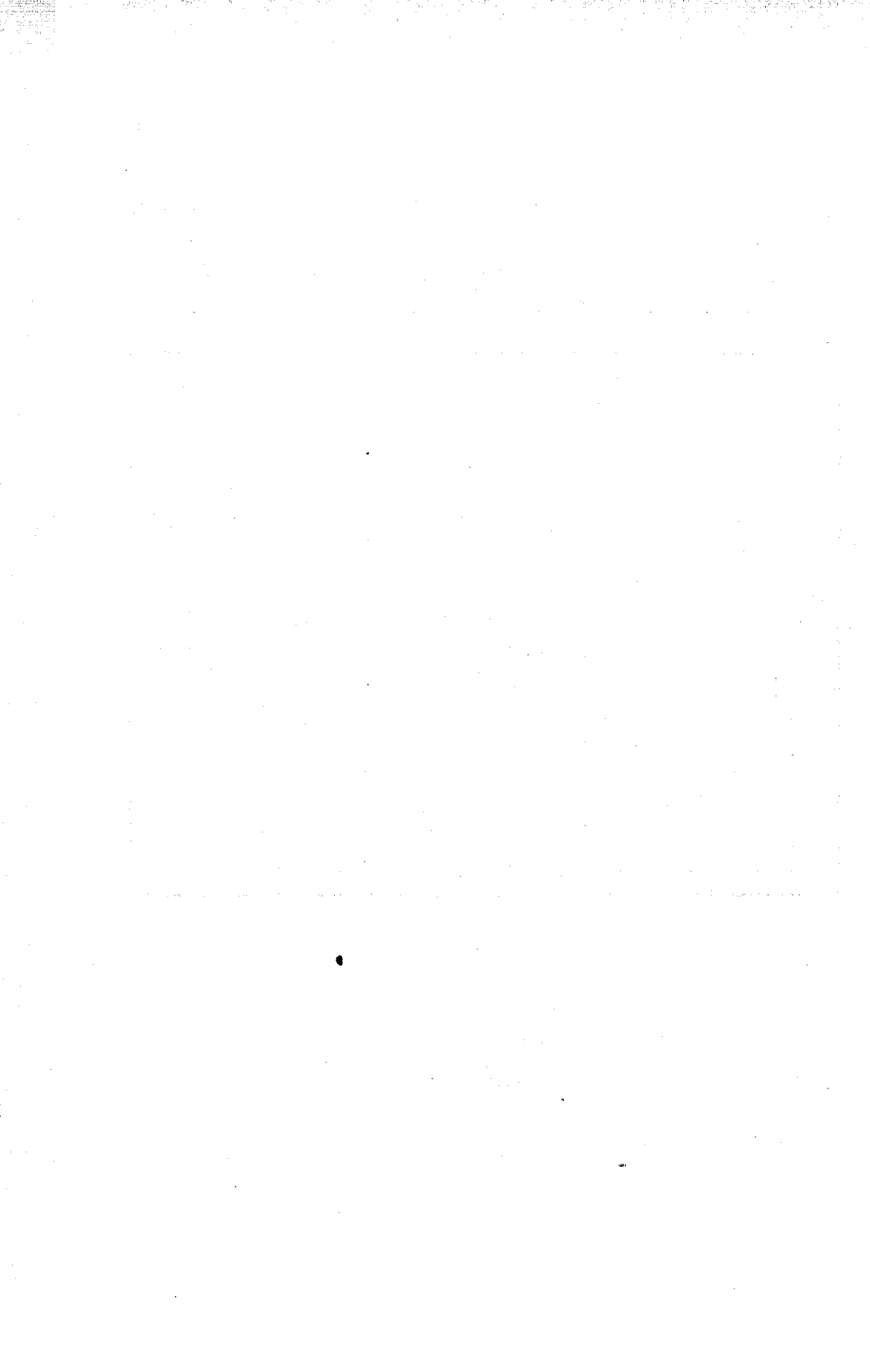
DATOS sobre los efectos que pueden esperarse en el tiro con el cañón de acero ó el de bronce comprimido de 9 centímetros, disparando un proyectil de 9,65 kilogramos de peso (densidad esférica igual á 4), con carga de 745 gramos de pólvora sin humo (Nobel C/89) de 3 milímetros, siendo la velocidad inicial de 430 metros por segundo.

Dis- tancias. — Metros.	Ángulos de ele- vación.	Ángulos. de caída.		Tiem- po ó Ve- loci- dad rema- nente tan- gen- cial.	Energía del proyectil.			Fac- tor de pene- tra- ción.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido			
		En grados sexage- simales.	Porsus- tan- gentes trigo- nóme- tricas.		TOTAL	Por centi- metro de cir- cun- feren- cia del pro- yectil	Por centímetro cubico de la esfera de igual diá- metro que el proyectil.		La- teral.	Ver- tical.	Lon- gitu- dinal.	
												Segds.
500	0°48'	0°51' $\frac{1}{2}$	0,0150	1,26	395,2	76,84	2,81	223	6,61	0,42	0,25	16,7
1000	1°43'	1°55'	0,0335	2,51	365,6	65,77	2,41	191	6,19	0,84	0,58	17,4
1500	2°42'	3°10'	0,0552	3,91	342,0	57,54	2,11	167	5,84	1,31	1,03	18,6
2000	3°50'	4°38'	0,0809	5,38	323,2	51,40	1,88	149	5,55	1,80	1,62	20,3
2500	5° 1' $\frac{1}{2}$	6°16'	0,1097	7,78	308,1	46,71	1,71	136	5,30	2,61	2,63	23,9
3000	6°21'	8° 6'	0,1423	8,79	295,6	42,99	1,57	125	5,09	2,94	3,64	25,5
4000	8°14'	12°18'	0,2180	12,33	275,0	37,22	1,36	108	4,74	4,13	7,00	32,1
5000	12°51' $\frac{1}{2}$	17°32'	0,3161	16,48	256,7	32,43	1,19	94	4,42	5,52	12,5	39,7
6000	17° 2'	23°53'	0,4428	21,13	243,4	29,15	1,07	85	4,19	7,07	21,5	48,7
7408	25°	35°26'	0,7114	29,38	234,0	26,94	0,98	78	4,01	9,83	45,5	63,9
8443	35°	48°	1,1117	38,73	239,9	28,31	1,03	82	4,11	12,96	88,1	79,3

DATOS sobre el tiro de los cañones de Ac. y Bc., de 9 centímetros, disparando la actual granada de segmentos de 6,3 kilogramos de peso, con carga de 1,5 kilogramos de pólvora de grano grueso de 6 á 10 milímetros. Velocidad inicial, 451 metros por segundo.

Dis- tancias	Ángulos de ele- vación.	Ángulos de caída.		Tiem- po ó Ve- loci- dad rema- nente tan- gen- cia l.	Tiempo de la tra- yec- toria. — Segds.	Energía del proyectil.			Fac- tor de pene- tra- ción.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido		
		En grados sexage- simales.	Por sus tan- gents trigo- nó- micas.			TOTAL	Por centí- metro de cir- cun- feren- cia del pro- yectil	Por centímetro cúbico de la esfera de igual diá- metro que el proyectil.		La- teral.	Ver- tical.	Lon- gitudi- nal.
500	0° 50'	0° 54'	0,0148	1,23	373	44,8	1,65	132,0	3,00	0,30	0,30	20,2
1000	1° 50'	2° 13'	0,0387	2,67	329	34,7	1,28	103,0	2,67	0,65	0,60	15,5
1500	3° 2'	3° 51'	0,0673	4,28	300	29,0	1,07	85,7	2,47	1,05	1,30	19,4
2000	4° 25'	5° 49'	0,1019	6,02	280	25,2	0,93	74,5	2,31	1,55	2,12	20,7
2500	5° 68'	8° 1'	0,1408	7,90	266	22,7	0,84	67,0	2,18	2,20	3,38	24,0
3000	7° 43'	10° 27'	0,1844	9,88	255	20,9	0,77	61,9	2,09	3,18	4,78	26,0
3500	9° 34'	13° 4'	0,2321	11,94	247	19,6	0,72	58,0	2,02	4,50	8,04	34,6
4000	11° 36'	15° 56'	0,2855	14,10	241	18,6	0,68	55,0	1,97	—	—	—
4500	13° 50'	18° 55'	0,3427	16,37	236	17,8	0,65	52,7	1,92	—	—	—
5000	16° 14'	22° 56'	0,4232	19,30	233	17,4	0,64	51,5	1,90	—	—	—
5720	20°	29° 50'	0,5733	22,92	214	14,7	0,54	43,3	1,72	—	—	—
6125	25°	35° 26'	0,7115	25,60	200	12,8	0,47	37,8	1,58	—	—	—
7107	35°	50° 44'	1,2235	36,34	210	14,2	0,52	41,9	1,68	—	—	—





III.



CUANDO se conocen algunos datos de experiencia, obtenidos en el tiro con una boca de fuego determinada, el cálculo de su tabla de tiro ofrece garantías de acierto y aproximación, que no se pueden tener en el mismo grado cuando sólo se cuenta con las dimensiones y peso del proyectil, el coeficiente de reducción que permite suponer su forma y la velocidad inicial, como sucedía en el problema I.

El cañón de bronce comprimido de 15 centímetros, adoptado como reglamentario en 1891, no tiene aún en la actualidad (julio de 1892) tabla de tiro oficial. Propongámonos calcular una provisional, con los datos experimentales que conocemos.

Los datos son los que expresa el cuadro siguiente (*Memorial de Artillería*, tomo XVI de la 3.^a série, pág. 354):

Ángulos de tiro empleados en cada série.	Alcances medios obtenidos. — Metros.	Derivación media. — Metros.	Duración de la trayectoria. — Segundos.	Zona del 50 por 100 de los disparos en sentido lateral. — Metros.	Zona del 50 por 100 de los disparos en sentido longitudinal. — Metros.
1° 30'	1067,1	4,28	3,04	0,86	13,38
4° 24'	2490,9	12,06	7,06	6,95	29,49
8° 20'	4002,5	15,77	15,77	2,91	51,33
15° 30'	6175,7	87,75	21,02	13,57	97,02
25° 30'	8394,9	103,83	32,00	22,31	84,72

Corresponden los datos anteriores á la carga de 8,8 kilogramos de pólvora prismática de siete canales, de densidad 1,6, con la cuál se obtiene la velocidad inicial de 500 metros por segundo.

Además tenemos:

$$\left. \begin{array}{l} p = 35 \\ 2R = 0,148 \end{array} \right\} \text{ y, por lo tanto: } \log. \frac{p}{R^2} = 3,8057.$$

Conociendo φ , X , V (problema 2.º, capítulo VI de la *Balística Abreviada*, página 31), podremos calcular el valor de C , y, por lo tanto, el de n y hallar también el del tiempo t_1 , que nos servirá para comprobación. Hé aquí el cálculo desarrollado:

φ	1° 30'	4° 24'	8° 20'	15° 30'	25° 30'
2φ	3°	8° 48'	16° 40'	31°	51°
X	1067,1	2490,9	4002,5	6175,7	8394,9
$\log. \text{sen. } 2\varphi$	$\bar{2},7188$	$\bar{1},1847$	$\bar{1},4576$	$\bar{1},7118$	$\bar{1},8905$
$\log. X$	3,0282	3,3963	3,6023	3,7907	3,9240
$\log. \left(A' = \frac{\text{sen. } 2\varphi}{X} \right)$	$\bar{5},6906$	$\bar{5},7884$	$\bar{5},8553$	$\bar{5},9211$	$\bar{5},9665$
A'	0,04905	0,06144	0,07166	0,08339	0,09258
Tabla A' $\left. \begin{array}{l} V \\ A' \end{array} \right\} \alpha$ (B. A., pág. 266.)	251,25	536	744,4	1006,5	1189,5
$\log. X$	3,0282	3,3963	3,6023	3,7907	3,9240
$\log. \alpha$	2,4001	2,7292	2,8718	3,0028	3,0754
$\log. \left(C = \frac{X}{\alpha} \right)$	0,6281	0,6671	0,7305	0,7879	0,8486
$\log. \frac{p}{R^2}$	3,8057	3,8057	3,8057	3,8057	3,8057
$\log. \frac{1}{C}$	$\bar{1},3719$	$\bar{1},3329$	$\bar{1},2695$	$\bar{1},2121$	$\bar{1},1514$
$\log. \left(\frac{p}{C R^2} = n \right)$	3,1776	3,1386	3,0752	3,0178	2,9571
n	1505	1375	1190	1041	906
Tabla T' $\left. \begin{array}{l} V \\ T' \end{array} \right\} \alpha$ (B. A., pág. 266.)	0,593	1,455	2,199	3,269	4,099
$\log. T'$	$\bar{1},7731$	0,1629	0,3422	0,5145	0,6127
$\log. C$	0,6281	0,6671	0,7305	0,7879	0,8486
$\log. \text{sec. } \varphi$	0,0001	0,0013	0,0046	0,0161	0,0445
$\log. \left(t_1 = \frac{C T'}{\cos. \varphi} \right)$	0,4013	0,8313	1,0773	1,3185	1,5058
t_1	2,52	6,78	11,95	20,82	32,05

En los valores de n se nota marcada regularidad, evidenciándose la influencia del parámetro de curvatura δ (páginas 26 y 82 de *Balística Abreviada*). Adoptaremos $n = 1203$, que es el término medio y está bastante acorde con el valor que le corresponde por el trazado del proyectil. (B. A., pág. 36.)

En cuanto á los valores de t_1 son bastante aproximados á los experimentales, excepto el que corresponde á la distancia de 4002,5, ó sea el

ángulo de 8° 20', que es evidentemente anormal y sospechamos un error de imprenta en el artículo de donde hemos tomado los datos.

El cálculo del coeficiente balístico C y el de su recíproco $\frac{1}{C}$, da el siguiente resultado:

$$\log. \frac{R^2}{p} = \bar{4},1943$$

$$\log. n = \underline{3,0803}$$

$$\log. \frac{1}{C} = \bar{1},2746$$

$$\log. C = 0,7254 \quad \log. \frac{C}{2} = 0,4244$$

$$\frac{1}{C} = 0,1882$$

$$C = 5,31$$

Con el valor de C y el de V es fácil calcular para cada distancia todos los elementos balísticos. No reproduciremos el cuadro de cálculos porque es análogo al que hemos presentado en el problema II. (Pág. 23.)

Para los ángulos superiores á 20°, conviene tener en cuenta el parámetro de curvatura ϕ . Calculando los alcances que corresponden á los ángulos de proyección de 24, 28, 32 y 36 grados, se obtiene el desarrollo que sigue. (B. A., pág. 82.)

$\frac{\varphi}{\phi}$	24°	28°	32°	36°
$\frac{\phi}{C}$	0,90	0,87	0,86	0,85
$\frac{1}{C}$	0,1694	0,1638	0,1619	0,1600
$\log. \left(\frac{\log. \text{sen. } 2\varphi}{\frac{\phi}{C}} = \frac{1}{C'} \right)$	$\bar{1},8711$	$\bar{1},9186$	$\bar{1},9537$	$\bar{1},9782$
$\log. A$	$\bar{1},2289$	$\bar{1},2143$	$\bar{1},2092$	$\bar{1},2041$
$\log. \frac{A}{A}$	$\bar{1},1000$	$\bar{1},1329$	$\bar{1},1629$	$\bar{1},1823$
$\log. \frac{V}{A} \alpha$	0,1259	0,1358	0,1455	0,1522
$\log. \alpha$	1290,2	1348,9	1403,9	1440,7
$\log. \left(\frac{C}{\phi} = C' \right)$	3,1107	3,1300	3,1474	3,1586
$\log. (X = \alpha C')$	0,7711	0,5857	0,7908	0,7959
$\log. X$	3,8818	3,9157	3,9382	3,9545
	7618	8235	8674	9005

Tabla A
(B. A., pág. 206.)

Para el cálculo de las zonas de 50 por 100 de los disparos, hay que empezar por determinar los valores de h_1 , h_2 , partiendo de los datos de experiencia conocidos. Se dispone la operación como se indica en el cuadro siguiente, en el cual se han empleado las fórmulas [K] y [L]. (B. A., cap. XIII, pág. 108.)

φ	1° 30'	4° 24'	8° 20'	15° 30'	25° 30'
Z_l	0,86	6,95	2,91	13,57	22,31
Z_a	13,38	29,49	51,33	97,02	84,72
$\log. Z_l$	$\bar{1},9345$	0,8420	0,4639	$\bar{1},1325$	$\bar{1},3485$
$\log. \frac{1}{V^2}$	$\bar{6},6021$	$\bar{6},6021$	$\bar{6},6021$	$\bar{6},6021$	$\bar{6},6021$
$\log. \frac{1}{\text{sen. } \varphi}$	1,5821	1,1151	0,8388	0,5731	0,3660
$\log. h_1$	$\bar{4},1187$	$\bar{4},5592$	$\bar{5},9048$	$\bar{4},3077$	$\bar{4},3166$
$\log. Z_a$	1,1265	1,4697	1,7104	1,9869	1,9280
$\log. \frac{1}{h_1}$	3,8813	3,4408	4,0952	3,6923	3,6834
$\log. \frac{1}{V^2}$	$\bar{6},6021$	$\bar{6},6021$	$\bar{6},6021$	$\bar{6},6021$	$\bar{6},6021$
$\log. \text{sec. } 2\varphi$	0,0006	0,0051	0,0186	0,0669	0,2011
$\log. \text{sec. } \psi$	1,6105	1,5177	0,4263	0,3482	0,4146
$\log. \text{tg. } \psi$	—	—	0,3935	0,2994	0,3798
$\log. h_1$	—	—	$\bar{5},9048$	$\bar{4},3077$	$\bar{4},3166$
$\log. V$	—	—	2,6990	2,6990	2,6990
$\log. \text{cotg. } 2\varphi$	—	—	0,5238	0,2212	$\bar{1},9084$
$\log. h_2$	—	—	1,5211	1,5273	$\bar{1},3038$

Los valores medios $\left. \begin{array}{l} \text{de } h_1 = 0,0001969 \\ \text{de } h_2 = 0,2899 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \log. h_1 = \bar{4},2942 \\ \log. h_2 = \bar{1},4623 \\ \log. \frac{h_2}{h_1} = 3,1681 \end{array}$

En los valores de h_1 se nota una irregularidad bastante notable, consecuencia de las que presentaban los experimentales de Z_l , obtenidos sin duda en condiciones atmosféricas muy diversas, lo mismo que los de Z_a , de los cuales dos no permiten obtener valor de h_2 por llegar á una secante menor que 1, que es imposible. En cambio los otros tres h_2 presentan cierta uniformidad. De todos modos se han tomado los valores medios de h_1 y h_2 ; con ellos se calculan Z_l y Z_a para cada distancia, empleando las fórmulas

$$Z_i = h_1 V^2 \text{ sen. } \varphi$$

$$\text{tg. } \psi = \frac{h_2 \text{ tg. } 2\varphi}{h_1 V} \quad \text{»} \quad Z_a = h_1 V^2 \text{ cos. } 2\varphi \text{ sec. } \psi$$

que son las mismas fórmulas [I] y [J] (B. A., cap. XIII, pág. 108), transformadas, para que sean fácilmente calculables, por logaritmos.

Para Z_v tenemos $Z_v = Z_a \text{ tg. } \omega$.

El cálculo se dispone como sigue:

X	500	1000	1500	2000	2500	3000	4000	5000	6000	7000
φ	0°37',6	1°19',4	2°08',7	3°07',0	4°12',7	5°27',2	8°19',3	11°51',4	15°52',8	20°30',5
log. h_1	4,2942	4,2942	4,2942	4,2942	4,2942	4,2942	4,2942	4,2942	4,2942	4,2942
log. V^2	5,3979	5,3979	5,3979	5,3972	5,3979	5,3979	5,3979	5,3979	5,3979	5,3979
log sen. φ	2,0388	2,3635	2,5732	2,7353	2,8659	2,9779	1,1606	1,3127	1,4371	1,5445
log. Z_i	1,7309	0,0556	0,2653	0,4274	0,5580	0,6700	0,8527	1,0048	1,1292	1,2366
Z_i	0,54	1,14	1,84	2,67	3,61	4,68	7,12	10,11	13,47	17,24
log. $\frac{h_2}{h_1}$	3,1681	3,1681	3,1681	3,1681	3,1681	3,1681	3,1681	3,1681	3,1681	3,1681
log. tg. 2φ	2,3416	2,6649	2,8758	1,0384	1,1707	1,2849	1,4756	1,6427	1,7918	1,9394
log. $\frac{1}{V}$	3,3010	3,3010	3,3010	3,3010	3,3010	3,3010	3,3010	3,3010	3,3010	3,3010
log. tg. ψ	2,8107	1,1340	1,3449	1,5075	1,6398	1,7540	1,9447	0,1118	0,2609	0,4085
log. sec. ψ	0,0009	0,0040	0,0104	0,0214	0,0378	0,0606	0,1246	0,2135	0,3180	0,4393
log. $h_1 V^2$	1,6921	1,6921	1,6921	1,6921	1,6921	1,6921	1,6921	1,6921	1,6921	1,6921
log. cos. 2φ	1,9999	1,9995	1,9988	1,9974	1,9953	1,9921	1,9814	1,9617	1,9295	1,8777
log. Z_a	1,6929	1,6956	1,7013	1,7109	1,7252	1,7448	1,7981	1,8673	1,9396	2,0091
Z_a	49,31	49,62	50,27	51,39	53,11	55,56	62,82	73,67	87,02	102,1
log. tg. ω	2,0580	2,4332	2,6747	2,8563	1,0053	1,1306	1,3367	1,5132	1,6612	1,7938
log. Z_a	1,7509	0,1888	0,3760	0,5672	0,7305	0,8754	1,1348	1,3805	1,6008	1,8029
Z_v	0,56	1,34	2,38	3,69	5,38	7,51	13,64	24,01	39,99	63,35

Con todos estos elementos se forma la tabla que sigue (1):

(1) Fué publicada en el *Estudio sobre nuestra artillería de Plaza.—Tanteos de armamento*, publicado en 1892.

Los valores de la energía por centímetro de circunferencia del proyectil y por centímetro cúbico de la esfera del mismo diámetro, han sido determinados por medio de la regla logarítmica. Sobre el factor de penetración, véase la página 20 de dicho *Estudio*.

DATOS sobre el tiro directo del cañón Bc. de 15 centímetros Cc., Verdes Montenegro, con proyectil de 35 kilógramos y carga máxima de 8,8 kilógramos de pólvora prismática de 7 canales. Velocidad inicial, $500 \text{ m} \times 1''$.

Dis- tancias.	Ángulos de ele- vación.	Ángulos de caída.		Tiem- po ó dura- ción de la tra- yec- toria.	Ve- loci- dad rema- nente tan- gen- cial.	Energía del proyectil.			Fac- tor de pene- tra- ción.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido		
		En grados sexage- simales.	Por sus tan- gentes trigo- nómi- cas.			TOTAL	Por centi- metro de cir- cunfer- encia del pro- yectil	Por centímetro cúbico de la esfera de igual diá- metro que el proyectil.		La- teral.	Ver- tical.	Lon- gitu- dinal.
500	0° 38'	0° 39'	0,0114	1,05	445,3	354,0	7,62	208	5,51	0,54	0,56	49,3
1000	1° 19'	1° 34'	0,0271	2,24	398,0	282,8	6,09	166	5,04	1,14	1,34	49,6
1500	2° 9'	2° 42'	0,0473	3,58	360,1	230,9	4,96	136	4,64	1,84	2,38	50,3
2000	3° 7'	4° 7'	0,0718	5,05	331,6	196,2	4,24	115	4,31	2,67	3,69	51,4
2500	4° 13'	5° 47'	0,1013	6,64	310,5	172,0	3,71	101	4,06	3,61	5,38	53,1
3000	5° 27'	7° 42'	0,1350	8,29	293,8	154,0	3,32	91	3,85	4,68	7,51	55,6
4000	8° 19'	12° 15'	0,2171	11,98	266,5	126,7	2,73	95	3,49	7,12	13,6	62,8
5000	11° 51'	18° 3'	0,3259	16,19	244,9	107,1	2,31	63	3,19	10,11	24,0	73,7
6000	15° 53'	24° 37'	0,4583	20,84	232,8	96,7	2,08	57	3,02	13,47	39,9	87,0
7000	20° 30'	31° 53'	0,6206	25,89	227,2	92,1	1,98	54	2,94	17,24	63,5	102,1
7618	24°	36° 55'	0,7512	29,67	229,6	94,0	2,03	55	2,97	20,01	84,6	112,6
8235	28°	42° 16'	0,9090	33,77	231,9	96,0	2,07	56	3,01	23,10	112,1	123,3
8674	32°	47° 14'	1,0815	37,73	236,6	99,9	2,15	59	3,08	26,98	142,8	132,0
9005	36°	51° 51'	1,2730	41,51	243,9	106,2	2,29	62	3,18	28,03	176,5	138,7

* * *

Cuando la velocidad inicial no llega á, ó pasa poco de, los 240 metros, hay ventaja, para la sencillez y brevedad, en emplear con preferencia á las fórmulas y tablas de Siacci, los factores balísticos que corresponden á la ley cuadrática. (**B. A.**, cap. XI.)

Como ejemplo, daremos el cálculo de las tablas de tiro del obús de bronce comprimido de 15 centímetros, modelo de 1892, para las cargas reducidas de 2,5 y 1,5 kilogramos.

Para el coeficiente balístico C tomaremos el valor ya obtenido (página 33) para el cañón del mismo calibre, puesto que el proyectil es el mismo. El valor de q será

$$q = \frac{\delta \epsilon}{C} K(v)$$

$$\delta = 1 \quad \epsilon = 1 \quad \frac{1}{C} = 0,1882 \quad K(v) = 0,000440$$

$$q = 0,0828.$$

La parte del cálculo que presenta novedad, es la que se detalla á continuación. Las fórmulas empleadas son las del problema IV (**B. A.**, capítulo XI, pág. 85); la tabla es la I. (**B. A.**, pág. 361.)

Obús B c. 15 cm.		$V = 263 \quad \mu = 2,5$					
$q = 0,0828$	x	1000	1500	2000	2500	3000	4000
	$2 q X$	0,1656	0,2484	0,3312	0,4140	0,4968	0,6624
	$\log. A$	0,0243	0,0367	0,0493	0,0621	0,0750	0,1014
	$\log. g$	0,9915	0,9915	0,9915	0,9915	0,9915	0,9915
	$\log. X$	3,0000	3,1761	3,3010	3,3979	3,4771	3,6021
	$\log. \frac{1}{V^2}$	$\bar{5},1600$	$\bar{5},1600$	$\bar{5},1600$	$\bar{5},1600$	$\bar{5},1600$	$\bar{5},6000$
	$\log. \left[\text{sen. } 2 \varphi = \frac{A g X}{V^2} \right]$	$\bar{1},1758$	$\bar{1},3643$	$\bar{1},5018$	$\bar{1},6115$	$\bar{1},7036$	$\bar{1},8550$
	φ	$4^{\circ}19'$	$6^{\circ}41'$	$9^{\circ}15'$	$12^{\circ}4'$	$15^{\circ}11'$	$22^{\circ}52'$
	$\log. B$	0,0239	0,0360	0,0479	0,0599	0,0718	0,0954
	$\log. \text{tg. } \varphi$	$\bar{2},8778$	$\bar{1},0688$	$\bar{1},2118$	$\bar{1},3299$	$\bar{1},4336$	$\bar{1},6250$
	$\log. [\text{tg. } \omega = B \text{tg. } \varphi]$	$\bar{2},9017$	$\bar{1},1048$	$\bar{1},2597$	$\bar{1},3898$	$\bar{1},5054$	$\bar{1},7204$
	ω	$4^{\circ}34'$	$7^{\circ}15'$	$10^{\circ}18'$	$13^{\circ}48'$	$17^{\circ}45'$	$27^{\circ}43'$
	$\log. C_1$	$\bar{1},9640$	$\bar{1},9461$	$\bar{1},9280$	$\bar{1},9101$	$\bar{1},8921$	$\bar{1},8555$
	$\log. V$	$\bar{2},4200$	$\bar{2},4200$	$\bar{2},4200$	$\bar{2},4200$	$\bar{2},4200$	$\bar{2},4200$
	$\log. \text{cos. } \varphi$	$\bar{1},9988$	$\bar{1},9970$	$\bar{1},9943$	$\bar{1},9903$	$\bar{1},9846$	$\bar{1},9644$
	$\log. \text{sec. } \omega$	0,0014	0,0035	0,0071	0,0127	0,0212	0,0529
	$\log. \left[V_1 = \frac{C V \text{cos. } \varphi}{\text{cos. } \omega} \right]$	$\bar{2},3845$	$\bar{2},3665$	$\bar{2},3498$	$\bar{2},3331$	$\bar{2},3179$	$\bar{2},2928$
	V_1	242,4	232,5	223,8	215,3	208,0	196,2
	$\log. D_2$	$\bar{1},6607$	$\bar{1},6635$	$\bar{1},6665$	$\bar{1},6697$	$\bar{1},6719$	$\bar{1},6779$
	$\log. \sqrt{X}$	$\bar{1},5000$	$\bar{1},5880$	$\bar{1},6505$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},7385$	$\bar{1},8010$
	$\log. \sqrt{\text{tg. } \varphi}$	$\bar{1},4389$	$\bar{1},5344$	$\bar{1},6059$	$\bar{1},6649$	$\bar{1},7168$	$\bar{1},8125$
	$\log. [t_1 = D_2 \sqrt{X} \text{tg. } \varphi]$	0,5996	0,7859	0,9229	1,0336	1,1272	1,2914
	t_1	3,97	6,11	8,37	10,80	13,41	19,56

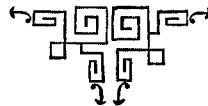
Para las zonas de probabilidad, se ha partido de datos experimentales, con los que se han determinado h_1 y h_2 . No se repite este cálculo porque es enteramente análogo al que hemos dado en la pág. 34 para el cañón de 15 centímetros Bc.

La tabla obtenida (1) es la que se encuentra á continuación.

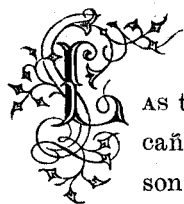
(1) Se publicó en la memoria *Estudio sobre nuestra artillería de Plaza*, pág. 32.

DATOS sobre el tiro indirecto del obús Bc., de 15 centímetros Cc., con proyectil de 35 kilogramos y cargas reducidas.

Dis- tancias.	Ángulos de ele- vación.	Ángulos de caída.		Tiem- po ó dura- ción de la tra- yec-to- ría.	Ve- loci- dad rema- nente tan- gen- cial.	Energía del proyectil.			Fac- tor de pene- tra ción.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido					
		En grados sexage- simales.	Por sus tan- genes trigo- nóme- tricas.			TOTAL	Por centí- metro de cir- cun- feren- cia del pro- yectil.	Por centímetro cúbico de la esfera de igual diá- metro que el proyectil.		La- teral.	Ver- tical.	Lon- gitudi- nal.			
— Metros.	—	—	—	Segds. m×1"	—	Tone- lámets.	Tone- lámets.	Kilo- grámts	—	—	—	—	—	—	—
<i>Carga 2,5 kg. de pólvora prismática de 7 canales. Velocidad inicial 263 m × 1"</i>															
1000	4° 19'	4° 34'	0,0798	3,97	242,4	104,8	2,26	62	3,17	1,35	1,94	24,3			
1500	6° 41'	7° 15'	0,1273	6,11	232,5	96,5	2,08	57	3,03	2,09	3,94	31,0			
2000	9° 15'	10° 18'	0,1818	8,37	223,8	89,3	1,93	52	2,90	2,89	7,08	39,0			
2500	12° 4'	13° 48'	0,2455	10,80	215,3	82,8	1,78	49	2,78	3,76	11,8	48,1			
3000	15° 11'	17° 45'	0,3202	13,41	208,0	77,1	1,66	45	2,66	4,71	18,6	58,0			
4000	22° 52'	27° 43'	0,5253	19,56	196,2	68,7	1,48	40	2,48	6,99	42,1	80,1			
<i>Carga 1,5 kg. de pólvora prismática de 7 canales. Velocidad inicial 194 m × 1"</i>															
1000	8°	8° 27'	0,1486	5,43	178,8	57,1	1,23	34	2,20	1,36	3,62	24,4			
1500	12° 35'	13° 37'	0,2424	8,43	172,0	52,8	1,14	31	2,10	2,13	8,67	35,8			
2000	17° 51'	19° 46'	0,3593	11,78	166,4	49,4	1,06	29	2,01	3,00	17,3	48,2			
2500	24° 22'	27° 29'	0,5201	15,73	162,0	46,8	1,01	27	1,94	4,04	32,0	61,6			



IV.



Las tablas de tiro de las piezas de avancarga y aun las de los cañones de retrocarga que se adoptaron primeramente, no son completas, como las que se han publicado los últimos años, sino que sólo presentan, en correspondencia con las distancias, los ángulos de elevación ó las alzas, y á veces las duraciones de trayecto.

Como es muy conveniente conocer los ángulos de caída y las velocidades remanentes para poder apreciar la eficacia del tiro y aun añadir las ordenadas máximas para formarse idea de la curvatura de la trayectoria, puede recurrirse al método de Chapel, que permite calcular todos estos elementos con sencillez y brevedad. (**B. A.**, cap. VIII, prob. II.)

Como ejemplo, sea la tabla de tiro del cañón de bronce rayado de 10 centímetros de retrocarga, que está en el caso indicado. La velocidad á 30 metros de la boca es de 368 metros por segundo, que reducida á la inicial, ó en la boca, es de 372 metros.

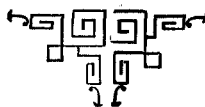
El cálculo puede disponerse de este modo:

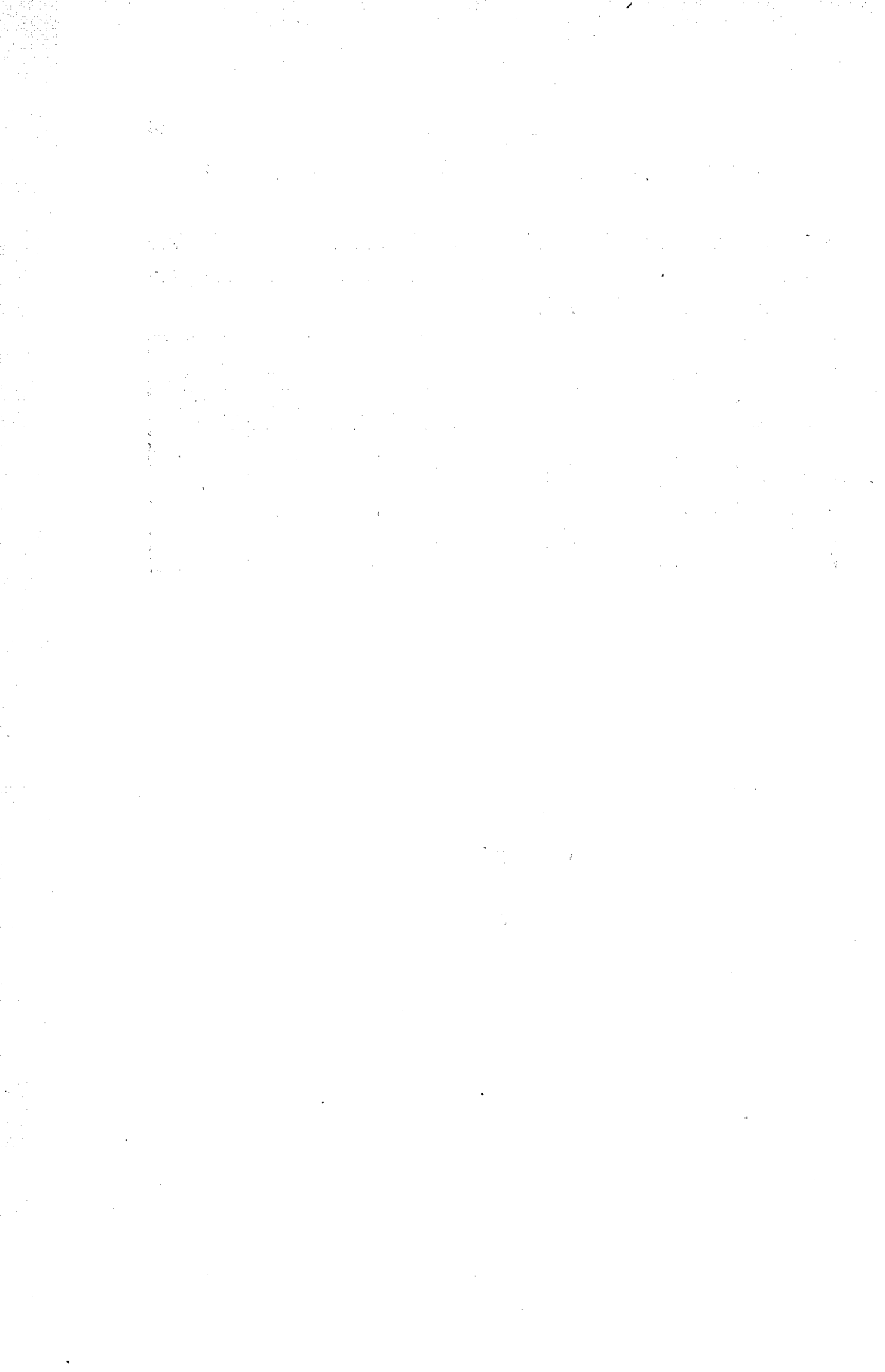
$V = 372$	φ	$2^\circ 20'$	$4^\circ 20'$	$6^\circ 10'$	$8^\circ 20'$
Tabla F (B. A., pág. 301.)	X	1000	1500	2000	2500
	$\log. V^2$	5,1410	5,1410	5,1410	5,1410
	$\log. \text{sen. } 2\varphi$	2,9104	1,1781	1,3296	1,4576
	$\log. \frac{1}{X}$	3,0000	4,8239	4,6990	4,6021
	$\log. \left(A = \frac{V^2 \text{ sen. } 2\varphi}{X} \right)$	1,0514	1,1430	1,1696	1,2007
	$\log. B$	0,0550	0,1238	0,1411	0,1598
	$\log. \text{tg. } \varphi$	2,6101	2,8795	1,0336	1,1658
	$\log. (\text{tg. } \omega = B \text{ tg. } \varphi)$	2,6651	1,0033	1,1747	1,3256
	ω	$2^\circ 39'$	$5^\circ 45'$	$8^\circ 30'$	$11^\circ 57'$
	$\log. C_1$	1,9170	1,8096	1,7816	1,7502
	$\log. \dot{V}$	2,5705	2,5705	2,5705	2,5705
	$\log. \cos. \varphi$	1,9996	1,9988	1,9975	1,9954
	$\log. \text{sec. } \omega$	0,0005	0,0022	0,0048	0,0095
	$\log. \left(V_1 = \frac{C_1 V \cos. \varphi}{\cos. \omega} \right)$	2,4876	2,3811	2,3544	2,3256
	V_1	307,3	240,5	266,1	211,6
	$\log. D_1$	1,2935	1,2635	1,2541	1,2430
	$\log. \dot{V}$	2,5705	2,5705	2,5705	2,5705
	$\log. \text{sen. } \varphi$	2,6097	2,8783	1,0311	1,1612
	$\log. (t_1 = D_1 \dot{V} \text{ sen. } \varphi)$	0,4737	0,7123	0,8557	0,9747
	t_1	2,97	5,16	7,17	9,43
	$\log. E_2$	1,4260	1,4630	1,4730	1,4830
	$\log. X$	3,0000	3,1761	3,3010	3,3979
	$\log. \text{tg. } \varphi$	2,6101	2,8795	1,0336	1,1658
	$\log. (Y = E_2 X \text{ tg. } \varphi)$	1,0361	1,5186	1,8076	2,0467
	Y	10,86	33,0	64,2	111,3
	$\log. \frac{p}{2g}$	1,6307	1,6307	1,6307	1,6307
	$\log. V_1^2$	4,9752	4,7622	4,7088	4,6512
	$\log. \frac{p}{2g} V_1^2$	4,6059	4,3929	4,3395	4,2819
	$\frac{p}{2g} V_1^2$	40,35	24,71	21,84	19,14

El resultado se puede presentar reunido, en la siguiente tabla:

FRAGMENTO de la tabla de tiro del cañón B. R. de 10 centímetros Cc., completada con los datos que faltan en la reglamentaria (Circular de 15 de abril 1875).

Distancias. — <i>Metros.</i>	Ángulos de proyección.	Ángulos de caída.	Ordenada máxima. — <i>Metros.</i>	Duración de la trayectoria. — <i>Segundos.</i>	Velocidad remanente tangencial. — <i>M. × 1°</i>	Energía total del proyectil — <i>Tonelámetros.</i>
1000	2° 20'	2° 39'	10,86	2,97	307,3	40,35
1500	4° 20'	5° 45'	33,00	5,16	240,5	24,71
2000	6° 10'	8° 30'	64,2	7,17	226,1	21,84
2500	8° 20'	11° 57'	111,3	9,43	211,6	19,14





V.



PARA la defensa de la isla de Cuba se adquirieron hace ya bastantes años, en los Estados Unidos, cierto número de cañones Parrot, de 10 pulgadas ó 300 libras, que se encuentran montados en los fuertes de la plaza de la Habana, en disposición de romper el fuego.

Deseoso de completar datos sobre el material, antiguo y moderno, que sirve para el armamento de nuestras costas, traté años atrás de proporcionarme los referentes á estas piezas, y en efecto, me remitieron de la Habana datos numéricos y dibujos referentes á los cañones y sus montajes, pero no pude obtener nada acerca de las condiciones balísticas, ni siquiera la velocidad inicial, que permitiese calcular aproximadamente los elementos del tiro.

Traté entonces de calcular por mí mismo la velocidad inicial que necesitaba, y una vez obtenida emplearla en la determinación de una tabla de tiro aproximada. Lo que sigue es la exposición del método empleado.

*
* *

Ante todo, los datos de la pieza:

El cañón, del sistema Parrot, es de avancarga; consta de un cuerpo de fundición, sobre el cual va colocado en la parte que corresponde á la recámara un manguito de hierro forjado con compresión inicial. Las rayas son 15, de trazado parabólico, con paso final de 9,72 metros (38,3 calibres) y profundidad de 2,54 milímetros; el proyectil es conducido por medio de un anillo expansivo que lleva en el culote. Las dimensiones son:

Calibre.	25,4	cm.
Longitud del ánima.	3,6	m.
Longitud total del cañón (17 1/2 calibres)..	4,46	m.
Diámetro exterior en la boca.	50,8	cm.
Diámetro exterior máximo del cuerpo de fundición.	76,2	cm.
Diámetro exterior del manguito.	101,6	cm.
Distancia del eje de muñones al plano de la boca.. . . .	2,668	m.
Longitud del manguito.	91,4	cm.
Peso del cañón.	12.800	kg.

El fondo del ánima termina en una recámara hemisférica, que se cuenta en la medida de la longitud del ánima.

Los proyectiles son de dos clases: uno sólido de cabeza plana endu-
recida, cuyo peso es 105 kilogramos, y otro hueco, de cabeza ojival, de
trazado equilátero, que pesa cargado 135 kilogramos y lleva una carga
explosiva de 4,5 kilogramos de pólvora. La carga de proyección es de
11,5 kilogramos de pólvora Mammoth, de grano grueso irregular y fa-
bricación norteamericana.

Para determinar las velocidades iniciales que corresponden á estos
proyectiles, nos valdremos de la fórmula (B. A., cap. XII, fórmula [6])

$$V = \frac{H \mu^{0,6} U^{0,22}}{p^{0,43} a}$$

pero para conocer el valor de H es preciso deducirlo de datos de experien-
cia con una pieza análoga. Tomaremos para ello el cañón Parrot, de 100 li-
bras, respecto al cual encontramos estos datos en la *Memoria* de Olañeta (1).

	Cargas en libras inglesas.	Peso del proyec- til en libras inglesas.	Velocidad inicial en pies ingleses.
Velocidades iniciales en el cañón Parrot de	10	101	1250
100, medidas por el capitán S. V. Benet	10	80	1380
del Ordnance Department.	11	80	1405

Hecha la reducción á medidas métricas, determinado el volúmen del

(1) *Guerra de los Estados Unidos*.—ESTUDIOS SOBRE FORTIFICACIÓN, ARTILLERÍA Y MARINA MILITAR, presentados por el comandante de infantería, capitán del cuerpo de Ingenieros D. JOSÉ DE OLAÑETA. —Madrid, 1868. —(*Memorial de Ingenieros* del mismo año, tomo XXIII.)

ánima, y ordenado el cálculo, se han hallado los valores de H que corresponden á los tres datos de experiencia anteriores. Hé aquí el cálculo:

a	1,62	1,62	1,62
μ	4,54	4,54	5,00
p	45,8	36,3	36,3
U	67,5	67,5	67,5
V	381	420	428
$\log. V$	2,5809	2,6232	2,6314
$\log. a$	0,2095	0,2095	0,2095
$0,43 \log. p$	0,7142	0,6708	0,6708
$- 0,6 \log. \mu$	1,6057	1,6057	1,5806
$- 0,22 \log. U$	1,5976	1,5976	1,5976
$\log. H$	2,7079	2,7068	2,6899
H	510,4	509,1	489,7

El término medio de los valores de H es 503,1 y su logaritmo 2,7017, con el cual calcularemos las velocidades iniciales que buscamos.

a	2,54	2,54
p	105	135
U	180,3	180,3
μ	11,5	11,5
$\log. H$	2,7017	2,7017
$0,6 \log. \mu$	0,6364	0,6364
$0,22 \log. U$	0,4963	0,4963
$- 0,43 \log. p$	1,1309	1,0840
$- \log. a$	1,5952	1,5952
$\log. V$	2,5605	2,5136
V	363	326

Admitiremos, por lo tanto, que las velocidades que se obtienen en el cañón Parrot, de 10 pulgadas, con la carga ordinaria de 11,5 kilogramos, son:

En el proyectil sólido de 105 kg. 363 m.

En la granada de 135 kg. 326 m.

Con estos datos, que no hay que olvidar que son sólo conjeturales, calcularemos las respectivas tablas de tiro. Nos serviremos para ello del método de Chapel, problema 4.º (**B. A.**, cap. VIII), que se reduce al 1.º, mediante el uso preliminar de las tablas **D** para determinar la pseudo-velocidad u . (**B. A.**, cap. V.)

En la granada, como la ojiva es equilátera, adoptaremos la ley de Hélie (columna V de las tablas **D**) con un semiángulo ojival γ de 60º,

puesto que $a = \frac{J}{2R} = 1$, por consiguiente $\text{sen. } \gamma = 0,866$.

Calculemos primero los coeficientes balísticos:

		Bala.	Granada.
$p = 105 \dots 135 \dots$	$\log. p \dots \dots$	2,0212	2,1303
$R = 0,125$	$\log. R^2 \dots \dots$	2,1938	2,1938
	$\log. \frac{p}{R^2} =$	3,8274	3,9365
	$\log. \frac{p}{1000 R^2} =$	0,8274	0,9365
	$\log. \text{sen. } \gamma =$		1,9375
	$\log. \left[\frac{C}{\text{sen. } \gamma} = \frac{p}{1000 R^2 \text{sen. } \gamma} \right] =$		0,9990
	$\log. \frac{\text{sen. } \gamma}{C} =$	1,1726	1,0010

Con estos datos se puede ya desarrollar el cálculo, que se ordena de un modo análogo á como hemos visto en el problema IV. No reproducimos el cuadro de cálculos por parecernos innecesario; únicamente indicaremos que el problema resuelto es el IV del método de Chapel (**B. A.**, cap. VIII, pág. 62). Se empieza, por lo tanto, por calcular la seudovelocidad u por la fórmula

$$D(u) = \frac{X}{C} + D(V)$$

obtenida u ,

$$C_1 = \frac{u}{V},$$

en correspondencia con los valores de $\log. C_1$, se buscan en la tabla **F** (**B. A.**, pág. 301) los de

$$\log. A, \log. B, \log. D_1, \log. E_2, \log. F$$

y por las fórmulas

$$\text{sen. } 2 \varphi = \frac{A X}{V^2}$$

$$\text{tg. } \omega = B \text{ tg. } \varphi$$

$$V_1 = \frac{u \text{ cos. } \varphi}{\text{cos. } \omega}$$

$$t_1 = D_1 V \text{ sen. } \varphi$$

$$Y = E_2 X \text{ tg. } \varphi$$

$$Z = F k \text{ sen.}^2 \varphi$$

se determinan los valores del ángulo de proyección φ , el de caída ω , la velocidad remanente V_1 , el tiempo t_1 , la ordenada máxima Y y la derivación Z .

También se ha calculado la enegía ó fuerza viva, total, por centímetro de circunferencia y por centímetro cuadrado de sección recta

$$\frac{p}{2g} V_1^2 \quad \gg \quad \frac{\frac{p}{2g} V_1^2}{2\pi R} \quad \gg \quad \frac{\frac{p}{2g} V_1^2}{\pi R^2}$$

La bala sólida de cabeza plana endurecida parece el proyectil destinado á batir corazas, y por lo tanto hemos calculado su penetración en planchas de hierro, usando para ello la fórmula de Gávre, que parece la más aproximada para esta clase de proyectiles (**B. A.**, tabla **L**, pág. 369), y hemos tenido en cuenta para las distancias que pasan de 1500 metros la oblicuidad con que á causa del ángulo de caída herirá el proyectil á la plancha vertical. (**B. A.**, tabla **P**, pág. 373.)

Como puede observarse, el efecto de este cañón para batir corazas será poco superior al que proporciona el cañón Barrios de 28 centímetros, y está por lo tanto justificado que se hayan adquirido para la defensa del puerto de la Habana cañones más potentes, como los Krupp de 28 centímetros L/22, que se compraron en 1877, y que se piense en colocar algunos cañones modernos de 30 $\frac{1}{2}$ centímetros de los modelos Krupp L/35 y Ordóñez 1892 (1).

El proyectil hueco cilindro-ojival del cañón Parrot no está destinado á batir corazas, y por lo tanto no hemos calculado su poder perforante, por más que la energía es mayor á todas las distancias que la del proyectil sólido.

En el cuadro siguiente están reunidos todos los datos calculados, formando una tabla de tiro conjetural.

(1) Los renglones anteriores están escritos en septiembre de 1893. Como es público, se ha realizado ya lo que se indicaba como pensamiento.

DATOS conjeturales sobre el tiro del cañón Parrot, de 25 centímetros, que forma parte del artillado de las costas de la Isla de Cuba.

PROBLEMAS

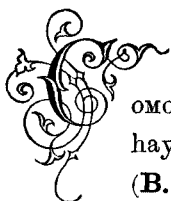
Distancias.....	Bala de cabeza plana y 105 kilogramos de peso.										Granada ojival de 135 kilogramos de peso.									
	Ángulos de proyección.	Ángulos de caída.	Duración de la trayectoria.	Ordenada máxima de la trayectoria.	Derivación.	Velocidad remanente.	ENERGÍA DEL PROYECTIL.			Penetración en una plancha de hierro vertical.	Ángulos de proyección.	Ángulos de caída.	Duración de la trayectoria.	Ordenada máxima de la trayectoria.	Derivación.	Velocidad remanente.	ENERGÍA DEL PROYECTIL.			
							TOTAL	Porcentimetro de circunferencia	Porcentimetro cuadrado de sección.								TOTAL	Porcentimetro de circunferencia	Porcentimetro cuadrado de sección.	
							(Tm.)	(Tm.)	(Tm.)								(Tm.)	(Tm.)	(Tm.)	
(Metros)	(Segds.)	(Metros)	(Metros)	(Metros)	(m×1 ^o)	(Tm.)	(Tm.)	(Tm.)	(Cm.)	(Metros)	(Segds.)	(Metros)	(Metros)	(Metros)	(m×1 ^o)	(Tm.)	(Tm.)	(Tm.)		
0	—	—	—	—	—	363,0	705,5	8,982	1,437	16,9	—	—	—	—	—	326,0	731,4	9,292	1,490	
500	1°11'	1°18'	1,49	2,7	0,19	314,5	529,5	6,742	1,079	13,6	1°22'	1°25'	1,57	3,0	0,21	308,3	654,3	8,331	1,333	
1000	2°33'	3° 6'	3,18	12,4	0,87	278,4	415,1	5,284	0,846	11,3	2°51'	3° 3'	3,24	12,9	0,89	294,0	594,9	7,573	1,212	
1500	4°17'	5°28'	5,07	31,8	2,29	250,3	335,5	4,272	0,683	9,6	4°25'	4°52'	4,98	30,5	2,12	282,1	547,8	6,974	1,116	
2000	6°18'	8°32'	7,23	64,8	4,77	227,4	277,0	3,527	0,564	8,3	6° 5'	6°52'	6,80	56,7	3,96	271,6	508,0	6,467	1,034	
3000	11°33'	17°10'	12,33	191	14,8	193,5	200,4	2,553	0,408	6,2	9°34'	11° 7'	10,55	137	9,6	253,9	443,8	5,650	0,904	
4000	19°33'	30°37'	19,19	469	38,7	174,2	162,6	2,069	0,331	4,5	14° 4'	17°11'	15,07	280	19,9	240,1	396,8	5,052	0,808	

La forma en que hemos presentado el cuadro anterior permite comparar el efecto de los dos proyectiles, uno ligero y otro pesado, de pequeño y grande coeficiente balístico. La diferencia de efectos es notable y está acentuada por la forma desfavorable que tiene la cabeza del proyectil sólido, y se verifica á pesar de que la velocidad inicial del proyectil hueco es bastante inferior.

Repetimos que los datos calculados no son más que conjeturales, pero hay que observar que las velocidades iniciales que se han obtenido por el cálculo son análogas á las que tienen los demás cañones del mismo sistema, y por lo tanto pueden considerarse como admisibles. Obsérvese, además, que aunque la velocidad inicial del proyectil perforante subiese hasta 400 metros, lo que no es de suponer dada la fecha á que pertenece el cañón y la clase de pólvora que en él se emplea, no por ello aumentaría de un modo notable el poder perforante, pues sería capaz de perforar, en la boca, una plancha de 19 centímetros, es decir, sólo 2 centímetros de ventaja sobre lo que hemos calculado.



VI.



Como ejemplo de cálculo de una tabla de tiro curvo, para que haya de todo en este libro, aplicaremos el método de Otto (B. A., cap. IX) á una pieza ya anticuada, el mortero liso cónico de bronce de 27 centímetros.

Sólo existe para esta pieza una tabla que corresponde al ángulo fijo de proyección de 45° , y que dá las cargas de proyección en correspondencia con los alcances y las duraciones de la trayectoria en menos de medio segundo. Nada de velocidad inicial, ni remanente, ni de ángulo de caída, ni mucho menos de ordenada de la trayectoria, ni datos de probabilidad; nada tampoco relativo á otros ángulos que no sean el de 45° .

Como la pieza ha de seguir formando parte por bastante tiempo de las dotaciones de las plazas, parece que no está desprovisto de interés mostrar con cuánta facilidad se pueden completar sus tablas de tiro.

Empecemos por fijar algunos datos. La bomba que arroja el mortero, es de hierro fundido y pesa vacía 46 kilogramos. La carga interior de pólvora que se le pone, puede llegar á 2,76 kilogramos, pero supondremos que no es más que de 2 kilogramos. El diámetro es 0,2712 metros; tendremos, pues,

$$\begin{aligned} p &= 48 \\ 2R &= 0,2712 \quad \text{»} \quad R = 0,1356. \end{aligned}$$

El afuste de plaza permite un ángulo de proyección mínimo de 41° ó 42° , pero hay otro de sitio con el que se puede tirar desde 10° de elevación. Calcularemos cuatro tablas para ángulos de proyección de 10° , 30° , 45° y 60° .

Tratemos de averiguar lo primero la relación que existe entre las cargas y las velocidades iniciales. Para ello tomaremos como datos expe-

rimentales los que en la tabla de tiro corresponden á las distancias de 600, 1200 y 2800 metros, que son

Distancias..	600	1200	2800 metros.
Cargas..	0,682	1,164	3,670 kilogramos de pólvora.
Duración de la trayec- toria..	11,5	16,3	26 segundos.

El cálculo se reducirá á hallar el valor de $\frac{t_1 \sqrt{g}}{\sqrt{X}}$ para cada distancia y por medio de las tablas **G** (Otto, Siacci, Lardillon), ver el de $\frac{V^2}{2gX}$ que les corresponde, del que se deducirá el de V .

Hé aquí el cálculo:

$\varphi = 45^\circ$	X	600	1200	2800
	μ	0,682	1,164	3,67
	t_1	11,5	16,3	26
	$\log. t_1$	1,0607	1,2122	1,4150
	$\log. \sqrt{g}$	0,4957	0,4957	0,4957
	$\log. \frac{1}{\sqrt{X}}$	$\bar{2},6109$	$\bar{2},4604$	$\bar{2},2764$
	$\log. \frac{t_1 \sqrt{g}}{\sqrt{X}}$	0,1673	1,1683	0,1871
	$\frac{t_1 \sqrt{g}}{\sqrt{X}}$	1,470	1,473	1,538
(B. A., pág. 343.)	$\frac{V^2}{2gX}$	0,596	0,602	0,756
	$\log. \frac{V^2}{2gX}$	$\bar{1},7752$	$\bar{1},7796$	$\bar{1},8785$
	$\log. 2g$	1,2925	1,2925	1,2925
	$\log. X$	2,7782	3,0792	3,4472
sumando:	$\log. V^2$	3,8459	4,1513	4,6182
	$\log. V$	1,9229	2,0756	2,3091
	V	83,7	119	203,7

Comparando estas velocidades con las cargas correspondientes, es fácil deducir que se relacionan, sin error de importancia, por medio de la fórmula

$$V^2 = 11300 \mu.$$

Ahora hace falta deducir de los mismos datos de experiencia el valor de g , coeficiente de la resistencia del aire, ó sea

$$q = \frac{n R^2}{p} K(v)$$

suponiendo $\varepsilon = 1$ (B. A., pág. 16). Del valor de q se podrá deducir el de $n K(v)$.

Las mismas tablas G nos darán este cálculo:

	x	600	1200	2800
	$\frac{V^2}{2gX}$	0,596	0,602	0,756
(B. A., pág. 342.)	$2gX$	0,425	0,45	0,95
	log. $2gX$	1,6284	1,6532	1,9777
	log. $2X$	3,0792	3,3802	3,7432
	log. q	4,5492	4,2730	4,2295
	log. p	1,6812	1,6812	1,6812
	log. $\frac{1}{R^2}$	1,7354	1,7354	1,7354
$n K(v) = \frac{p q}{R^2}$	log. $[n K(v)]$	1,9658	1,6896	1,6461
	$n K(v)$	0,9241	0,4894	0,4427

Los tres valores de $n K(v)$ debían ser igualés. El segundo y tercero difieren poco, pero el primero debe considerarse como anormal, y lo desecharemos. Adoptaremos el término medio de los otros dos, que es 0,466.

El valor de q y de sus derivados, que se necesitan en los cálculos, son:

$$q = 0,0001785$$

$$2g = 0,000357$$

$$\sqrt{gq} = 0,04184$$

$$\frac{1}{\sqrt{gq}} = 23,9$$

$$\frac{q}{g} = 0,00001821.$$

Para los datos de probabilidad hay que recurrir á la tabla francesa para el tiro del mortero de 27 centímetros, que es idéntico al nuestro. De ella sacamos:

Distancias.	600	1200	2400	metros.	
Zonas del 50 por 100 ó doble desviación pro- bable en sentido.	longitudinal.	56	112	222	metros.
	lateral.	16	34	56	metros.

Para la determinación de los valores medios de h_1 y h_2 hay que tener presente que siendo $\varphi = 45^\circ$, las fórmulas $[I]$, $[J]$ del cap. XIII (B. A.), se transforman en estas:

$$Z_i = h_1 V^2 \text{ sen. } \varphi$$

$$Z_a = h_2 V \text{ sen. } 2\varphi = h_2 V.$$

Como en estas fórmulas entra V , hay que empezar por determinar su valor correspondiente á las distancias experimentales.

Así tendremos:

$\varphi = 45^\circ$	x	600	1200	2400
	Z_a	56	112	222
	Z_i	16	34	56
$2q = 0,000357$	$\frac{2q X}{V^2}$	0,2142	0,4284	0,8568
(B. A., pág. 343.)	$\frac{2g X}{V}$	0,544	0,597	0,723
$2g = 19,612$	$\frac{2g X}{V}$	11767,2	23534,4	47068,8
		80	118,5	184
	$\log. Z_i$	1,2041	1,5315	1,7482
	$\log. \frac{1}{V^2}$	$\bar{4},1938$	$\bar{5},8526$	$\bar{5},4704$
	$\log. \frac{1}{\text{sen. } \varphi}$	0,1505	0,1505	0,1505
Valor medio $\gg h_1 = 0,0031$	$\log. h_1$	$\bar{3},5484$	$\bar{3},5346$	$\bar{3},3691$
$\gg h_1$		0,00353	0,00342	0,00234
	$\log. Z_a$	1,7482	2,0492	2,3464
	$\log. \frac{1}{V}$	$\bar{2},0969$	$\bar{3},9263$	$\bar{3},7352$
	$\log. \frac{1}{\text{sen. } 2\varphi}$	0,0000	0,0000	0,0000
Valor medio $\gg h_2 = 0,95$	$\log. h_2$	$\bar{1},8451$	$\bar{1},9755$	0,0816
h_2		0,7	0,945	1,207

Conocidos los valores de q , h_1 y h_2 , es ya fácil el cálculo de la tabla de tiro. Sólo presentamos á continuación la parte relativa al ángulo de 30° , pues lo mismo exactamente es el cálculo para los de 10 , 45 y 60° , salvo que para el de 45° se simplifica la determinación de Z_a .

La parte relativa al cálculo de $2q X$, V , t_1 , Y , V_1 y μ , está hecha por medio de la regla logarítmica, pues la aproximación es suficiente. El de la energía, y los de Z_i y Z_a están hechos por logaritmos.

		$\varphi = 30^\circ$				
x		500	1000	1500	2000	2500
(B. A., pág. 336.)	$\frac{2gX}{V^2}$	0,178	0,357	0,535	0,714	0,892
	$\frac{2gX}{2gX}$	0,613	0,637	0,704	0,756	0,818
	$\frac{2gX}{V}$	9806	19612	29418	39224	49030
(B. A., pág. 336.)	ω	77,6	113,4	143,7	172	200
(B. A., pág. 336.)	$t_1 \sqrt{gq}$	31° 31'	33° 6'	34° 42'	36° 20'	38°
(B. A., pág. 336.)	t_1	0,325	0,468	0,577	0,676	0,764
	t_1	7,8	11,2	13,8	16,2	18,3
(B. A., pág. 336.)	$\frac{Y}{X}$	0,1486	0,1531	0,1584	0,1633	0,1678
	$\frac{Y}{Y}$	74	153	337	327	419
(B. A., pág. 337.)	$\frac{V_1}{V}$	0,923	0,855	0,792	0,734	0,680
	V_1	71,8	96,8	113,7	123	136
	$\log. V_1^2$	3,7122	3,9718	4,1116	4,1798	4,2670
	$\log. \frac{p}{2g}$	0,3887	0,3887	0,3887	0,3887	0,3887
	$\log. \frac{p}{2g} V_1^2$	4,1009	4,3605	4,5003	4,5685	4,6557
	$\frac{p}{2g} V_1^2$	12,62	22,93	31,64	37,02	45,26
	μ	0,533	1,138	1,824	2,620	3,54
	$\log. h_1$	$\bar{3},4914$	$\bar{3},4914$	$\bar{3},4914$	$\bar{3},4914$	$\bar{3},4914$
	$\log. V^2$	3,7798	4,1092	4,3150	4,4710	4,6021
	$\log. \text{sen. } \varphi$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$
	$\log. Z_1$	0,9702	1,2996	1,5054	1,6614	1,7925
	Z_1	9,3	19,9	32,0	45,9	62,0
	$\log. \frac{h_2}{h_1}$	2,4863	2,4863	2,4863	2,4863	2,4863
	$\log. \frac{1}{V}$	$\bar{2},1101$	$\bar{3},9454$	$\bar{3},8425$	$\bar{3},7645$	$\bar{3},6990$
	$\log. \text{tg. } 2\varphi$	0,2386	0,2386	0,2386	0,2386	0,2386
	$\log. \text{tg. } \psi$	0,8350	0,6703	0,5674	0,4894	0,4239
	$\log. \text{sec. } \psi$	0,8396	0,6800	0,5828	0,5110	0,4527
	$\log. h_1$	$\bar{3},4914$	$\bar{3},4914$	$\bar{3},4914$	$\bar{3},4914$	$\bar{3},4914$
	$\log. V^2$	3,7798	4,1092	4,3150	4,4710	4,6021
	$\log. \text{cos. } 2\varphi$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$
	$\log. Z'_a$	1,8098	1,9796	2,0882	2,1724	2,2452
	Z'_a	64,5	95,3	122,6	148,7	175,8

El resultado de los cálculos vá en la siguiente tabla de tiro. Como la carga máxima es de 3,45 kilogramos, se han suprimido los datos para las distancias á que correspondía carga mayor.

TABLA de tiro del mortero liso cónico de 27 centímetros de bronce.

Distancia.....	Velocidad inicial.	Cargas de proyección. — Polvora 24mm. — Kilógs.	Ángulos de caída.	Ordenadas máximas de la trayectoria. — Metros.	Duración de la trayectoria. — Segs.	Velocidad remanente tangencial. — m×1"	Energía total del proyectil. — Tm.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido		Velocidad inicial.	Cargas de proyección. — Polvora 24mm. — Kilógs.	Ángulos de caída.	Ordenadas máximas de la trayectoria. — Metros.	Duración de la trayectoria. — Segs.	Velocidad remanente tangencial. — m×1"	Energía total del proyectil. — Tm.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido	
								La-	Longi-								La-	Longi-
								teral.	tudinal								teral.	tudinal
Metros.	m×1"	Kilógs.	Metros.	Segs.	m×1"	Tm.	Metros.	Metros.	m×1"	Kilógs.	Metros.	Segs.	m×1"	Tm.	Metros.	Metros.	Metros.	Metros.
<i>Ángulo de proyección constante de 10°.</i>									<i>Ángulo de proyección constante de 45°.</i>									
500	123,5	1,346	10° 33'	22,5	4,3	113	31,25	8,2	59,9	72,5	0,465	46° 51'	129	10,2	67,8	17,82	11,5	68,9
1000	180,5	2,880	11° 9'	46	6,1	151	55,81	17,5	132,8	105,4	0,985	48° 44'	266	14,7	91,9	20,66	24,3	100,1
1500	—	—	—	—	—	—	—	—	—	135,4	1,620	50° 37'	413	18,3	110,4	29,84	40,2	128,6
2000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	163	2,350	52° 29'	570	21,5	123,9	37,57	58,2	154,9
2500	—	—	—	—	—	—	—	—	—	190	3,200	54° 20'	732	24,4	135,2	44,75	79,1	180,5
<i>Ángulo de proyección constante de 30°.</i>									<i>Ángulo de proyección constante de 60°.</i>									
500	77,6	0,533	31° 31'	74	7,8	71,8	12,62	9,3	64,5	78,9	0,550	61° 49'	225	13,5	75,2	13,84	16,7	65,6
1000	113,4	1,138	33° 6'	153	11,2	96,8	22,93	19,9	95,3	116,6	1,200	63° 36'	467	19,5	101,5	25,22	36,5	98,2
1500	143,7	1,824	34° 42'	237	13,8	113,7	31,64	32,0	122,6	150	1,990	65° 21'	728	24,3	122,1	36,49	60,4	128,2
2000	172	2,620	36° 20'	327	16,2	123	37,02	45,9	148,7	182,4	2,940	67° 5'	1011	28,7	136	45,26	89,3	158,7

En vez de buscar la velocidad inicial ó la carga que da un alcance determinado, puede invertirse el problema y averiguar el alcance que corresponde á una carga ó velocidad inicial dada. Como ejemplo, buscaremos los alcances máximo y mínimo que para cada ángulo de proyección corresponden á la carga máxima y mínima. Estas son:

Carga máxima: $\mu = 3,450$, que da una velocidad inicial $V = 197,5$

Carga mínima: $\mu = 0,402$, » » » $V = 67,5$

φ	10°		30°		45°		60°	
	V	197,5	67,5	197,5	67,5	197,5	67,5	197,5
$\frac{q}{V^2}$	0,71	0,083	0,71	0,083	0,71	0,083	0,71	0,083
$\frac{g}{2q} X$	0,4189	0,0543	0,8725	0,1375	0,9417	0,1554	0,7962	0,135
X	1172	152	2445	385	2638	636	2232	378
ω	11° 22'	10° 11'	37° 50'	31° 9'	54° 52'	46° 37'	67° 52'	61° 23'
$\frac{V_1}{V}$	0,8125	0,973	0,6855	0,939	0,698	0,942	0,731	0,950
V_1	160,5	65,7	135,6	63,4	137,8	63,6	144,2	64,2

(B. A., págs. 320, 321, 336, 337, 342, 343, 348 y 349.)

En la misma forma se haría el cálculo para los morteros rayados, y así se realizó el de las tablas relativas al obús de avancarga de 21 centímetros H. R. S., de los morteros de bronce comprimido de 9, 15, 21 y 24 centímetros y de los obuses H. S. de 21, 24 y 30,5 centímetros, modelos de 1891 y 1892, y de Bc. de 21, modelo 1885, para velocidades iniciales menores que 240 metros, que hemos incluido en obras anteriores (1).

(1) *Apuntes sobre defensa de las costas* (en colaboración con el coronel Roldán), 1888.
Suplemento á la misma, 1891.
Estudio sobre nuestra artillería de plaza, 1892.



VII.



UANDO se trata del tiro de los obuses por grandes ángulos de proyección, con las cargas máximas, que suelen dar velocidades iniciales que llegan ó pasan de 300 metros, no es posible aplicar el método de Otto, que supone que la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la velocidad, lo que no se puede admitir más que para las que son inferiores á 240 metros.

En este caso, puede calcularse por el método de Siacci (**B. A.**, pág. 80) un primer arco á cuyo final la velocidad sea ya menor que 240 metros. A partir de este punto, el método de Otto permitirá calcular el arco superior hasta que la trayectoria pase á igual altura que el punto antes determinado, y desde aquí, por el mismo procedimiento, determinar la rama descendente.

Para hacer aplicación de este método (**B. A.**, pág. 81), tomaremos como ejemplo el obús Ordóñez de costa de $30\frac{1}{2}$ centímetros, modelo de 1892, tirando por 60° de elevación con la carga máxima.

Los datos son los siguientes:

$$\begin{aligned}p &= 275 \\2R &= 0,305 \\V &= 370.\end{aligned}$$

Determinado el coeficiente balístico será

$$\log. C = 1,0727$$

y para el método de Otto (**B. A.**, pág. 77)

$$\begin{aligned}q &= 0,03546 \quad \gg \quad 2q = 0,07092 \\ \frac{q}{g} &= 0,03616 \\ \sqrt{gq} &= 0,01864.\end{aligned}$$

Empezaremos el cálculo por el arco que en sus extremos tiene las inclinaciones $\theta_{m-1} = 60^\circ \quad \gg \quad \theta_m = 50^\circ$.

Hé aquí el desarrollo:

Cálculo del arco ascendente.			
$v_{m-1} = 370.$	θ_m	50°	
	θ_{m-1}	60°	$\log. A_0$
	$\log. C$	1,0727	$\log. C_{m-1}^2$
$\log. \left(\frac{1}{\delta_{m-1}} = \cos. \theta_{m-1} \right)$		1,6990	$\log. \frac{1}{2}$
	$\log. \frac{1}{\delta_{m-1}}$	0,0000	$\log. \sec.^2 \theta_{m-1}$
	$\log. C_{m-1}$	0,7717	sumando: $\log. B_0$
	$\text{tg. } \theta_{m-1}$	1,7321	B_0
	$\text{tg. } \theta_m$	1,1918	$\log. \Delta x_m$
$\text{tg. } \theta_{m-1} - \text{tg. } \theta_m$		0,5403	$\log. \text{tg. } \theta_{m-1}$
$\log. [\text{tg. } \theta_{m-1} - \text{tg. } \theta_m]$		1,7326	$\log. \Delta x_m \text{ tg. } \theta_{m-1}$
	$\log. 2$	0,3010	$\Delta x_m \text{ tg. } \theta_{m-1} - B_0 = \Delta y_m$
	$\log. \cos.^2 \theta_{m-1}$	1,3980	Δx_m
	$\log. \frac{1}{C_{m-1}}$	1,2283	u_m
$\log. \frac{2 \cos.^2 \theta_{m-1}}{C_{m-1}} (\text{tg. } \theta_{m-1} - \text{tg. } \theta_m)$		2,6599	$\log. u_m$
$\frac{2 \cos.^2 \theta_{m-1}}{C_{m-1}} (\text{tg. } \theta_{m-1} - \text{tg. } \theta_m)$		0,0457	$\log. \cos. \theta_{m-1}$
(B. A., pág. 167.) $J(v_{m-1})$	$J(v_{m-1})$	0,0605	$\log. \sec. \theta_{m-1}$
	sumando: $J(u_m)$	0,1062	$\log. \left[v_m = \frac{u_m \cos. \theta_{m-1}}{\cos. \theta_m} \right]$
(B. A., pág. 168.) $D(u_m)$	$D(u_m)$	1075,71	v_m
(B. A., pág. 167.) $D(v_{m-1})$	$D(v_{m-1})$	821,84	(B. A., pág. 168.) $T(u_m)$
$D(u_m) - D(v_{m-1})$		253,87	(B. A., pág. 167.) $T(v_{m-1})$
$\log. [D(u_m) - D(v_{m-1})]$		2,4046	$T' = T(u_m) - T(v_{m-1})$
	$\log. C_{m-1}$	0,7717	$\log. T'$
sumando: $\log. \Delta x_m$		3,1763	$\log. C_{m-1}$
$\log. [D(u_m) - D(v_{m-1})]$		2,4046	$\log. \sec. \theta_{m-1}$
	$\log. J(v_{m-1})$	2,7818	$\log. \left[\Delta t_m = \frac{T' C_{m-1}}{\cos. \theta_{m-1}} \right]$
$\log. J(v_{m-1}) [D(u_m) - D(v_{m-1})]$		1,1864	Δt_m
(B. A., pág. 168.) $A(u_m)$	$A(u_m)$	42,599	$\log. \delta_{m-1}$
(B. A., pág. 167.) $A(v_{m-1})$	$A(v_{m-1})$	21,820	$\log. \Delta y_m$
$A(u_m) - A(v_{m-1})$		20,779	$\log. 0,00008$
$J(v_{m-1}) [D(u_m) - D(v_{m-1})]$		15,36	$\log. \Delta \delta_m = 0,08 \delta_{m-1} \Delta y_m$
restando: A_0		5,42	$\Delta \delta_m$
			$\delta_{m-1} = \delta_m - \Delta \delta_m$
			$x_m = x_{m-1} + \Delta x_m$
			$y_m = y_{m-1} + \Delta y_m$
			$t_m = t_{m-1} + \Delta t_m$

En el punto que termina el primer arco, ó sea el en que la inclinación es 50° , la velocidad es 235,2 metros, ó sea menor que 240, y, por lo tanto, dentro de los límites en que la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la velocidad. Podremos calcular, por lo tanto, el arco superior de la trayectoria á partir del punto en que

$$x = 1501 \text{ metros}$$

$$y = 2220,7 \text{ metros}$$

$$t = 9,06 \text{ segundos}$$

como una trayectoria ordinaria de tiro curvo en que

$$V = 235,2 \text{ y } \phi = 50^\circ.$$

Así obtendremos el resultado que sigue (Véase **B. A.**, págs. 344 y 345):

V	235,2
ϕ	50°
δ	0,8232
$q' = q \times \delta$	0,0292
$2q'$	0,0584
$\frac{q'}{g}$	0,0504
$\frac{g}{\sqrt{gq'}}$	0,01692
$\frac{q' V^2}{g}$	0,1682
$2q' \Delta X$	0,0924
ΔX	5007
$\frac{Y'}{\Delta X}$	0,3145
$\frac{Y'}{\Delta X}$	1514,7
$\Delta t \sqrt{gq'}$	0,609
Δt	36,00
ω'	$53^\circ 4'$
$\frac{V_1}{V}$	0,894
$\frac{V_1}{V}$	210,1
$x_m + \Delta X = x_{n-1}$	6508
$Y = y_m + Y'$	3795,4
$y_m = y_{n-1}$	2220,7
$t_m + \Delta t = t_{n-1}$	45,06
δ_{n-1}	0,8232
v_{n-1}	210,1
$\omega' = \theta_{n-1}$	$53^\circ 4'$

A partir del punto en que

$$x = 6508 \quad \text{metros}$$

$$y = 2220,7 \quad \text{metros}$$

$$t = 45,06 \quad \text{segundos}$$

$$v = 210,1$$

$$\theta = 53^\circ 4'$$

hay que calcular la rama descendente hasta que el proyectil vuelva á encontrar el plano horizontal de la pieza. Para ello supondremos primero que

$$\Delta x_n = 1300 \quad \text{metros,}$$

con lo cual se obtiene (véase el cálculo que sigue)

$$y_n = -36,3 \quad \text{metros,}$$

ó sea un punto por debajo del horizonte.

Tanteando una disminución en el alcance de 25 metros, se obtiene:

$$\Delta x_n = 1275 \quad \text{metros,}$$

$$y_n = +19,9 \quad \text{metros,}$$

que está por encima del horizonte. Entre ambos puntos se encuentra el de caída.

Cálculo del arco descendente.

v_{n-1}	210,1	»	$\Delta x_n \operatorname{tg.} \theta_{n-1} + B_0 = \Delta y_n$	1729	1698
θ_{n-1}	53° 4'	»	u_n	2257	2200,8
$\log. C$	1,0727	»	$\log. u_n$	195,5	195,7
$\log. \left[\frac{1}{\delta_{n-1}} = \cos. \theta_{n-1} \right]$	1,7788	»	$\log. \cos. \theta_{n-1}$	2,2911	2,2916
$\log. \frac{1}{\delta_{n-1}}$	0,0845	»	$\log. \sec. \theta_n$	1,7788	1,7788
$\log. C_{n-1}$	0,9360	»	$\log. \left[v_n = \frac{u_n \cos. \theta_{n-1}}{\cos. \theta_n} \right]$	0,3818	0,3784
Δx_n	1300	1275	v_n	2,4517	2,4488
$\log. \Delta x_n$	3,1139	3,1055	$J(u_n)$	283,0	281,0
$\log. \frac{1}{C_{n-1}}$	1,0640	1,0640	$J(v_{n-1})$	0,3947	0,3931
$\log. \frac{\Delta x_n}{C_{n-1}}$	2,1779	2,1695	$D = J(u_n) - J(v_{n-1})$	0,3227	0,3227
$\frac{C_{n-1}}{\Delta x_n}$	150,7	147,7	$\log. D$	0,0720	0,0704
$D(v_{n-1})$	1754,3	1754,3	$\log. C_{n-1}$	2,8573	2,8476
$D(u_n) = D(v_{n-1}) + \frac{\Delta x_n}{C_{n-1}}$	1905,0	1902,0	$\log. C_{n-1}$	0,9360	0,9360
$\log. [D(u_n) - D(v_{n-1})]$	2,1779	2,1695	$\log. \frac{1}{2}$	1,6990	1,6990
$\log. J(v_{n-1})$	1,5088	1,5088	$\log. \sec.^2 \theta_{n-1}$	0,4424	0,4424
$\log. J(v_{n-1}) [D(u_n) - D(v_{n-1})]$	1,6867	1,6783	$\log. \frac{D C_{n-1}}{2 \cos.^2 \theta_{n-1}}$	1,9347	1,9250
$A(u_n)$	233,23	232,03	$\frac{D C_{n-1}}{2 \cos.^2 \theta_{n-1}}$	0,8604	0,8414
$A(v_{n-1})$	179,48	179,48	$\operatorname{tg.} \theta_{n-1}$	1,3303	1,3303
$A(u_n) - A(v_{n-1})$	53,75	52,55	$\frac{D C_{n-1}}{2 \cos.^2 \theta_{n-1}} + \operatorname{tg.} \theta_{n-1} = \operatorname{tg.} \theta_n$	2,1907	2,1717
$J(v_{n-1}) [D(u_n) - D(v_{n-1})]$	48,63	47,67	θ_n	65° 28'	65° 16'
restando A_0	5,12	4,88	$T(u_n)$	5,647	5,631
$\log. A_0$	0,7093	0,6884	$T(v_{n-1})$	4,902	4,902
$\log. C_{n-1}^2$	1,8720	1,8720	$T' = T(u_n) - T(v_{n-1})$	0,745	0,729
$\log. \frac{1}{2}$	1,6990	1,6990	$\log. T'$	1,8722	1,8627
$\log. \sec.^2 \theta_{n-1}$	0,4424	0,4424	$\log. C_{n-1}$	0,9360	0,9360
sumando $\log. B_0$	2,7227	2,7014	$\log. \sec. \theta_{n-1}$	0,2212	0,2212
B_0	528,0	502,8	$\log. \left[\frac{T' C_{n-1}}{\cos. \theta_{n-1}} \right]$	1,0294	1,0199
$\log. \Delta x_n$	3,1139	3,1055	Δt_n	10,70	10,47
$\log. \operatorname{tg.} \theta_{n-1}$	0,1239	0,1239	$x_n = x_{n-1} + \Delta x_n$	7808	7783
$\log. \Delta x_n \operatorname{tg.} \theta_{n-1}$	3,2378	3,2294	$y_n = y_{n-1} - \Delta y_n$	-36,3	+19,9
			$t_n = t_{n-1} + \Delta t_n$	55,76	55,53
			θ_n	65° 28'	65° 16'
			v_n	283,0	281,0

Para determinar el punto exacto de caída no hay más que interpolar por sencillas proporciones:

A partir del punto en que

$$x = 6508 \quad \text{metros}$$

$$y = 2220,7 \quad \text{metros}$$

$$t = 45,06 \quad \text{segundos}$$

$$v = 210,1$$

$$\theta = 53^\circ 4'$$

hay que calcular la rama descendente hasta que el proyectil vuelva á encontrar el plano horizontal de la pieza. Para ello supondremos primero que

$$\Delta x_n = 1300 \quad \text{metros,}$$

con lo cual se obtiene (véase el cálculo que sigue)

$$y_n = - 36,3 \quad \text{metros,}$$

ó sea un punto por debajo del horizonte.

Tanteando una disminución en el alcance de 25 metros, se obtiene:

$$\Delta x_n = 1275 \quad \text{metros,}$$

$$y_n = + 19,9 \quad \text{metros,}$$

que está por encima del horizonte. Entre ambos puntos se encuentra el de caída.

Cálculo del arco descendente.

v_{n-1}	210,1	»	$\Delta x_n \operatorname{tg} \theta_{n-1} + B_0 = \Delta y_n$	1729	1698
θ_{n-1}	53° 4'	»	u_n	2257	2200,8
$\log. C$	1,0727	»	$\log. u_n$	195,5	195,7
$\log. \left[\frac{1}{\delta_{n-1}} = \cos. \theta_{n-1} \right]$	1,7788	»	$\log. \cos. \theta_{n-1}$	2,2911	2,2916
$\log. \frac{1}{\delta_{n-1}}$	0,0845	»	$\log. \sec. \theta_{n-1}$	1,7788	1,7788
$\log. C_{n-1}$	0,9360	»	$\log. \left[v_n = \frac{u_n \cos. \theta_{n-1}}{\cos. \theta_n} \right]$	0,3818	0,3784
Δx_n	1900	1275	v_n	2,4517	2,4488
$\log. \Delta x_n$	3,1139	3,1055	$J(u_n)$	283,0	281,0
$\log. \frac{1}{C_{n-1}}$	1,0640	1,0640	$J(v_{n-1})$	0,3947	0,3931
$\log. \frac{\Delta x_n}{C_{n-1}}$	2,1779	2,1695	$J(v_n)$	0,3227	0,3227
Δx_n	150,7	147,7	$D = J(u_n) - J(v_{n-1})$	0,0720	0,0704
C_{n-1}	1754,3	1754,3	$\log. D$	2,8573	2,8476
(B. A., pág. 169.) $D(v_{n-1})$	1754,3	1754,3	$\log. C_{n-1}$	0,9360	0,9360
$D(u_n) = D(v_{n-1}) + \frac{\Delta x_n}{C_{n-1}}$	1905,0	1902,0	$\log. \frac{1}{2}$	1,6990	1,6990
$\log. [D(u_n) - D(v_{n-1})]$	2,1779	2,1695	$\log. \sec.^2 \theta_{n-1}$	0,4424	0,4424
$\log. J(v_{n-1})$	1,5088	1,5088	$\log. \frac{D C_{n-1}}{2 \cos.^2 \theta_{n-1}}$	1,9347	1,9250
$\log. J(v_{n-1}) [D(u_n) - D(v_{n-1})]$	1,6867	1,6783	$\frac{D C_{n-1}}{2 \cos.^2 \theta_{n-1}}$	0,8604	0,8414
(B. A., pág. 169.) $A(u_n)$	233,23	232,03	$\frac{D C_{n-1}}{\operatorname{tg} \theta_{n-1}}$	1,3303	1,3303
$A(v_{n-1})$	179,48	179,48	$\frac{D C_{n-1}}{2 \cos.^2 \theta_{n-1}} + \operatorname{tg} \theta_{n-1} = \operatorname{tg} \theta_n$	2,1907	2,1717
$A(u_n) - A(v_{n-1})$	53,75	52,55	θ_n	65° 28'	65° 16'
$J(v_{n-1}) [D(u_n) - D(v_{n-1})]$	48,63	47,67	(B. A., pág. 169.) $T(u_n)$	5,647	5,631
restando A_0	5,12	4,88	$T(v_{n-1})$	4,902	4,902
$\log. A_0$	0,7093	0,6884	$T(v_n)$	0,745	0,729
$\log. C_{n-1}^2$	1,8720	1,8720	$\log. T'$	1,8722	1,8627
$\log. \frac{1}{2}$	1,6990	1,6990	$\log. C_{n-1}$	0,9360	0,9360
$\log. \sec.^2 \theta_{n-1}$	0,4424	0,4424	$\log. \sec. \theta_{n-1}$	0,2212	0,2212
sumando $\log. B_0$	2,7227	2,7014	$\log. \left[\Delta t_n = \frac{T' C_{n-1}}{\cos. \theta_{n-1}} \right]$	1,0294	1,0199
B_0	528,0	502,8	Δt_n	10,70	10,47
$\log. \Delta x_n$	3,1139	3,1055	$x_n = x_{n-1} + \Delta x_n$	7808	7783
$\log. \operatorname{tg} \theta_{n-1}$	0,1239	0,1239	$y_n = y_{n-1} - \Delta y_n$	-36,3	+19,9
$\log. \Delta x_n \operatorname{tg} \theta_{n-1}$	3,2378	3,2294	$t_n = t_{n-1} + \Delta t_n$	55,76	55,53
			θ_n	65° 28'	65° 16'
			v_n	283,0	281,0

Para determinar el punto exacto de caída no hay más que interpolar por sencillas proporciones:

$$\frac{19,9 + 36,3}{19,9} = \frac{25}{x'} = \frac{55,76 - 55,53}{x''} = \frac{283 - 281}{x'''} = \frac{65^\circ 28' - 65^\circ 16'}{x^{IV}}$$

$$x' = 9$$

$$x'' = 0,08$$

$$x''' = 1,7$$

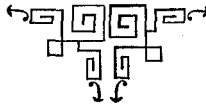
$$x^{IV} = 4'$$

y, por lo tanto, tendremos:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 60^\circ \\ V = 370 \text{ m.} \times 1'' \\ p = 275 \text{ kg.} \\ 2R = 0,305 \text{ m.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} X = 7792 \text{ m.} \\ Y = 3795,4 \text{ m.} \\ t_1 = 55,61 \text{ segundos} \\ V_1 = 281,7 \text{ m.} \times 1'' \\ \omega = 65^\circ 20' \end{array}$$

cuyos valores dan la solución del problema.

El obús Ordóñez de 30,5 centímetros podría, por lo tanto, establecerse en las baterías de la costa occidental de la bahía de Algeciras, con la seguridad de que, aun por el ángulo de 60° , alcanzarán sus proyectiles á la ciudad y puerto de Gibraltar.



VIII.



Por medio de los factores balísticos (ley cuadrática ó ley cúbica), puede á veces determinarse con cierta exactitud la velocidad inicial de un proyectil, sin medirla con el cronógrafo, conociendo sólo el alcance y la duración de la trayectoria.

Cuando se usan los factores de la ley cúbica, como ésta no es más que una ley media, no puede tenerse absoluta confianza en la velocidad que se determine por tal procedimiento; pero cuando se sepa de antemano que ésta es pequeña y comprendida, por lo tanto, en los límites en que la ley más aproximada es la cuadrática, puede tomarse como muy aproximado el valor que por ella se calcule.

Tomemos, como ejemplo, el cañón neumático Zalinski, de 8 pulgadas. En las pruebas de 20 de septiembre de 1887 (1), en el *Fort-Lafayette*, se hicieron seis disparos, cuyo resultado medio fué:

$$\varphi = 14^{\circ} 53' 20''$$

$$X = 5583,5 \text{ pies ingleses, } \text{ó sea } 1701,8 \text{ metros}$$

$$t_1 = 10,63 \text{ segundos}$$

$$p = 137 \frac{1}{6} \text{ pounds, } \quad \text{ó sea } 62,2 \text{ kilogramos}$$

$$2R = 7,75 \text{ pulgadas, } \quad \text{ó sea } 0,1968 \text{ (2).}$$

Formemos el factor $D_2 = \frac{t_1}{\sqrt{X} \operatorname{tg.} \varphi}$ (B. A., pág. 87, problema XXI)

(1) Véase el folleto *El cañón neumático*, del capitán de artillería D. Severo Gómez Núñez.—Habana, 1887.

(2) Estos datos están tomados del *Ingalls Handbook of problems in Exterior Ballistics*, que resuelve el mismo problema por otro método.

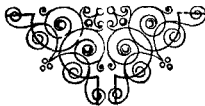
$$\begin{array}{ll}
 \log. X = 3,2309 & \text{al factor } D_2 \text{ corresponde en la tabla I (B. A., pág. 364)} \\
 \log. \operatorname{tg.} \varphi = 1,4098 & \text{el } A \text{ cuyo logaritmo es:} \\
 \log. X \operatorname{tg.} \varphi = 2,6407 & \log. A = 0,2527 \\
 \log. \sqrt{X \operatorname{tg.} \varphi} = 1,3203 & \log. g = 0,9915 \\
 \log. t_1 = 1,0265 & \log. X = 3,2309 \\
 & \log. \frac{1}{\operatorname{sen.} 2\varphi} = 0,3043 \\
 \log \left(D_2 = \frac{t_1}{\sqrt{X \operatorname{tg.} \varphi}} \right) = 1,7062 & \log. \left(V^2 = \frac{A g X}{\operatorname{sen.} 2\varphi} \right) = 4,7794 \\
 & \log. V = 2,3897 \\
 & V = 245,3
 \end{array}$$

luego la velocidad inicial media es 245,3 metros por segundo.

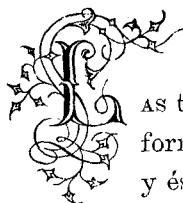
Ingalls ha hecho el cálculo por tanteos (*by a laborious tentative process*) y ha obtenido, como velocidad inicial, 765,7 pies ingleses por segundo, ó sean 233,4 metros. La diferencia no es grande si se toma en cuenta que su cálculo está hecho por su tabla balística, tipo Siacci, la cual representa una ley de resistencia del aire derivada de las experiencias de Bashforth (1).

Además de la velocidad, hubiéramos podido deducir el coeficiente q por medio del factor m y calcular después la tabla de tiro completa del cañón neumático (*8 inch Pneumatic Torpedo Gun*), pero no parece que tenga interés esta investigación, por otra parte muy sencilla.

(1) El comandante Vallier, en su *Balistique expérimentale*. Paris (Berger-Levrault), 1894, pág. 70, resuelve este mismo problema por distinto método que el nuestro y el del capitán Ingalls, y obtiene $V = 238$ metros, valor que está entre 245,3 y 233,4.



IX.



AS tablas de tiro indirecto pueden disponerse en la misma forma que las de tiro directo. Una tabla para cada carga, y éstas en número suficiente para las necesidades del empleo que haya de hacerse de la pieza, darán todo lo que se requiere para el servicio. Cuando se necesite emplear un ángulo de caída determinado, se buscará en las diversas tablas parciales, hasta que en dos sucesivas se encuentren uno mayor y otro menor que el que se quiere obtener, para la distancia á que hay que tirar. Una interpolación lineal entre todos los elementos correspondientes á dicha distancia en las dos tablas, dará la carga que debe emplearse, el ángulo de elevación por el que hay que apuntar la pieza y la velocidad remanente, energía del proyectil y datos de dispersión, que se obtendrán y que conviene conocer.

Pero también podrían disponerse las tablas de tiro indirecto tomando como argumentos la distancia y el ángulo de caída, puesto que son de ordinario los datos del problema, ordenándolas á doble entrada y facilitando así la investigación de los elementos que deben conocerse. En este caso, el problema puede resolverse por el método de Siacci (tablas á doble entrada, tipo Braccialini.—**B. A.**, cap. VI, problema XIX, página 47), pero es más sencillo recurriendo á los factores balísticos de la ley cuadrática, puesto que se trata de velocidades iniciales pequeñas. (**B. A.**, cap. XI, problema XIX, pág. 87.)

Como ejemplo, haremos aplicación al obús de bronce comprimido, de 15 centímetros, modelo de 1892, y partiremos de los datos que ya conocemos respecto á esta pieza (pág. 37). Los ángulos de caída que

tomaremos como argumentos, serán los que tienen por tangentes $1/10$, $2/10$ y $3/10$.

El cuadro siguiente indica la marcha que se seguiría al desarrollar el cálculo; pero hemos suprimido por innecesarias muchas cifras, que no harían más que dificultar la impresión sin ventaja, por ser todo análogo á lo que se estampa.

(TABLA I)		X	1000	1500	2000	2500	1000	1500	2000	2500	1000	1500	2000
$q = 0,0828$	$tg. \omega$	0,3					0,2				0,1		
	$m = 2q X$	0,1656	0,2484	0,3312	0,4140	0,1656	0,2484	0,3312	0,4140	0,1656	0,2484	0,3312	
	$\log. tg. \omega$	1,4771	"	"	"	1,3010	"	"	"	1,0000	"	"	"
	$\log. B$	0,0239	"	"	"	0,0239	"	"	"	0,0239	"	"	"
	$\log. \left[tg. \varphi = \frac{tg. \omega}{B} \right]$	1,4532	"	"	"	1,2771	"	"	"	2,9761	"	"	"
	φ	15°50',6	15°26',1	15°2',2	14°38',8	10°43',0	10°25',8	10°9',3	9°53',0	5°24',5	5°15',6	5°7',1	
	$\log. A$	0,0243	"	"	"	0,0243	"	"	"	0,0243	"	"	"
	$\log. g$	0,9915	"	"	"	0,9915	"	"	"	0,9915	"	"	"
	$\log. X$	3,0000	"	"	"	3,0000	"	"	"	3,0000	"	"	"
	$\log. \frac{1}{i}$	0,2797	"	"	"	0,4372	"	"	"	0,7267	"	"	"
	$\log. \frac{\text{sen. } 2\varphi}{A g X}$	4,2955	"	"	"	4,4530	"	"	"	4,7425	"	"	"
	$\log. \left[\sqrt{\frac{A g X}{\text{sen. } 2\varphi}} = V \right]$	2,1477	"	"	"	2,2265	"	"	"	2,3712	"	"	"
	V	140,5	176,6	209,4	240,4	168,5	212,0	251,6	289,3	235,1	296,1	351,6	
	$\log. C_1$	1,9640	"	"	"	1,9640	"	"	"	1,9640	"	"	"
	$\log. V$	2,1477	"	"	"	2,2265	"	"	"	2,3712	"	"	"
	$\log. \cos. \varphi$	1,9832	"	"	"	1,9924	"	"	"	1,9981	"	"	"
	$\log. \sec. \omega$	0,0187	"	"	"	0,0086	"	"	"	0,0022	"	"	"
	$\log. \left[V_1 = \frac{C_1 V \cos. \varphi}{\cos. \omega} \right]$	2,1136	"	"	"	2,1915	"	"	"	2,3355	"	"	"
	V_1	129,9	157,0	178,8	197,4	155,4	187,9	214,0	236,4	216,5	261,7	"	
	$\log. V_1^2$	4,2272	"	"	"	4,3830	"	"	"	4,6710	"	"	"
	$\log. \frac{p}{2g}$	0,2516	"	"	"	0,2516	"	"	"	0,2516	"	"	"
	$\log. \frac{p}{2g} V_1^2$	4,4788	"	"	"	4,6346	"	"	"	4,9226	"	"	"
(en toneladas)	$\frac{p}{2g} V_1^2$	30,12	43,99	57,07	69,56	43,11	62,97	81,74	99,77	83,68	122,23	"	
	$\log. h_1$	4,4150	"	"	"	4,4150	"	"	"	4,4150	"	"	"
	$\log. V^2$	4,2955	"	"	"	4,4530	"	"	"	4,7425	"	"	"
	$\log. \text{sen. } \varphi$	1,4362	"	"	"	1,2694	"	"	"	2,9741	"	"	"
	$\log. Z_1$	0,1467	"	"	"	0,1374	"	"	"	0,1316	"	"	"
	Z_1	1,40	2,16	2,96	3,80	1,37	2,11	2,90	3,74	1,35	2,09	"	
	$\log. \frac{h_2}{h_1}$	3,2083	"	"	"	3,2083	"	"	"	3,2083	"	"	"
	$\log. \frac{1}{V}$	3,8523	"	"	"	3,7735	"	"	"	3,6288	"	"	"
	$\log. tg. 2\varphi$	1,7905	"	"	"	1,5939	"	"	"	1,2811	"	"	"
	$\log. tg. \psi$	0,8511	"	"	"	0,5757	"	"	"	0,1182	"	"	"
	$\log. h_1 V^2$	0,7105	"	"	"	0,8680	"	"	"	1,1575	"	"	"
	$\log. \cos. 2\varphi$	1,9291	"	"	"	1,9689	"	"	"	1,9922	"	"	"
	$\log. \sec. \psi$	0,8554	"	"	"	0,5905	"	"	"	0,2176	"	"	"
	$\log. Z_a$	1,4950	"	"	"	1,4274	"	"	"	1,3673	"	"	"
	Z_a	31,26	38,70	45,16	51,12	26,75	33,53	39,80	45,91	23,29	31,92	"	

Las cargas que corresponden á las velocidades iniciales obtenidas, pueden determinarse con bastante aproximación por la fórmula de Parodi. (B. A., cap. XII, pág. 98.)

$$V^2 = 31841 (p - 0,323)$$

Así resulta el siguiente

FRAGMENTO de la tabla de tiro indirecto del obús Bc. 15 cm.

Ángulos de caída.	Elementos del tiro que se buscan.	Distancias en metros.			
		1000	1500	2000	2500
Ángulo de caída cuya tangente es 0,1.	Ángulo de elevación..	5° 24'	5° 16'	»	»
	Carga (en kilogramos)..	2,058	3,073	»	»
	Velocidad inicial ($m. \times 1''$).. . . .	235,1	296,1	351,6 (*)	»
	Velocidad remanente ($m. \times 1''$).. . . .	216,5	261,7	»	»
	Energía del proyectil ($Tm.$).. . . .	83,68	122,23	»	»
	Zonas del 50 por 100 de los dis- paros en sen- tido.				
	lateral ($m.$).. . . .	1,35	2,09	»	»
	vertical ($m.$).. . . .	2,33	3,19	»	»
	longitudinal($m.$).. . . .	23,29	31,92	»	»
	Ángulo de caída cuya tangente es 0,2.	Ángulo de elevación..	10° 43'	10° 26'	10° 9'
Carga (en kilogramos)..		1,207	1,735	2,306	2,950
Velocidad inicial ($m. \times 1''$).. . . .		168,5	212,0	251,6	289,3
Velocidad remanente ($m. \times 1''$).. . . .		155,4	187,9	214,0	236,4
Energía del proyectil ($Tm.$).. . . .		43,11	62,97	81,74	99,77
Zonas del 50 por 100 de los dis- paros en sen- tido.					
lateral ($m.$).. . . .		1,37	2,11	2,90	3,74
vertical ($m.$).. . . .		5,35	6,71	7,96	9,18
longitudinal($m.$).. . . .		26,75	33,53	39,80	45,91
Ángulo de caída cuya tangente es 0,3.		Ángulo de elevación..	15° 51'	15° 26'	15° 2'
	Carga (en kilogramos)..	0,944	1,305	1,700	2,143
	Velocidad inicial ($m. \times 1''$).. . . .	140,5	176,6	209,4	240,4
	Velocidad remanente ($m. \times 1''$).. . . .	129,9	157,0	178,8	197,4
	Energía del proyectil ($Tm.$).. . . .	30,12	43,99	57,07	69,56
	Zonas del 50 por 100 de los dis- paros en sen- tido.				
	lateral ($m.$).. . . .	1,40	2,16	2,96	3,80
	vertical ($m.$).. . . .	9,38	11,61	13,55	15,34
	longitudinal($m.$).. . . .	31,26	38,70	45,16	51,12

(*) Es mayor que la velocidad inicial máxima que puede obtenerse en esta pieza.



X.

Estudio balístico del fusil de 8 milímetros francés, modelo 1886 (Lebel).



EN 1887, cuando recién adoptado el nuevo fusil francés de repetición y pequeño calibre, publicaron algunos periódicos (uno de ellos el *Spectateur militaire*) noticia del calibre, peso de la bala y velocidad inicial, calculamos inmediatamente los datos de tiro presumibles del arma nueva, con los cuales formamos una tabla (1), que publicó anónimamente la *Revista Científico-militar* de Barcelona (año XIII, tomo V de la 3.^a série, pág. 363, noviembre de 1887), y fué reproducida por la *Militär-Zeitung*, de Berlin (5 de mayo de 1888); por la *Rivista d'Artiglieria e Genio*, de Roma (mayo 1888); por la *Revista Armatei*, de Bucuresci (15 de julio de 1888), y por otros varios periódicos militares, que la tomaron de éstos, y ninguno de los franceses protestó, que sepamos, contra la exactitud de los datos que comprendía.

Y, sin embargo, habíamos partido de datos equivocados; habíamos supuesto, de acuerdo con lo que decían los periódicos franceses:

$$p = 0,018$$

$$2 R = 0,008$$

$$V = 620.$$

(1) La tabla es la que reproducimos en la página siguiente.

Dis- tancias. — Metros.	Ángulos de elevación.	Ángulos de caída.		Flechas de las traye- ctorias. — Metros.	Espacios peligrosos (en metros).		Veloci- dades rema- nentes tangen- ciales. — m. × 1"	Energía del proyectil. — Kilográmts
		En grados.	Por sus tangentes trigono- métricas.		Para infa- nter- ría (1,70 met. altura.)	Para caba- llería (2,50 met. altura.)		
0	—	—	—	—	—	—	620	353,0
200	0° 10'	0° 12'	0,0035	0,15	200	200	487	173,0
400	0° 25'	0° 34'	0,0099	0,84	400	400	384	135,8
600	0° 45'	1° 10'	0,0204	2,42	83,4	600	318	92,7
800	1° 12'	1° 59'	0,0346	5,38	49,5	72,3	283	73,7
1000	1° 44'	2° 59'	0,0521	10,05	32,6	48,0	259	61,9
1200	2° 23'	4° 9'	0,0725	17,03	23,4	34,5	239	52,6
1400	3° 7'	5° 33'	0,0972	26,65	17,4	25,7	221	45,0
1600	3° 58'	7° 15'	0,1272	39,60	13,5	19,6	205	38,7
1800	4° 58'	9° 16'	0,1632	55,82	10,4	15,3	191	33,4
2000	6° 5'	11° 46'	0,2083	77,57	8,1	12,0	178	29,1

mientras que en realidad, como se supo algo después, eran:

$$p = 0,015$$

$$V = 630.$$

Fuera de estos datos iniciales, que sólo permitían conjeturar los elementos del tiro, sin seguridad alguna acerca de la aproximación que efectivamente se obtenía, nada se encontraba en las publicaciones francesas, que ocultaban cuidadosamente cuanto se relacionaba con el arma nueva, á la que atribuían maravillosos y misteriosos efectos.

Así, en una obra del coronel Ortus (1), que tenía por objeto *demonstrar* la enorme superioridad del fusil francés sobre los que habían adoptado los ejércitos de la Triple Alianza, hé aquí todo lo que se lee sobre las cualidades balísticas del Lebel:

TENSION. «Nous ne donnons absolument aucun renseignement numérique, mais nous pouvons affirmer hautement que notre fusil n'est pas dépassé par le fusil allemand comme tension, et qu'il lui sera très su-

(1) *Lebel contre Mannlicher et Vetterli dans la prochaine guerre*, par le colonel Ortus, folleto.—Paris (L. Baudoin), 1891.

Se publicó antes en cuatro artículos del *Journal des Sciences militaires*.—9^e série. Tome XLII, pg. 35. Tome XLIII, pgs. 194 et 371, XLIV, pg. 329.

»périeure le jour où nous le voudrons, car nous pouvons augmenter nôtre vitesse initiale et la porter à 700 m.»

JUSTESSE. «Il en est de même de la justesse de nôtre fusil qui est »réellement remarquable, supérieure à celle du fusil allemand, et qu'une »arme nouvelle pourra peut-être égaler mais difficilement surpasser. »Nous ne pouvons donner de chiffres. Nous ne pouvons simplement que le constater.»

La tabla de tiro del fusil francés se encuentra en los cuadernos autografiados de la Escuela normal de tiro del Campo de Chalons, pero estos cuadernos no están á disposición del público; sólo se entregan á los oficiales que siguen los cursos teóricos y prácticos del establecimiento, los cuales están obligados á reservarlos como datos confidenciales.

El interés por conocer los elementos de tiro del Lebel es, sin embargo, muy grande, porque sólo así se podrían comparar sus propiedades balísticas con las de los demás fusiles de pequeño calibre similares. Rebuscando siempre todo lo que podía conducir á tal objeto, dimos con unos estudios del capitán De Cugnac (1), en que para hacer la investigación de la mejor manera de batir eficazmente una meseta desde un punto bajo ó de barrer con fuegos rasantes la pendiente de la ladera desde la meseta superior, se veía precisado á presentar algunos datos numéricos, que pensamos desde luego aprovechar.

Hé aquí los datos que encontramos en los folletos del capitán De Cugnac:

(1) *Attaque d'un plateau*, par le lieutenant De Cugnac, du 123 reg. d'infanterie.—*Journal des Sciences militaires*.—9^e série. Tome XLI, pags. 271.

Défense d'un plateau, par G. de Cugnac, capitaine au 123 reg. d'infanterie.—*Journal des Sciences militaires*.—9^e série. Tome XLVIII, pag. 36.

1.º Angulos de caída ω para los alcances X (1).

tg. ω	X	tg. ω	X
	<i>Metros.</i>		<i>Metros.</i>
0,01	410	0,11	1510
0,02	620	0,12	1570
0,03	770	0,13	1630
0,04	900	0,14	1700
0,05	1010	0,15	1760
0,06	1120	0,16	1810
0,07	1210	0,17	1860
0,08	1280	0,18	1900
0,09	1370	0,19	1950
0,10	1440	0,20	2000

2.º Ordenadas máximas Y y sus abscisas x_0 (2).

Y	x_0	Y	x_0
<i>Metros.</i>	<i>Metros.</i>	<i>Metros.</i>	<i>Metros.</i>
10	585	45	980
15	665	50	1020
20	735	55	1050
25	785	60	1080
30	850	65	1110
35	900	70	1130
40	945	75	1160

Los valores de X están evidentemente redondeados en decámetros y los de x_0 en medios decámetros, pero aun así pueden servir de base para calcular aproximadamente el valor del coeficiente balístico C , que conviene para calcular la tabla de tiro.

Hicimos el cálculo suponiendo que la velocidad inicial era

$$V = 630 \text{ m. } \times 1'',$$

valor que daban casi todos los autores, y en el que Ortus (loc. cit.) consentía *tácitamente*, pues lo reproducía de una revista alemana, sin negar su exactitud, aunque tampoco afirmándola.

(1) *Défense d'un plateau.*

(2) *Attaque d'un plateau.*

Pero los resultados que obtuvimos no fueron satisfactorios; los valores de C ni coincidían ni presentaban la menor regularidad. Sospechamos entonces que esto pudiera ser debido á que el valor de $V = 630$ no fuera el verdadero, y ensayamos los de 625, 620, 615, 610, 605 y 600, con lo que nos convencimos de que la verdadera velocidad inicial del fusil Lebel es 610 m. $\times 1''$, lo que vimos confirmado por el general *** (colonel P) (1).

Con $V = 610$ obtuvimos valores de C , que diferían poco entre sí, y tomamos su término medio; así obtuvimos:

$$C = 1,12$$

$$\frac{1}{C} = 0,8928.$$

Conocidos V y C se pueden calcular φ , ω , V_1 , t_1 para los valores del alcance X que se tomen como datos. No reproducimos el cálculo porque es idéntico al que hemos presentado en el problema I (pág. 13) si se emplea el método de Siacci y tabla á simple entrada **C** y al del problema II (pág. 23) si es el método de Braccialini con las tablas á doble entrada **E** el que se prefiere.

A este cálculo hemos añadido el de la derivación por medio de la fórmula de Bails (**B. A.**, cap. VII, pág. 53) y los de las penetraciones en que partiendo de los datos de experiencia obtenidos en el polígono de Gávres y publicados en el *Mémorial de l'Artillerie de la Marine* (2), hemos deducido los coeficientes propios para calcular las penetraciones á las distancias de la tabla.

Los datos de probabilidad de tiro son más difíciles de investigar, y en rigor se necesitaría recurrir á algunos tiros experimentales; pero á falta de éstos, hemos recurrido á un artificio, que consiste en deducir de los datos conocidos del fusil alemán, del austriaco, modelo de 1888 con cartucho modelo de 1890, y del Mannlicher de $6 \frac{1}{2}$ milímetros, los valores correspondientes de los desvíos probables angulares y del error pro-

(1) *Journal des Sciences militaires*.—9^e série. Tome XLVII, pg. 46.—*Le combat et les feux de l'infanterie*.

(2) Los reprodujo la *Rivista d'Artiglieria e Genio*.—Anno 1890. Volume I, pag. 314.

bable en la velocidad inicial, valiéndose para ello de las fórmulas de Hélie (B. A., pág. 108) y tomar para el cálculo los valores más favorables para estar así de acuerdo con las indicaciones entusiastas sobre la precisión del Lebel, hechas por el coronel Ortus. (V. pág. 75.)

Los valores usados han sido:

Doble desvío probable angular en sentido horizontal. . . $\eta = 1',05$

Id. id. id. id. en sentido vertical. $\eta' = 0',62$

Doble error probable en la velocidad inicial. $\Delta V = 0,9 \text{ m.}$

$$\text{tg. } \eta = 0,000307$$

$$\text{tg. } \eta' = 0,000180$$

y, por lo tanto,

$$h_1 = \frac{2}{g} \text{tg. } \eta = 0,0624 \quad \log. h_1 = \bar{5},7952$$

$$h'_1 = \frac{2}{g} \text{tg. } \eta' = 0,0367 \quad \log. \frac{h_2}{h'_1} = 3,6978$$

$$h_2 = \frac{2}{g} \Delta V = 0,183$$

Con cuyos elementos se han calculado las zonas de 50 por 100 de los disparos del mismo modo que se ha visto en el problema III (pág. 35).

En cuanto al radio del círculo vertical que contiene 50 por 100 de los disparos, es:

$$R = 0,4365 (Z_i + Z_v).$$

La tabla de tiro que presentamos á continuación (1) diferirá, sin duda, de la oficial francesa; pero creemos que las diferencias no serán muy notables, tal vez inferiores á las diferencias que siempre hay entre los resultados del cálculo y los de la experiencia, y á las que provienen de las variaciones atmosféricas. En cuanto á los datos de probabilidad del tiro, es de temer que las diferencias sean mayores, por el método

(1) Fué publicada por primera vez en la *Revue de l'Armée belge*, que se publica en Lieja (enero de 1894), en un artículo en francés titulado *Étude balistique sur le fusil Lebel (armement français, modèle 1886)*, del que se hizo una corta tirada aparte en folleto. La reprodujeron la *Rivista d'Artiglieria e Genio* y la *Revista Científico-militar*.

algo arbitrario que hemos seguido para determinarlos; pero no debe olvidarse que la probabilidad de tiro que da para un arma su tabla, no es más que un término medio que representa próximamente la probabilidad del conjunto de las armas del mismo sistema, pero que una de éstas, tomada aisladamente, puede dar diferencias bastante grandes con los desvíos tabulares. Basta con que los números que damos estén comprendidos entre los límites extremos y se aproximen algo al valor medio.

TABLA de tiro del fu

Alcances..... (Metros.)	Ángulos de elevación.		Ángulos de caída.		Posición del vértice de la trayectoria.		Espacio peligroso para una altura del blanco de			Derivación a la izquierda (Metros.)	Ducción trayectoria (Seg.)
	En grados y minutos.	Expresados por sus tangentes trigonométricas.	En grados y minutos.	Expresados por sus tangentes trigonométricas.	Abscisa. (Metros.)	Ordenada. (Metros.)	1 metro. (Metros.)	1,70 m. infantería de pié. (Metros.)	2,50 m. caballería. (Metros.)		
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,
100	0° 4',6	0,00133	0° 5',3	0,00154	—	0,044	100	100	100	—	0,
200	0° 10',5	305	0° 12',1	357	103,5	0,172	200	200	200	0,01	0,
300	0° 17',1	498	0° 21',9	637	153,3	0,418	300	300	300	0,03	0,
400	0° 24',8	722	0° 33',1	986	215,3	0,838	400	400	400	0,06	0,
500	0° 33',9	987	0° 48',7	0,01417	272,8	1,486	83,8	500	500	0,11	1,
600	0° 44',3	0,01289	1° 6',2	1926	331,3	2,39	57,1	105	600	0,20	1,
700	0° 56',1	1632	1° 26',9	2527	389,1	3,64	41,9	73,8	117	0,29	1,
800	1° 9',2	2015	1° 50',5	3216	446,7	5,24	32,3	56,8	88,1	0,45	2,
900	1° 23',8	2439	2° 17',2	3993	504,5	7,25	25,7	44,7	67,8	0,62	2,
1000	1° 39',8	2905	2° 46',9	4858	562,4	9,73	21,0	36,3	54,3	0,80	2,
1100	1° 57',3	3413	3° 19',9	5821	620,2	12,75	17,4	30,0	44,8	1,14	3,
1200	2° 16',2	3965	3° 56',1	6879	677,9	16,33	14,7	25,4	37,4	1,48	3,
1300	2° 36',8	4564	4° 36',3	8056	736,5	20,54	12,5	21,5	31,8	2,03	3,
1400	2° 58',9	5211	5° 20',3	9343	795,7	25,53	10,8	18,5	27,4	2,57	4,
1500	3° 22',9	5909	6° 9',1	0,10779	855,0	31,29	9,3	15,9	23,6	3,18	4,
1600	3° 48',6	6659	7° 2',4	12350	914,5	37,90	8,1	13,9	20,5	3,98	5,
1700	4° 16',2	7467	8° 1',4	14095	973,8	45,53	7,1	12,1	17,9	4,78	5,
1800	4° 45',8	8332	9° 5',4	16000	1033,0	54,20	6,2	10,7	15,7	5,90	6,
1900	5° 17',4	9259	10° 15',6	18102	1093,6	64,0	5,5	9,4	13,9	7,03	6,
2000	5° 51',1	0,10248	11° 31',5	20390	1155,1	75,1	4,9	8,3	12,3	8,27	7,
2100	6° 27',5	11318	12° 54',0	22904	1218,3	87,7	4,4	7,4	10,9	9,83	8,
2200	7° 6',3	12466	14° 22',5	25630	1281,4	102,0	3,9	6,6	9,7	11,40	8,
2300	7° 48',4	13709	15° 58',2	28617	1345,2	118,1	3,5	5,9	8,7	13,52	9,
2400	8° 33',5	15048	17° 40',0	31850	1409,4	136,3	3,1	5,3	7,8	15,64	10,
2500	9° 22',0	16495	19° 32',0	35477	1474,0	156,8	2,8	4,8	7,0	17,94	10,
2600	10° 14',1	18056	21° 31',2	39450	1538,9	179,8	2,5	4,3	6,3	20,85	11,
2700	11° 10',6	19758	23° 40',8	43854	1604,2	205,9	2,3	3,9	5,7	23,65	12,
2800	12° 11',4	21602	25° 56',9	48660	1669,9	235,3	2,1	3,5	5,1	26,62	13,
2900	13° 17',9	23636	28° 23',7	54060	1736,2	268,7	1,9	3,1	4,6	31,49	14,
3000	14° 30',2	0,25868	30° 57',6	0,59990	1803,0	306,7	1,7	2,8	4,2	35,69	15,

francés modelo 1886 (Lebel).

Velocidad remanente tangencial.	Energía ó fuerza viva de la bala.	Penetración de la bala.							Datos sobre la probabilidad del tiro.		
		En la arena.	En la tierra vegetal.	En madera de pino.	En madera de encina.	En una plancha de hierro forjado.	En una plancha de acero dulce.	En una plancha de acero duro.	Zonas que contienen 50 por 100 de los disparos, en sentido:		Rádiodel círculo vertical que contiene 50 por 100 de los disparos.
									Lateral.	Vertical.	
(m × 1 ^a)	(Kilogrametros.)	(Centíms.)	(Centíms.)	(Centíms.)	(Centíms.)	(Milímts.)	(Milímts.)	(Milímts.)	(Metros.)	(Metros.)	(Metros.)
603,3	280	11	25	90	20	12	10	4,4	—	—	—
583,9	262	18	39	82	19	10,8	9	4	—	—	—
546,4	229	32	62	70	18	8,5	6,5	2,8	0,08	0,02	0,022
488,9	184	45	75	60	18	6	4	1,8	0,07	0,04	0,048
438,1	147	46	77	56	17	4,7	3,2	1,4	0,11	0,07	0,079
393,9	119	44	73	53	16	3,8	2,6	1,1	0,17	0,13	0,13
349,7	93,8	40	67	50	15	3	2	—	0,23	0,19	0,18
331,2	85,2	38	63	49	15	2,6	1,8	—	0,30	0,24	0,235
303,1	70,5	35	58	48	14	2,1	1,5	—	0,37	0,32	0,30
294,3	66,6	34	56	47	14	—	—	—	0,46	0,43	0,39
277,0	58,9	32	52	45	13	—	—	—	0,56	0,56	0,49
266,3	54,6	31	50	43	13	—	—	—	0,67	0,73	0,61
252,7	49,0	29	47	41	12	—	—	—	0,79	0,83	0,71
242,0	45,0	28	45	39	12	—	—	—	0,91	1,01	0,84
230,4	40,8	26	42	37	11	—	—	—	1,05	1,28	1,02
221,3	37,5	25	40	35	10	—	—	—	1,21	1,62	1,24
211,1	34,3	24	38	33	10	—	—	—	1,37	2,04	1,49
203,0	31,7	23	36	32	10	—	—	—	1,54	2,35	1,70
194,3	29,0	22	34	30	9	—	—	—	1,72	2,78	1,96
187,6	27,0	21	33	29	9	—	—	—	1,92	3,45	2,34
179,2	24,6	20	31	27	8	—	—	—	2,14	4,35	2,83
173,9	23,2	19	29	26	8	—	—	—	2,37	5,36	3,38
167,5	21,5	18	27	25	7	—	—	—	2,60	6,07	3,79
162,6	20,3	17	26	24	7	—	—	—	2,86	7,24	4,41
156,5	18,8	16	24	23	7	—	—	—	3,15	8,88	5,26
152,6	17,9	16	23	22	7	—	—	—	3,45	10,97	6,30
147,9	16,8	15	22	21	6	—	—	—	3,78	13,52	7,55
144,1	15,9	14	21	20	6	—	—	—	4,14	16,53	9,06
140,2	15,1	14	20	20	6	—	—	—	4,52	20,00	10,70
137,2	14,4	14	19	19	6	—	—	—	4,92	23,94	12,62
134,2	13,8	13	19	18	5	—	—	—	5,36	28,34	14,71
131,9	13,3	13	18	18	5	—	—	—	5,81	33,20	17,02

Para el conocimiento completo de las propiedades balísticas de un fusil, conviene tener una tabla de ordenadas de las trayectorias, como las que se encuentran para el Remington, modelo 1871, en el *Reglamento provisional de tiro para armas portátiles*, aprobado por Real orden de 11 de enero de 1887 (págs. 136 á 139 y 142 á 145); pero en vez de dar la tabla de las ordenadas, preferimos presentar otra de los elementos que sirven para calcularlas:

La fórmula para hacer el cálculo será:

$$y = \frac{x}{2 \cos.^2 \varphi} (\text{sen. } 2 \varphi - \text{sen. } 2 \varphi_x)$$

en que

y es la ordenada para la abscisa x

φ es el ángulo de proyección de la trayectoria

φ_x el ángulo que corresponde á la distancia x en la tabla.

La fórmula anterior se seduce fácilmente de la $[\gamma]$ (B. A., pág. 72)

con sólo recordar que $\text{tg. } \varepsilon = \frac{y}{x}$.

Cuando el ángulo φ es pequeño será preferible emplear esta fórmula más sencilla, aunque menos exacta,

$$y = x (\text{tg. } \varphi - \text{tg. } \varphi_x)$$

En el tiro por depresión las ordenadas son negativas y las fórmulas que deben emplearse son:

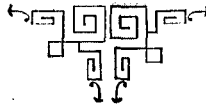
$$y = - \frac{x}{2 \cos.^2 \varphi} (\text{sen. } 2 \varphi + \text{sen. } 2 \varphi_x)$$

$$y = - x (\text{tg. } \varphi + \text{tg. } \varphi_x)$$

TABLA para el cálculo de las trayectorias del fusil Lebel.

MODELO DE 1886.

x	sen. $2\varphi_x$	tg. φ_x	$2 \cos.^2 \varphi_x$	x	sen. $2\varphi_x$	tg. φ_x	$2 \cos.^2 \varphi_x$	x	sen. $2\varphi_x$	tg. φ_x	$2 \cos.^2 \varphi_x$
0	0,000000	0,000000	2,000000	800	0,04028	0,02015	1,99916	1600	0,13260	0,06659	1,99117
25	369	184	00	25	4232	2117	907	25	13648	6856	064
50	868	434	00	50	4441	2221	898	50	14042	7056	069
75	1647	823	00	75	4656	2329	889	75	14444	7260	952
100	2664	1332	00	900	4875	2439	880	1700	14852	7467	894
125	3509	1754	00	25	5100	2552	870	25	15266	7678	831
150	4391	2195	99	50	5330	2667	858	50	15687	7892	764
175	5251	2625	99	75	5565	2784	846	75	16115	8131	693
200	0,006105	0,003052	1,99998	1000	0,05805	0,02905	1,99832	1800	0,16550	0,08332	1,98618
225	7020	3510	97	25	6051	3028	817	25	16992	8558	541
250	7962	3981	96	50	6302	3156	801	50	17442	8788	462
275	8934	4414	96	75	6558	3292	785	75	17898	9022	382
300	9959	4979	95	1100	6819	3413	768	1900	18362	9259	300
325	11057	5528	94	25	7087	3547	749	25	18832	9500	213
350	12124	6062	93	50	7358	3684	728	50	19309	9747	120
375	13250	6625	91	75	7634	3822	707	75	19793	9995	023
400	0,01445	0,007225	1,99990	1200	0,07918	0,03965	1,99684	2000	0,20285	0,10248	1,97921
425	1570	785	88	25	8208	4111	660	25	20789	10509	819
450	1700	850	86	50	8503	4258	635	50	21302	10776	717
475	1835	917	83	75	8803	4409	620	75	21822	10944	615
500	1974	987	81	1300	9110	4564	584	2100	22351	11318	512
525	2118	1059	77	25	9423	4722	556	25	22889	11598	373
550	2273	1136	73	50	9740	4881	525	50	23434	11882	232
575	2426	1213	70	75	10063	5044	492	75	23987	12171	087
600	0,02579	0,01289	1,99967	1400	0,10393	0,05211	1,99456	2200	0,24550	0,12466	1,96940
625	2742	1372	63	25	10730	5381	420	25	25125	12767	791
650	2912	1467	58	50	11073	5554	383	50	25712	13076	638
675	3085	1543	53	75	11422	5729	345	75	26307	13389	478
700	3263	1632	47	1500	11777	5909	305	2300	26913	13709	313
725	3449	1726	40	25	12139	6092	262	25	27528	14035	141
750	3635	1818	33	50	12506	6277	216	50	28152	14369	961
775	3829	1915	25	75	12879	6466	168	75	28786	14704	671
800	0,04028	0,02015	1,99916	1600	0,13260	0,06659	1,99117	2400	0,29430	0,15048	1,95573



XI.

Datos de tiro del fusil alemán, modelo de 1888, (Mauser-Mannlicher).



OR un método análogo al seguido en el problema anterior, calculamos en 1890 una tabla de tiro del fusil alemán, modelo de 1888; pero en este caso no tuvimos que rebuscar y sorprender datos numéricos, como nos sucedió después con el francés, sino que pudimos utilizar los que daba el reglamento de tiro (1), que eran flechas de trayectorias y datos de dispersión.

A continuación presentamos la tabla (2).

(1) Reproducidos por la *Revue militaire de l'Etranger*, Tomo XXXVI, pág. 267, núm. 738 y con más extensión por la *Rivista d'Artigleria e Genio*, Volume I del año 1890, pág. 450.

(2) Se publicó en la *Revista Científico-militar* de Barcelona. Tomo I de la 4.^a série, pág. 252, 15 de abril de 1890.

Debe observarse que los desvíos probables son la mitad de las zonas del 50 por 100 de los disparos.

Tabla de tiro del fusil alemán modelo de 1888.

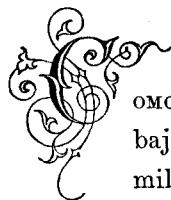
Distancias.....	Ángulos de elevación.		Ángulos de caída.		Posición del vértice de la trayectoria.		Espacio peligroso.		Derivación á la derecha.	Tiempo ó duración de la trayectoria.	Velocidad remanente tangencial.	Efectos del proyectil.				Probabilidad del tiro.					
	En grados.	Por sus tangentes trigonométricas.	En grados.	Por sus tangentes trigonométricas.	Abscisa.	Ordénada ó flecha.	Para un blanco de 1,70 m. de altura (infantería).	Para un blanco de 2,50 m. de altura (caballería).				Energía en kilográmetros.	Penetración.				Desvios probables en sentido			Rádío del círculo vertical que recibe el 50 por 100 de los disparos.	
													En mándera.	En tierra.	En mampostería de ladrillo.	En hierro forjado.	Lateral.	Vertical.	Longitudinal.		
																					Cm.
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	640	302,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
100	0° 4' 1/2	0,0013	0° 5'	0,0014	51,1	0,033	100	100	0,003	0,16	563,4	234,7	80	41	43	9,6	0,010	0,011	»	0,018	
200	0° 10'	0,0029	0° 12'	0,0034	104,7	0,16	200	200	0,014	0,35	495,1	181,2	66	47	35	8,1	0,022	0,029	»	0,047	
400	0° 24'	0,0070	0° 33' 1/2	0,0098	217,0	0,83	400	400	0,075	0,81	385,5	109,9	45	54	24	5,5	0,08	0,091	»	0,15	
600	0° 44'	0,0128	1° 10'	0,0203	336,3	2,46	111 (1)	600	0,45	1,54	319,5	75,5	32	41	17	4,3	0,12	0,174	9	0,26	
800	1° 10' 1/2	0,0205	1° 59'	0,0346	453,2	5,51	54	75,5 (2)	0,82	2,06	281,5	58,6	24	32	13	3,5	0,15	0,35	11	0,44	
1000	1° 43' 1/2	0,0301	3° 2'	0,0528	568,8	10,45	38	47,6	1,2	2,81	251,2	46,7	17	25	9	»	0,26	0,6	13	0,75	
1200	2° 23'	0,0416	4° 25'	0,0760	684,4	17,72	23	32,9	2,5	3,65	225,6	37,7	12	17	6	»	0,32	1,2	16	1,33	
1400	3° 11'	0,0556	6° 2'	0,1057	803,3	28,09	16,2	23,7	4,5	4,62	203,9	30,7	8	14	4	»	0,42	2,3	20	2,37	
1600	4° 7' 1/2	0,0721	8° 5'	0,1421	925,8	42,34	11,9	17,6	5,9	5,64	185,7	25,5	6	12	3	»	0,58	3,7	26	3,74	
1800	5° 14' 1/2	0,0917	10° 36'	0,1871	1050,3	61,63	9,1	13,4	9,0	6,85	170,1	21,4	5	10	»	»	0,71	5,9	32	5,64	
2000	6° 31'	0,1143	13° 28' 1/2	0,2395	1172,2	86,86	7,1	10,5	14,1	8,08	159,6	18,8	4	8	»	»	0,84	9,3	40	8,85	
2200	7° 58' 1/2	0,1401	16° 43'	0,3003	1294,7	119,26	5,7	8,3	19,6	9,42	150,9	16,8	3	7	»	»	1,06	14,2	49	13,33	
2400	9° 38' 1/2	0,1698	20° 22'	0,3712	1417,4	160,03	4,6	6,7	26,9	10,87	144,1	15,4	3	6	»	»	1,30	22,2	60	20,54	
2600	11° 32'	0,2041	24° 24'	0,4537	1540,3	211,10	3,8	5,5	40,3	12,44	139,1	14,3	2	6	»	»	1,50	»	70	»	
2800	13° 41'	0,2434	28° 46'	0,5491	1663,0	274,35	3,1	4,5	57,1	14,14	135,8	13,6	2	5	»	»	1,80	»	80	»	
3000	16° 7' 1/2	0,2891	33° 27'	0,6607	1786,1	352,61	2,6	3,8	81,2	15,97	134,2	13,3	2	5	»	»	2,08	»	91	»	
3500	24° 15' 1/2	0,4506	46° 38'	1,0587	2094,1	655,38	1,6	2,4	172,1	21,62	138,3	14,1	2	6	»	»	3,08	»	131	»	
3800	32°	0,6249	56° 6'	1,4883	2282,4	998,16	1,1	1,7	286,3	26,58	149,1	16,4	3	7	»	»	3,98	»	152	»	

(1) El espacio peligroso máximo para un blanco de 1^m,70 de altura, es de 526 metros.

(2) El espacio peligroso máximo para un blanco de 2^m,50 de altura, es de 608 metros.

XII.

Tabla de tiro del fusil de 7 milímetros, modelo de 1893, (Mauser español).



Como la Comisión de armas portátiles no ha ultimado sus trabajos en lo que se refiere á los datos balísticos del fusil de 7 milímetros, ó por lo menos no se ha publicado el resultado de sus estudios experimentales, hemos creído que podría tener algún interés la presentación de la tabla que hemos deducido de experiencias hechas en el extranjero con el mismo fusil.

Una comisión del ejército chileno, presidida por el general de división D. Estanislao del Canto (1), verificó en los meses de noviembre y diciembre de 1892 y enero de 1893 experiencias comparativas entre varios modelos de fusiles, como consecuencia de un concurso que anunció el ministro de Chile en París.

Presentaron armas al concurso:

- 1.º La *Société française des armes portatives*, dos fusiles Daudeteau, uno de $6\frac{1}{2}$ y otro de 6 milímetros.
- 2.º La casa *Ludwig Löwe, & Co.*, de Berlín, tres Mauser, uno de 7,65 milímetros (argentino), otro de 7 milímetros (español) y uno de 6,5 milímetros.
- 3.º La fábrica austriaca de Steyr, un Manlicher de $6\frac{1}{2}$ milímetros.

(1) Formaban además parte de la comisión el coronel de artillería Sr. Boonen Rivera, el teniente coronel de infantería D. Juan de Dios Vial y el sargento mayor de caballería Sr. Irrarazaval.

4.º La manufactura real holandesa de Maestricht, un Beaumont de $6\frac{1}{2}$ milímetros.

5.º El oficial belga Mr. Marga, su fusil de $6\frac{1}{2}$ milímetros.

Las experiencias se empezaron el 16 de noviembre en Saint-Denis, en el polígono de la fábrica Hotchkiss, y se continuaron en el tiro nacional de Bruselas y en el campo de Beverloo. Asistieron los oficiales españoles marqués de Mendigorria, teniente coronel de infantería, agregado militar en París, y conde del Serrallo, teniente coronel de artillería, agregado militar en Bruselas.

He aquí el resumen de los resultados de experiencia relativos al fusil Mauser de 7 milímetros (1).

Peso de la bala.	11,2	gramos.
Carga.	2,45	gr. de pólvora C/87.
Velocidad á 25 metros de la boca.	703,56	metros por 1''
Penetración en madera á 44 m. de distancia.	1,312	metros.
Ordenadas de la trayectoria cuyo alcance es	500	metros.

$$x = 100 \quad \quad y = 0,613$$

$$x = 200 \quad \quad y = 1,001$$

$$x = 300 \quad \quad y = 1,080$$

$$x = 400 \quad \quad y = 0,797$$

Desvíos medios á las distancias:

	Lateral.	Vertical.
$X = 250$ m.	5,0 cm.	4,1 cm.
$X = 500$ m.	7,2 cm.	11,1 cm.
$X = 1000$ m.	18,5 cm.	29,3 cm.

Con estos datos puede determinarse la tabla de tiro.

La velocidad inicial se determina tomando provisionalmente el coeficiente de forma $n = 1000$, por la fórmula [V] de Siacci (**B. A.**, página 29.) Conocidos

$X = 45$, $p = 0,0112$, $2R = 0,007$, $n = 1000$, $\delta = 1$, $\zeta = 1$, $u_1 = 703,56$, se obtiene

$$V = 743$$

(1) De un artículo *Les nouveaux fusils à répétition devant la commission chilienne*, por Mr. A. Hans, capitán de la artillería territorial francesa, (*Revue d'Artillerie*. Tomo 42, pág. 36).

Para hallar el valor exacto del coeficiente balístico C , nos valdremos de los valores conocidos de las ordenadas de la trayectoria de 500 metros. Con este objeto, de la fórmula [16] (**B. A.**, pág. 24), se puede deducir por el desarrollo en série convergente

$$y = x \operatorname{tg.} \varphi - A x^2 - B x^3 - C x^4$$

la cual, substituyendo los valores correlativos de x , y , da el sistema formado por las cuatro ecuaciones siguientes:

$$0,613 = \operatorname{tg.} \varphi - A - B - C$$

$$1,001 = 2 \operatorname{tg.} \varphi - 4 A - 8 B - 16 C$$

$$1,080 = 3 \operatorname{tg.} \varphi - 9 A - 27 B - 81 C$$

$$0,797 = 4 \operatorname{tg.} \varphi - 16 A - 64 B - 256 C$$

en que para los valores de x se ha tomado como unidad el hectómetro, con objeto de simplificar.

De las cuatro incógnitas $\operatorname{tg.} \varphi$, A , B , C , sólo la primera nos interesa conocer. Eliminaremos A , B , C , entre las cuatro ecuaciones y así obtendremos

$$8,277 = 12 \operatorname{tg.} \varphi$$

y volviendo á la expresión en metros en lugar de hectómetros

$$8,277 = 1200 \operatorname{tg.} \varphi$$

de la que se deduce

$$\operatorname{tg.} \varphi = 0,006897 \quad \text{ó} \quad \varphi = 23',71$$

Conocidos

$$\varphi = 0^\circ 23',71$$

$$X = 500$$

$$V = 743$$

se puede determinar el valor de C (**B. A.**, pág. 41),

$$C = 0,9545$$

y como

$$C = \frac{p}{n R^2} \dots n = 957,9.$$

Ahora como son conocidos V y C , es fácil calcular los datos de tiro para cada distancia; pero la velocidad inicial que se obtiene con el car-

tucho reglamentario en España no es 743, sino 710 metros $\times 1''$; por lo tanto, tomaremos este valor de V en vez del deducido de las experiencias chilenas. En cambio conservaremos $C = 0,9545$.

No detallamos el cálculo, porque su disposición es la misma ya conocida por el problema I, (pág. 13).

Para los datos de dispersión deduciremos los valores de h_1 y h_2 de las zonas de 50 por 100 experimentales, que son, multiplicando los desvíos medios por 1,69:

$$\begin{array}{r|l|l|l|l|l} X = 250 \text{ m.} & \varphi = 8',7 & \omega = 12',5 & Z_i = 0,084 & Z_v = 0,069 & Z_a = 19,8 \\ 500 \text{ m.} & 23',7 & 35',8 & 0,122 & 0,188 & 18,1 \\ 1000 \text{ m.} & 1^\circ 17',8 & 2^\circ 26',9 & 0,312 & 0,495 & 11,7 \end{array}$$

De los cuales se han deducido:

$$h_1 = 0,0320$$

$$h_2 = 0,0668$$

por un cálculo análogo al desarrollado en la página 34, suponiendo

$$V = 743.$$

Ahora tomando $V = 710$, los valores deducidos para h_1 y h_2 y los de φ que se han deducido anteriormente para cada distancia, se hace el cálculo de las zonas del 50 por 100 de impactos, como se ha visto en la página 35.

Así se ha deducido la tabla que sigue, á la que añadimos, como hemos hecho para el fusil Lebel, la que sirve para calcular las trayectorias (1).

(1) Calculadas en julio de 1895, y publicadas por primera vez en la *Revista Científico-militar* de Barcelona (año XXI, tomo II de la 5.ª série, pág. 507; 1.º septiembre de 1895); traducidas en la *Rivista d'Artiglieria e Genio* (año 1895, volume IV, pág. 92; octubre), y extractadas en la *Revue d'Artillerie* francesa (tomo 47, pág. 241; diciembre de 1895), como apéndice á la traducción hecha por el capitán A. Dirat del folleto del comandante de artillería D. José Boado, en que se describe nuestro fusil reglamentario.

No debe confundirse la tabla de la página 91 con la que en 1892 publicamos en la *Revista Científico-militar* (año XVIII, tomo III de la 4.ª série, pág. 705; 1.º diciembre de 1892), la cual era sólo un avance con los primeros datos conocidos, después de modificados.

El fusil Mauser de 7 milímetros, semejante al nuestro, ha sido adoptado, no solamente por el ejército chileno, sino también por los del Brasil y Méjico.

Tabla de tiro del fusil Mauser español de 7 milímetros, modelo de 1893.

Distancias.	Ángulos			Tiempos ó duración de las trayectorias.	Elementos del vértice de la trayectoria.			Espacios batidos		Velocidad remanente tangencial.	Energía total del proyectil en el punto de caída.	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido	
	de elevación.	de caída			Abscisa.	Ordenada.	Velocidad horizontal.	para infantería.	para caballería.			lateral.	vertical.
		en grados, minutos y segundos.	expresados por sus tangentes trigonométricas.					— altura 1,80 mts.	— altura 2,70 mts.				
— metros.	—	—	—	— segundos.	— metros.	— metros.	m. × 1 ^o	— metros.	— metros.	m. × 1 ^o	— kilogramts.	— metros.	— metros.
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	710	287,9	—	—
50	1' 46"	1' 51"	0,0005	0,07	26,5	0,008	687,7	50	50	669,0	255,6	0,008	0,008
100	3' 10"	4' 7"	0,0012	0,15	51,6	0,025	673,3	100	100	630,2	226,8	0,015	0,019
200	7' 33"	9' 51"	0,0029	0,31	101,9	0,128	628,7	200	200	557,4	177,4	0,035	0,046
400	19' 34"	26' 25"	0,0077	0,73	220,5	0,706	543,2	400	400	435,4	108,2	0,092	0,124
600	35' 5"	55' 38"	0,0162	1,24	334,9	1,936	471,0	113,1	600	349,7	69,8	0,16	0,26
800	56' 47"	1° 39' 16"	0,0289	1,55	458,4	4,438	406,3	62,5	94,0	300,7	51,6	0,27	0,47
1000	1° 24' 44"	2° 35' 33"	0,0453	2,26	578,4	8,698	357,7	39,8	59,7	267,0	40,7	0,40	0,73
1200	1° 59' 14"	3° 47' 22"	0,0662	3,05	694,7	15,08	323,4	27,2	40,8	238,8	32,6	0,56	1,07
1400	2° 43' 55"	5° 15' 15"	0,0919	3,94	821,3	25,07	296,7	19,6	29,4	214,9	26,4	0,77	1,48
1600	3° 32' 42"	7° 12' 18"	0,1264	4,95	937,6	37,52	276,7	14,2	21,4	194,5	21,6	1,00	2,02
1800	4° 29' 36"	9° 30' 7"	0,1674	6,02	1049,7	53,90	258,4	10,8	16,1	177,8	18,1	1,26	2,66
2000	5° 38' 53"	12° 17' 57"	0,2180	7,80	1183,0	76,70	240,7	8,2	12,4	163,5	15,3	1,59	3,44
2500	9° 31' 59"	21° 50' 6"	0,4007	10,81	1506,3	169,0	203,0	4,5	6,7	136,5	10,6	—	—
3000	15° 19' 31"	35° 49' 37"	0,7219	15,59	1832,8	342,6	173,3	2,5	3,7	122,1	8,5	—	—
3880	32°	64° 55' 22"	2,1370	29,45	2259,0	831,8	136,0	—	—	137,7	10,8	—	—

TABLA para el cálculo de las trayectorias del fusil Mauser de 7 milímetros, modelo de 1893.

x	$\text{tg. } \varphi_x$	$\text{sen. } 2\varphi_x$	$\frac{1}{2\cos.^2\varphi_x}$	x	$\text{tg. } \varphi_x$	$\text{sen. } 2\varphi_x$	$\frac{1}{2\cos.^2\varphi_x}$	x	$\text{tg. } \varphi_x$	$\text{sen. } 2\varphi_x$	$\frac{1}{2\cos.^2\varphi_x}$	x	$\text{tg. } \varphi_x$	$\text{sen. } 2\varphi_x$	$\frac{1}{2\cos.^2\varphi_x}$
0	—	—	—	650	0,0116	0,02324	0,5001	1300	0,0405	0,08078	0,5008	1950	0,0924	0,18321	0,5042
50	0,0005	0,00102	0,5000	700	0,0131	0,02626	0,5001	1350	0,0439	0,08763	0,5010	2000	0,0989	0,19588	0,5049
100	0,0009	0,00184	0,5000	750	0,0148	0,02953	0,5001	1400	0,0477	0,09521	0,5012	2050	0,1047	0,20711	0,5055
150	0,0014	0,00290	0,5000	800	0,0166	0,03302	0,5002	1450	0,0509	0,10160	0,5013	2100	0,1103	0,21797	0,5061
200	0,0022	0,00439	0,5000	850	0,0184	0,03673	0,5002	1500	0,0539	0,10745	0,5015	2150	0,1160	0,22893	0,5067
250	0,0030	0,00590	0,5000	900	0,0203	0,04067	0,5002	1550	0,0577	0,11497	0,5017	2200	0,1229	0,24222	0,5075
300	0,0038	0,00758	0,5000	950	0,0224	0,04485	0,5002	1600	0,0620	0,12342	0,5019	2250	0,1296	0,25496	0,5084
350	0,0047	0,00942	0,5000	1000	0,0247	0,04927	0,5003	1650	0,0658	0,13114	0,5021	2300	0,1366	0,26810	0,5092
400	0,0057	0,01139	0,5000	1050	0,0270	0,05394	0,5003	1700	0,0696	0,13867	0,5024	2350	0,1441	0,28241	0,5104
450	0,0066	0,01321	0,5000	1100	0,0295	0,05886	0,5004	1750	0,0740	0,14715	0,5028	2400	0,1523	0,29764	0,5115
500	0,0077	0,01532	0,5000	1150	0,0321	0,06398	0,5005	1800	0,0786	0,15621	0,5031	2450	0,1601	0,31212	0,5129
550	0,0089	0,01770	0,5000	1200	0,0347	0,06931	0,5006	1850	0,0828	0,16447	0,5034	2500	0,1679	0,32666	0,5141
600	0,0102	0,02041	0,5000	1250	0,0375	0,07492	0,5007	1900	0,0864	0,17238	0,5037	2550	0,1766	0,34244	0,5156
650	0,0116	0,02324	0,5001	1300	0,0405	0,08078	0,5008	1950	0,0924	0,18321	0,5042	2600	0,1855	0,35874	0,5172

XIII.



PARA dar un ejemplo relativo al tiro de metralla, cuya importancia, no del todo perdida en los combates campales, se conserva íntegra en la defensa de las plazas y posiciones fortificadas, elegiremos cinco piezas distintas.

1.º El cañón de campaña de 8 centímetros de bronce comprimido de retrocarga, que constituye el armamento de muchas de nuestras baterías de campaña, disparando con la carga normal el bote de metralla modelo de 1884.

2.º El cañón de campaña de 9 centímetros, también de bronce comprimido y de retrocarga, que forma también la dotación de las baterías montadas de varios regimientos de artillería de campaña, disparando el bote de metralla modelo de 1884.

3.º El cañón liso de bronce de 15 centímetros (antiguo cañón de 24), que forma aún parte relativamente importante del armamento de varias de nuestras plazas, que arroja metralla muy gruesa (granos de 13 onzas) y es pieza muy propia para batir avenidas importantes y defenderse contra un desembarco, cuando no se tienen piezas modernas que la substituyan.

4.º El obús liso de bronce de 16 centímetros corto (antiguo de 7 pulgadas), que es pieza aún muy propia para el flanqueo de fosos y dispara metralla del mismo grueso que el cañón de 15, aunque en menor cantidad.

5.º El cañón Gruson de tiro rápido de 53 milímetros de 30 calibres de largo, pieza de campaña ligera, que algunos han propuesto para el armamento de las baterías á caballo y otros para el de las plazas como cañón móvil, para el flanqueo de fosos, ó para rechazar los asaltos, situado al descubierto ó en cúpula-eclipse. El autor de esta memoria lo vió tirar en el polígono de Tangerhütte, en la mañana del día 23 de septiembre de 1890 (1).

En el cuadro siguiente se ve en primer lugar la colección de datos relativos á las piezas, los botes de metralla y las cargas y después el cálculo ordenado: 1.º, de la velocidad inicial media de los balines; 2.º, de la dispersión proporcional y ángulo de dispersión; 3.º, de la velocidad remanente mínima del balín para que sea mortífero, es decir, para que atravesase un tablón de pino de $2\frac{1}{2}$ centímetros de grueso; y 4.º, de la distancia máxima, es decir, de la distancia á que se obtiene dicha velocidad mínima. (B. A., pág. 148.)

(1) EXPERIENCIAS DEL GRUSONWERK.—Madrid, 1891. (Forma parte del *Memorial*, tomo de 1890.)

	C. Bc. 8	C. Bc. 9	C. B. L. 15	0. B. L. 16 cr.	C. t. r. 51 L/30
Calibre 2 R » m.	0,0785	0,087	0,1528	0,167	0,053
Capacidad cúbica del ánima U » dm. ³	8,13	10,31	49,4	12,64	3,23
Peso del bote p » kg.	3,425	5,685	18	12	1,88
Carga de proyección μ » kg.	1,25	1,5	3,68	0,862	0,120
Clase de pólvora.	6/10 mm.	6/10 mm.	2 ½ mm.	2 ½ mm.	0,89. 1 ½ mm.
Peso de un balín p' » kg.	0,035	0,035	0,373	0,373	0,019
Su diámetro 2 R' » m.	0,021	0,021	0,0464	0,0464	0,015
Número de balines N	48	91	42	28	87
Longitud de ánima l » m.	1,854	1,880	3,096	0,69	1,433
log. K	2,5824	2,5824	2,6572	2,6572	2,9206
log. μ ^{0,6}	0,0581	0,1057	0,3395	1,9613	1,4475
log. U ^{0,22}	0,2002	0,2229	0,3726	0,1424	0,1120
log. p ^{-0,43}	1,7701	1,6755	1,4602	1,5359	1,8821
(a = 20 R) » log. a ⁻¹	0,1051	0,0605	1,8159	1,7773	0,2757
log. V	2,7159	2,6470	2,6454	2,1741	2,6379
V	519,9	443,6	442,0	149,3	434,4
Velocidad inicial media $\frac{2}{3} V$	346	296	295	100	289
log. H	2,6263	2,6263	2,6263	2,6263	2,6263
log. N ^{1/5}	0,5604	0,6530	0,5411	0,4824	0,6465
log. (2 R) ^{1/2}	1,4474	1,4697	1,5920	1,6113	1,3621
log. t ^{-1/2}	1,8660	1,8629	1,7546	0,0806	1,9219
log. d	2,5001	2,6119	2,5140	2,8006	2,5568
Dispersión proporcional d	0,0316	0,0409	0,0327	0,0632	0,0360
Angulo de dispersión ε	1° 49'	2° 21'	1° 53'	3° 37'	2° 4'
(Con referencia al balín) $\frac{p'}{1000 \cdot R'^2} = C$	0,318	0,318	0,692	0,692	0,338
s=0,025 » γ ₁ =0,996 (madera de pino) » $\frac{s}{\gamma_1 C} = A$	0,08	0,08	0,037	0,037	0,0755
Tabla K (Velocidad remanente mínima del proyectil mortífero.)	63,5	63,5	42,2	42,2	61,5
Tabla D (B. A., pág. 172.) D _{VII} (V _I)	3244,1	3244,1	4074,0	4074,0	3218,9
D _{VII} (V)	574,6	692,9	695,6	2357,3	712,7
D _{VII} (V _I) - D _{VII} (V)	2669,5	2551,2	3378,4	1716,7	2506,2
Distancia máxima á la cual el balín es mortífero.	851	812	2335	1185	847

Examinando los resultados obtenidos, se ve que las distancias á partir de las cuales deja de ser mortífera la metralla, es decir, dejan los balines de atravesar un tablón de pino de 25 milímetros de grueso, son:

- Para el cañón de 8 centímetros Bc. 851 metros.
- Id. id. de 9 id. Bc. 812 id.
- Id. id. de 15 id. liso. 2335 id.
- Id. obús de 16 id. liso corto. . . . 1185 id.
- Id. el cañón de tiro rápido de 53 milímetros. . . 847 id.

Este resultado, tan favorable, en apariencia, á las dos piezas lisas, es debido al gran tamaño de sus balines de 2 pulgadas de diámetro y 13 onzas de peso.

Hemos dicho *en apariencia*, porque falta saber en qué condiciones de tiro se podrá verificar el disparo de la metralla á las distancias que quedan indicadas, y si el ángulo de caída será suficiente para que los balines reboten y puedan producir buen efecto.

Para ello, en el cuadro siguiente damos hecho el cálculo del ángulo de proyección φ , ángulo de caída ω y velocidad tangencial V_1 para la trayectoria media calculada para las distancias máximas y para las que puede esperarse que sean eficaces, como son 500 metros para las tres piezas de campaña, 800 metros para el cañón liso de 15 centímetros y 300 metros para el obús corto.

El cálculo está hecho por los logaritmos balísticos de Chapel, pero determinando previamente la pseudo-velocidad remanente por la tabla **D** (columna VII correspondiente á proyectiles esféricos) y deduciendo del factor $C_1 = \frac{u}{V}$, los A y B .

También se ha calculado el incremento en el alcance (aditivo y subtractivo) que corresponde al ángulo de dispersión de la metralla, por cuyo medio se ha determinado la dispersión en sentido de la profundidad y también en sentido vertical, y la dispersión lateral multiplicando la proporcional por el alcance.

		C. Bc. 8		C. Bc. 9		C. B. L. 15		O. B. L. 16 cr.		C. tr. 53 l/30.	
Tabla D (B. A., pág. 172.)	$\frac{p}{1000 R^2} = C$	0,318	0,318	0,318	0,318	0,692	0,692	0,692	0,692	0,338	0,338
	$\frac{X}{C}$	851	500	812	500	2335	800	1185	900	847	500
	$\alpha = \frac{X}{C}$	2669,5	1571	2251,2	1571	3378,4	1155	1716,7	434	2506,2	1478
	$D_{VII} (V)$	574,6	574,6	692,9	692,9	695,6	695,6	2357,3	2357,3	712,7	712,7
	$D_{VII} (u)$	3244,1	2145,6	3244,1	2263,9	4074,0	1850,6	4074,0	2791,3	3218,9	2190,7
	u	63,5	111,1	63,5	104,8	42,2	130,3	42,2	80,0	61,5	108,6
	$\log. u$	1,8028	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	$\log. V$	2,5391	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	$\log. \left(C_1 = \frac{u}{V} \right)$	1,2637	1,5066	1,3315	1,5491	1,1555	1,6451	1,6253	1,9031	1,3280	1,5749
	Tabla F (B. A., pág. 301.)	$\log. A$	1,8525	1,4903	1,7453	1,4341	2,0318	1,3154	1,3387	1,0622	1,7508
$\log. X$		2,9299	"	"	"	"	"	"	"	"	"
$\log. \frac{1}{V^2}$		6,9218	"	"	"	"	"	"	"	"	"
$\log. \text{sen. } 2\varphi$		1,7042	1,1111	1,7123	1,1905	0,4605	1,2789	0,4124	1,5393	1,7569	1,1782
Tabla F (B. A., pág. 301.)	φ	15°12'	3°43'	15°16'	4°28'	imposible	5°29'	imposible	10° 8'	17°25'	4°20'
	$\log. B$	0,3646	0,2830	0,3458	0,2647	"	0,2179	"	0,0642	0,3469	0,2527
	$\log. \text{tg. } \varphi$	1,4341	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	$\log. \text{tg. } \omega$	1,7987	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	ω	32°10'	7° 6'	31°11'	8° 11'	"	9° 1'	"	11°43'	34°53'	7° 43'
	$\log. u$	1,8028	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	$\log. \text{cos. } \varphi$	1,9845	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	$\log. \text{sec. } \omega$	0,0724	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	$\log. V_1$	1,8597	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	V_1	72,4	111,7	71,6	103,5	"	131,3	"	80,4	71,5	109,3
$\Delta \varphi = \frac{1}{2} \delta$	0° 54'	0° 54'	1° 10'	1° 10'	"	0° 56'	"	1° 48'	1° 2'	1° 2'	
$\log. \left(\frac{1}{B} = \frac{\text{tg. } \varphi}{\text{tg. } \omega} \right)$		1,6354	"	"	"	"	"	"	"	"	
	$\log. 2$	0,3010	"	"	"	"	"	"	"	"	
	$\log. \Delta \varphi$	2,1962	"	"	"	"	"	"	"	"	
	$\log. \text{cot. } 2\varphi$	0,2316	"	"	"	"	"	"	"	"	
$\log. \left[\Delta X = \frac{2 \text{tg. } \varphi}{\text{tg. } \omega} \cdot \frac{\Delta \varphi}{\text{tg. } 2\varphi} X \right]$	$\log. X$	2,9299	"	"	"	"	"	"	"	"	
	ΔX	1,2941	"	"	"	"	"	"	"	"	
Ancho de la zona en la que caen balines. } Dispersión lateral. } Dispersión vertical. }	ΔX	19,7	62,8	25,3	70,5	"	81,4	"	44,1	19,7	66,1
	$2 \Delta X$	39,4	135,6	50,6	141,0	"	162,8	"	88,2	39,4	132,2
		27,1	15,8	33,3	20,4	"	26,2	"	19,0	30,5	18,0
		24,8	16,8	30,6	20,3	"	25,7	"	18,3	27,5	17,9

Como habíamos previsto, el tiro del cañón de 15 centímetros á 2335 metros y el del obús de 16 centímetros á 1185 metros, es no ya ineficaz, sino imposible, pues el coeficiente balístico de los balines es demasiado pequeño para que puedan obtenerse alcances tan grandes con las velocidades medias que se han calculado.

El tiro á distancia máxima (851, 812 y 847 metros) para los dos cañones de campaña y el de tiro rápido, es posible; pero habría que hacerlo con un ángulo de elevación exagerado, y lo que es peor, con ángulos de caída comprendidos entre 31° y 35° , que no dejarían rebotar los balines, y darían una dispersión en profundidad insuficiente.

En cambio, á las distancias de 500 metros para los cañones de campaña, de 800 para el liso de 15 y de 300 para el obús, las condiciones son las siguientes:

PIEZAS.	Dis- tancia. — metros.	Angulo de pro- yección	Angulo de caída.	Velocidad rema- nente media de los balines. — m. por 1"	Dispersión		
					En pro- fundi- dad. — metros.	La- teral. — metros.	Ver- tical. — metros.
Cañón Bc. 8 cm. retr.	500	3° 43'	7° 6'	111,7	135,6	15,8	16,8
Cañón Bc. 9 cm. rotr.	500	4° 28'	8° 11'	105,5	141,0	20,4	20,3
Cañón B. L. 15 cm.	800	5° 29'	9° 1'	131,3	162,8	26,2	25,7
Obús B. L. 16 cm. cr.	300	10° 8'	11° 43'	80,4	88,2	19,0	18,3
Cañón tiro rápido 53 mm. I./30.	500	4° 20'	7° 43'	109,3	132,2	18,0	17,9

Los ángulos de caída son favorables al rebote, puesto que éste se verifica por ángulos de incidencia de 8° á 10° . Los rebotes de los balines aumentarán la profundidad de la zona en que es eficaz el tiro de metralla.

Si se admite que se reciba el tiro en un telón vertical colocado á las distancias expresadas en la tabla anterior, y que los balines se distribuyan uniformemente en una elipse cuyos dos ejes sean la dispersión lateral y la vertical, podremos formar el cuadro siguiente:

PIEZAS.	Dis- tancias. — metros.	Número de balines que contiene el bote de metralla	Dispersión		Area de la elipse de dispersión. — metros ² .	Corres- ponde un balín para una su- perficie. — metros ² .
			Lateral.	Vertical.		
			— metros.	— metros		
Cañón Bc. 8 cm. retr.	500	48	15,8	16,8	209	4,36
Cañón Bc. 9 cm. retr.	500	91	20,4	20,3	320	3,52
Cañón B. L. 15 cm.	800	42	26,2	25,7	590	14,02
Obús B. L. 16 cm. cr.	300	28	19,0	18,3	272	9,72
Cañón tiro rápido 53 mm. L/30.	500	87	18,0	17,9	250	2,88

Generalmente se considera eficaz la metralla cuando da un balín por cada 10 m.², y por lo tanto puede decirse que el obús á 300 metros está en el límite de eficacia, que los tres cañones ligeros á 500 metros la tienen muy buena, especialmente el de tiro rápido, y que la del cañón de 15 á 800 metros es inferior á la necesaria.

Para las tres piezas ligeras, tirando á las distancias máximas, los resultados serían los que se expresan á continuación:

PIEZAS.	Dis- tancias. — metros.	Número de balines que contiene el bote de metralla	Dispersión		Area de la elipse de dispersión. — metros ² .	Corres- ponde un balín para una su- perficie. — metros ² .
			Lateral.	Vertical.		
			— metros.	— metros.		
Cañón Bc. 8 cm. retr.	851	48	27,1	24,8	526	10,95
Cañón Bc. 9 cm. retr.	812	91	33,3	30,6	802	8,82
Cañón tiro rápido 53 mm. L/30.	847	87	30,5	27,5	658	7,55

Sólo el cañón de 8 centímetros tiene una dispersión un poco excesiva; pero los otros dos la conservan muy eficaz, aunque ya hemos dicho que las distancias son demasiado grandes, pues los balines no rebotarán, disminuyendo así considerablemente su efecto.

Los balines de metralla conservan á 800 metros, disparados por el cañón de 15 centímetros, y á 300 por el obús de 16 centímetros, energías que son respectivamente de 329 y 123 kilogrametros, las cuales serán muy suficientes para perforar en el primer caso las bordas de las em-

;

barcaciones menores de madera (caso de un desembarco) y en el segundo para romper las escalas de asalto (flanqueo de fosos). Esta circunstancia autoriza el empleo de metralla tan gruesa, pues si se tratase sólo de producir efecto contra tropas, bastarían los balines de hierro fundido de 35 gramos (como los de los cañones de campaña) ó de plomo endurecido de 19 gramos, que emplea el cañón de tiro rápido.

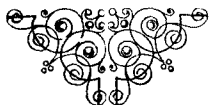
El problema del tiro de metralla puede también resolverse en otra forma. Tal es, determinar la distancia máxima á la que los balines rebotan. En este caso los datos son: el ángulo de caída determinado con esta condición, la velocidad inicial de los balines y su coeficiente balístico.

Sabiendo que los balines rebotan bajo un ángulo de 8° en la tierra y de 5° en el agua, podremos resolver el problema en la forma que se ve á continuación, empleando los factores balísticos de la ley cúbica (Chapel, tabla **F**) (1).

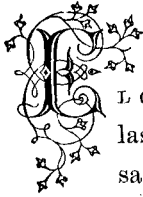
		C. Bc. 8	C. Bc. 9	C. B. L. 15		O. L. 16. cr.	C. t. r. 53 l/30
Proyectiles esféri- cos ($n = 1600$)	ω	8°	8°	8°	5°	8°	8°
	V	346	296	295	295	100	289
$\lambda = \frac{p}{n R^2}$	$\frac{p}{n R^2}$	0,199	0,199	0,432	0,432	0,432	0,211
	$\frac{K(v)}{v}$	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
	$\log. \frac{K(v)}{v}$	$\bar{6},3979$	$\bar{6},3979$	$\bar{6},3979$	$\bar{6},3979$	$\bar{6},3979$	$\bar{6},3979$
	$\log. \frac{p}{n R^2}$	0,7011	0,7011	0,3645	0,3645	0,3645	0,6757
	$\log. V^3$	$\bar{7},6173$	$\bar{7},4139$	$\bar{7},4094$	$\bar{7},4094$	6,0000	$\bar{7},3827$
	$\log. \text{sen. } 2\omega$	$\bar{1},4403$	$\bar{1},4403$	$\bar{1},4403$	$\bar{1},2397$	$\bar{1},4403$	$\bar{1},4403$
	$\log. M$	2,1566	1,9532	1,6121	1,4115	0,2027	1,8966
Tabla F (Chapel). (B. A., pág. 305.)	$\log. K$	1,8050	1,6950	1,5220	1,4290	1,0670	1,6650
	$\log. \frac{1}{K}$	$\bar{2},1950$	$\bar{2},3050$	$\bar{2},4780$	$\bar{2},5710$	$\bar{2},9330$	$\bar{2},3350$
	$\log. V^2$	5,0782	4,9426	4,9396	4,9396	4,0000	4,9218
	$\log. \text{sen. } 2\omega$	$\bar{1},4403$	$\bar{1},4403$	$\bar{1},4403$	$\bar{1},2397$	$\bar{1},4403$	$\bar{1},4403$
	$\log. \frac{X}{X}$	2,7135	2,6879	2,8579	2,7503	2,3733	2,6971
	X	517	487	721	563	236	498

(1) El empleo de este método, tanto en este caso como en el anterior, no es voluntario, sino que resulta de la imposibilidad de aplicar las tablas á doble entrada *Z*, porque éstas no tienen suficiente extensión. Precisamente la que dimos á la tabla **F** tiene por objeto que supla las deficiencias de los otros métodos en estos casos extremos, como el actual, en que el coeficiente balístico es muy pequeño y la distancia relativamente grande.

Fácil sería ahora determinar, para las distancias encontradas, el ángulo de proyección, la velocidad remanente y la dispersión en los tres sentidos, del mismo modo que antes se ha hecho y apreciar así la eficacia de la metralla en las condiciones supuestas.



XIV.



El célebre ingeniero Carnot, al fundar su sistema de defensa de las plazas en el empleo combinado de los fuegos curvos y las salidas, expuso una teoría suya sobre la eficacia de los fuegos curvos, que ha sido muy discutida.

Proponía Carnot (1) emplear el mortero de 12 pulgadas (en medida francesa, es el mismo nuestro de 14, hoy de 32 centímetros) para arrojar, en vez de bombas, una metralla de balas de hierro batido de un cuarterón de libra cada una, cargando el mortero con 600 de estas balas á cada disparo.

Como una de las razones que se han alegado contra la teoría de Carnot es que dichas balas no bastan para poner á un hombre fuera de combate, creemos que puede ser curioso someter la cuestión al cálculo balístico.

Determinemos, en primer lugar, la dispersión por la fórmula de Hélie (B. A., pág. 149, [γ]):

$$d = 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \phi = H \frac{\sqrt[3]{N} \sqrt{a}}{\sqrt{l}}$$
$$\log. [H = 0,0423] = \bar{2},6263$$
$$\log. \sqrt[3]{N} [N = 600] = 0,9261$$
$$\log. \sqrt{a} [a = 0,325] = \bar{1},7559$$
$$\log. \frac{1}{\sqrt{l}} [l = 0,699] = \underline{0,0778}$$

(1) DE LA DÉFENSE DES PLACES FORTES, ouvrage composé par ordre de Sa Majesté Impériale et Royale pour l'instruction des élèves du Corps du Génie, par M. CARNOT, Membre de la Légion d'Honneur, &c.—Troisième édition. Paris (M^{me} V. Courcier) 1812.—Tomo en 4.^o mayor.

La teoría relativa al empleo de los fuegos curvos en la defensa de las plazas está expuesta en las páginas 317 y siguientes. Puede verse resumida en la obra de Zastrow: *Histoire de la fortification permanente* (edición francesa de 1866), pág. 227 del tomo II.

$$\log. d = \bar{1},3861 \quad d = 0,233$$

$$\log. 2 = \underline{0,3010}$$

$$\log. \operatorname{tg.} \frac{1}{2} \phi = \bar{1},0851$$

$$\Delta \varphi = \frac{1}{2} \phi = 6^{\circ} 56'$$

$$\phi = 13^{\circ} 52'$$

La bala de hierro forjado de un cuarterón de libra (francesa) tendrá un diámetro de 31,1 milímetros y un peso de 122,6 gramos.

Calculado el coeficiente balístico y el q para el empleo de las tablas de Otto (tablas **G**), con los valores auxiliares de $2q$, $\frac{q}{g}$ y \sqrt{gq} se ha desarrollado el cálculo.

A pesar de que Carnot supone que se empleará el ángulo de proyección de 45° , hemos hecho el cálculo para éste y para el de 60° , que parece más favorable para un tiro de dispersión como el de que se trata. Las distancias que hemos supuesto han sido dos: 200 metros y 350 metros. La primera corresponde á la que hay en los planos de Carnot desde las casamatas de morteros, aplicadas al sistema de Vauban, hasta el lugar que corresponde á la tercera paralela; la segunda es también la distancia de las casamatas de morteros á la paralela que domina al glá-sis en contrapendiente, en el primer sistema de Carnot.

Véase el cálculo desarrollado en el cuadro siguiente; todas las operaciones están hechas por medio de la regla logarítmica, que ofrece una aproximación suficiente para las necesidades del problema y es de uso muy expedito.

		$\varphi = 45^\circ$		$\varphi = 60^\circ$		
$p = 0,1226$	$R = 0,0155$	X	200	350	200	350
		$2gX$	0,552	0,966	0,552	0,966
$C = \frac{p}{1000R^2} = 0,508$	Tabla G (B. A., págs. 342 y 348.)	$\frac{qV^2}{g}$	0,348	0,737	0,426	0,963
$\frac{1}{C} = 1,97.$		$\frac{q}{V^2}$	2470	5210	3020	6820
		V	49,7	72,3	55,0	82,7
		$\frac{V_1}{V}$	0,809	0,692	0,807	0,680
$q = \frac{K(v)}{C} = 0,0007 \times 1,97 = 0,00138$		V_1	40,2	50,2	44,4	56,6
		ω	50° 47'	55° 07'	65° 31'	69° 26'
$2g = 0,00276$	$\frac{q}{g} = 0,000141$	$t_1 \sqrt{gq}$	0,781	1,071	1,035	1,432
		t_1	6,7	9,2	8,9	12,3
$\sqrt{gq} = 0,1162$		$\frac{Y}{X}$	0,276	0,298	0,487	0,533
		$\frac{Y}{Y}$	55,2	104,2	97,5	186,7
(Tabla K),	$A = \log. \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{V_1}{100} \right)^2 \right]$		0,033	0,051	0,041	0,064
		$\frac{C}{C}$	0,508	"	"	"
		$\frac{\gamma'}{\gamma'}$	0,996	"	"	"
	$s = \gamma' A C$		0,017	0,026	0,021	0,032
		$\frac{V^2}{V^2}$	0,629	0,762	0,772	0,997
		$\frac{2gX}{\text{sen. } 2\varphi}$	1	1	0,866	0,866
Valor constante para pequeñas variaciones de φ	$\left\{ \frac{V^2 \text{ sen. } 2\varphi}{2gX} \right.$		0,629	0,762	0,668	0,863
	$\varphi' = \varphi + \Delta\varphi$		51° 56'	51° 56'	66° 56'	66° 56'
	$\varphi'' = \varphi - \Delta\varphi$		38° 4'	38° 4'	53° 4'	53° 4'
	$\text{sen. } 2\varphi'$		0,9708	0,9708	0,7210	0,7210
	$\text{sen. } 2\varphi''$		0,9708	0,9708	0,9606	0,9606
	para φ'	$\frac{V^2}{2gX}$	0,648	0,785	0,926	1,197
	para φ''	$\frac{V^2}{2gX}$	0,648	0,785	0,695	0,898
Para el mismo valor de V, X	es inversamente proporcional á $\frac{V^2}{2gX}$, por lo tanto:	para $\varphi' X$	194	340	167	292
		para $\varphi'' X$	194	340	222	389
	Dispersión longitudinal.		6	10	55	97
	Dispersión lateral $[0,243 \times X]$		48,6	85	48,6	85
	Área de la elipse de dispersión m^2		228	668	2100	6480
	Una bala en una superficie de m^2		0,38	1,11	3,5	10,8

Determinada en primer lugar la velocidad inicial, de ella se ha deducido la remanente; se han calculado también el ángulo de caída, la duración de la trayectoria y la ordenada máxima. De la velocidad remanente se ha deducido la penetración en madera de pino, que ha resultado ser de un mínimo de 17 milímetros y de un máximo de 32 milímetros. El efecto mortífero no es, pues, de mucha consideración, como se había previsto, pero tampoco es despreciable como habían indicado sir Howard Douglas y Laurillard-Fallot.

Para calcular la dispersión longitudinal, en vista de que $\Delta \varphi = 6^\circ 56'$, valor excesivo para poder aplicar las fórmulas relativas al incremento de alcance, se han calculado directamente los alcances por los ángulos máximo y mínimo, valiéndose de la propiedad de que la fracción

$$\frac{V^2 \text{sen. } 2\varphi}{2gX}$$

es constante para pequeñas variaciones de φ . En el vacío lo es en absoluto, como ya sabemos (**B. A.**, pág. 9). La dispersión resulta muy aceptable, sobre todo para el ángulo de 60° .

Falta ahora sólo saber la carga que debe emplearse en el mortero de 32 centímetros para obtener las velocidades iniciales calculadas. El cálculo se ha hecho suponiendo que se emplee la pólvora de $2 \frac{1}{2}$ milímetros (1869), por medio de la fórmula

$$\mu = \left(\frac{V}{K} \frac{ap^{0,43}}{u^{0,22}} \right)^{\frac{10}{6}}$$

deducida de la fórmula [6] que hemos propuesto. (**B. A.**, cap. XII, página 97.)

El resumen de todos los datos calculados se encuentra en el cuadro siguiente:

DATOS sobre el tiro del mortero liso de 32 centímetros, suponiendo que á cada disparo arroje 600 balas esféricas de hierro forjado, de un cuarterón (122,6 gramos) de peso (sistema de fuegos curvos de Carnot).

Distancias. — metros.	Angulos de proyección.	Cargas. — Polvora. 24 mm.	Velocidades iniciales.	Velocidades remanentes.	Penetración de la bala en madera de pino.	Angulos de caída.	Duración de la trayectoria.	Ordenada máxima de la trayectoria.	Dispersión de las balas en sentido longitudinal	Dispersión de las balas en sentido lateral	Cae una bala en una superficie horizontal de
—	—	— kilógs.	m. \times 1 ^o	m. \times 1 ^o	— mm.	—	— segts.	— metros.	— metros.	— metros.	m.²
200	45°	1,756	49,7	40,2	17	50° 47'	6,7	55,2	6	48,6	0,38
350	45°	3,279	72,3	50,0	26	55° 7'	9,2	104,2	10	85,0	1,11
200	60°	2,081	55,0	44,4	21	65° 31'	8,9	97,5	55	48,6	3,5
350	60°	4,104	82,7	56,3	32	69° 26'	12,3	186,7	97	85,0	10,8



XV.

Cálculo del tiro de shrapnel.

HACIENDO aplicación de las fórmulas dadas en el capítulo XVI, (B. A.), presentaremos el cálculo del efecto que puede esperarse del shrapnel disparado por el cañón de costa Ordóñez de 21 centímetros H. S. E., modelo de 1891, á las distancias de 3 y 4 kilómetros.

Los datos de este proyectil son:

Peso	95 kg.	$\log. \left(C = \frac{p}{1000 R^2} \right) = 0,9353$ $\log. \frac{1}{C} = \bar{1},0647$ $\frac{1}{C} = 0,116$
Carga explosiva.. .	1,7 kg.	
Número de balines.	670	
Peso de un balín..	20,5 gr.	
Diámetro.	17,5 mm.	

Siendo la velocidad inicial del proyectil ordinario de 130 kilogramos de 520 metros por segundo, la del shrapnel será (B. A., pág. 97):

$$V = 520 \left(\frac{130}{95} \right)^{0,43} = 595$$

Con estos datos, empezaremos por calcular el ángulo de proyección para las dos distancias, y por los métodos ya repetidamente conocidos, obtendremos:

$$X = 3000. \varphi = 3^{\circ} 14' \frac{1}{2}$$

$$X = 4000. \varphi = 4^{\circ} 51'$$

Suponiendo intervalos de explosión de 50, 100, 200 y 300 metros, calcularemos para cada uno de estos puntos la ordenada, la inclinación y la velocidad tangencial, que llamaremos V_e , velocidad en el punto de explosión. (El cálculo está hecho por las fórmulas del capítulo VI de B. A.)

$$y = x \operatorname{tg.} \varphi \left(1 - \frac{A}{a} \right) \qquad \operatorname{tg.} \theta = \operatorname{tg.} \varphi \left(1 - \frac{d}{A} \right)$$

X	3000				4000			
	50 2950	100 2900	200 2800	300 2700	50 3950	100 3900	200 3800	300 3700
intervalo de explosión. x								
$a = \frac{x}{C}$	342,2	336,4	324,8	313,2	458,2	452,4	440,8	429,2
Tabla E. A. $\left\{ \frac{V}{\alpha} \right\} \dots a$ (B. A., pág. 208.)	0,0128	0,0125	0,0120	0,0114	0,0192	0,0188	0,0182	0,0176
(1) $\log. a$	$\bar{2},1072$	»	»	»	$\bar{2},2833$	»	»	»
$\log. A$	$\bar{2},1173$	»	»	»	$\bar{2},2911$	»	»	»
$\log. \frac{a}{A}$	$\bar{1},9899$	»	»	»	$\bar{1},9922$	»	»	»
$\frac{a}{A}$	0,977	»	»	»	0,982	»	»	»
$1 - \frac{a}{A}$	0,023	»	»	»	0,018	»	»	»
$\log. \left(1 - \frac{a}{A} \right)$	$\bar{2},3617$	»	»	»	$\bar{2},2553$	»	»	»
$\log. x$	4,4698	»	»	»	3,5966	»	»	»
$\log. \operatorname{tg.} \varphi$	$\bar{2},7529$	»	»	»	$\bar{2},9287$	»	»	»
$\log. \frac{V}{y}$	0,5844	»	»	»	0,7806	»	»	»
	3,84	7,55	13,32	19,87	6,03	12,58	22,24	31,40
Tabla E. D. $\left\{ \frac{V}{\alpha} \right\} \dots d$ (B. A., pág. 248.)	0,0295	0,0289	0,0275	0,0262	0,0467	0,0457	0,0439	0,0421
(1) $\log. d$	$\bar{2},4698$	»	»	»	$\bar{2},6693$	»	»	»
$\log. A$	$\bar{2},1173$	»	»	»	$\bar{2},2911$	»	»	»
$\log. \frac{d}{A}$	0,3525	»	»	»	0,3782	»	»	»
$\frac{d}{A}$	2,251	»	»	»	2,389	»	»	»
$1 - \frac{d}{A}$	1,251	»	»	»	1,389	»	»	»
$\log. \left(1 - \frac{d}{A} \right)$	0,0973	»	»	»	0,1427	»	»	»
$\log. \operatorname{tg.} \varphi$	$\bar{2},7529$	»	»	»	$\bar{2},9287$	»	»	»
$\log. \operatorname{tg.} \theta$	$\bar{2},8502$	»	»	»	1,0714	»	»	»
θ	4° 3'	3° 54'	3° 34'	3° 14' $\frac{1}{2}$	6° 43'	6° 29'	6° 2'	5° 36'
Tabla E. u $\left\{ \frac{V}{\alpha} \right\} \dots u$ (B. A., pág. 188.)	391,6	394,3	399,8	405,2	347,9	349,6	353,5	357,6
$\log. u$	2,5928	»	»	»	2,5415	»	»	»
$\log. \cos. \varphi$	$\bar{1},9993$	»	»	»	$\bar{1},9985$	»	»	»
$\log. \sec. \theta$	0,0011	»	»	»	0,0030	»	»	»
$\log. V_e$	2,5932	»	»	»	2,5430	»	»	»
V_e	391,9	394,6	399,9	405,2	349,1	350,7	354,2	358,1

(1) Los valores de A son los que antes han servido para el cálculo de φ , que no se ha detallado.

Conociendo la velocidad del shrapnel en el punto de explosión, nos hace falta ahora determinar la velocidad propia de los balines en sentido de la trayectoria y en sentido normal.

Por la fórmula empírica [l] (B. A., capítulo XVI, pág. 153)

$$w = 620 \frac{\lambda^{0,6}}{(n_1 p_2)^{0,4}}$$

en que

$$\lambda = 1,7 \quad \gg \quad n_1 = 670 \quad \gg \quad p_2 = 0,0205$$

tendremos

$$w = 298,8$$

Además

$$u = V \operatorname{tg.} \eta$$

siendo

$$V = 595 \quad \gg \quad \operatorname{tg.} \eta = \frac{\pi}{25} \quad \gg \quad (25 \text{ es el número de calibres del paso final de las rayas});$$

así será

$$u = 74,7$$

y como

$$\operatorname{tg.} \frac{1}{2} \epsilon = \frac{u}{V_e + w}$$

podremos calcular el ángulo ϵ de abertura del cono de explosión, y por lo tanto los ángulos φ_1 y φ_2 con que son proyectados el balín más alto y el más bajo.

intervalo de explosión.	x	3000				4000			
		50	100	200	300	50	100	200	300
$w=298,8 \quad \gg \quad V_e + w$		690,7	693,4	698,7	704,0	647,9	649,5	653,0	656,9
$u = 74,7 \quad \gg \quad \operatorname{tg.} \frac{1}{2} \epsilon = \frac{u}{V_e + w}$		0,1081	0,1075	0,1068	0,1062	0,1152	0,1150	0,1142	0,1137
	$\frac{1}{2} \epsilon$	6° 10'	6° 8'	6° 6'	6° 4'	6° 34'	6° 34'	6° 31'	6° 29'
	$\varphi_1 = \theta + \frac{1}{2} \epsilon$	-10° 13'	-10° 2'	-9° 40'	-9° 18'	-13° 17'	-13° 3'	-12° 32'	-12° 5'
	$\varphi_2 = \theta - \frac{1}{2} \epsilon$	+ 2° 7'	+ 2° 14'	+ 2° 32'	+ 2° 50'	- 0° 9'	+ 0° 5'	+ 0° 29'	+ 0° 53'

Con los datos calculados y determinando el coeficiente balístico del balín,

$$\log. C_1 = \bar{1},2517$$

$$\log. \frac{1}{C_1} = 0,7483 \quad (\text{haciendo } n = 1500 \text{ según la tabla página 36, B. A.})$$

$$\frac{1}{C_1} = 5,602$$

podremos calcular las trayectorias del balín más alto y del más bajo y sus intersecciones con el plano vertical situado en el blanco por medio de la fórmula de Braccialini (B. A., pág. 39).

x	3000				4000			
	50	100	200	300	50	100	200	300
x_1	50	100	200	300	50	100	200	300
$\alpha = \frac{x_1}{C_1}$	280,1	560,2	1120,4	1680,6	280,1	560,2	1120,4	1680,6
Tabla E. A. $\left\{ \begin{matrix} V_e + w \\ \alpha \end{matrix} \right\}_a$ (E. A., págs. 201 y 202.)	0,0074	0,0191	0,0624	0,1365	0,0083	0,0217	0,0692	0,1487
log. a	3,8692	"	"	"	3,9191	"	"	"
log. $\frac{C_1}{1}$	1,2517	"	"	"	1,2517	"	"	"
log. $\frac{\text{sen. } 2 \varphi_1}{C_1 a}$	0,4570	"	"	"	0,3495	"	"	"
log. $\frac{\text{sen. } 2 \varphi_1}{C_1 a}$	2,5779	"	"	"	3,5203	"	"	"
$1 + \frac{\text{sen. } 2 \varphi_1}{C_1 a}$	0,00378	"	"	"	0,0033	"	"	"
$1 + \frac{C_1 a}{\text{sen. } 2 \varphi_1}$	1,0038	"	"	"	1,0033	"	"	"
log. $\left(1 + \frac{C_1 a}{\text{sen. } 2 \varphi_1} \right)$	0,0016	"	"	"	0,0015	"	"	"
log. x_1	1,6990	"	"	"	1,6990	"	"	"
log. tg. φ_1	1,2558	"	"	"	1,3731	"	"	"
log. y_1	0,9564	"	"	"	1,0736	"	"	"
y_1	9,04	17,86	35,21	52,88	11,85	23,39	45,75	74,97
log. a	3,8692	"	"	"	3,9191	"	"	"
log. $\frac{C_1}{1}$	1,2517	"	"	"	1,2517	"	"	"
log. $\frac{\text{sen. } 2 \varphi_2}{C_1 a}$	1,1318	"	"	"	2,2810	"	"	"
log. $\frac{\text{sen. } 2 \varphi_2}{C_1 a}$	2,2527	"	"	"	1,4518	"	"	"
$1 - \frac{\text{sen. } 2 \varphi_2}{C_1 a}$	0,0179	"	"	"	0,2830	"	"	"
$1 - \frac{C_1 a}{\text{sen. } 2 \varphi_2}$	0,9821	"	"	"	1,2830	"	"	"
log. $\left(1 - \frac{C_1 a}{\text{sen. } 2 \varphi_2} \right)$	1,9921	"	"	"	0,1082	"	"	"
log. x_1	1,6990	"	"	"	1,6990	"	"	"
log. tg. φ_2	2,5677	"	"	"	3,4180	"	"	"
log. y_2	0,2588	"	"	"	1,2252	"	"	"
y_2	1,82	3,73	7,73	11,18	0,17	0,05	0,45	0,64

Con los valores de y_1 é y_2 sumados algebraicamente, es decir, teniendo cuidado con el signo, se determinará la dispersión vertical en el blanco. La dispersión horizontal será

$$2 x_1 \text{tg. } \frac{1}{2} \phi$$

Teniendo los dos ejes de la elipse que encierra los impactos de todos los balines, se puede determinar su superficie, y dividiéndola por el número de balines, se tendrá la distribución media de éstos en el blanco.

X	3000				4000			
	50	100	200	300	50	100	200	300
Dispersión vertical. . . . } $y_1 + y_2$	10,86	21,59	42,91	64,06	11,68	23,34	46,20	75,61
log. x_1	1,6990	"	"	"	1,6990	"	"	"
log. tg. $\frac{1}{2} \phi$	1,0336	"	"	"	1,0311	"	"	"
log. x_1 tg. $\frac{1}{2} \phi$	0,7326	"	"	"	0,7601	"	"	"
x_1 tg. $\frac{1}{2} \phi$	5,40	10,74	21,37	31,88	5,75	11,51	22,85	34,09
Dispersión horizontal. . } $2x_1$ tg. $\frac{1}{2} \phi$	10,80	21,48	42,74	63,76	11,50	23,02	45,70	68,18
log. $(y_1 + y_2)$	1,0358	"	"	"	1,0674	"	"	"
log. $2x_1$ tg. $\frac{1}{2} \phi$	1,0336	"	"	"	1,0611	"	"	"
log. $\frac{\pi}{4}$	1,8951	"	"	"	1,8951	"	"	"
log. $S(1)$	1,9645	2,5616	3,1587	3,5064	2,0236	2,6253	3,2195	3,6073
log. 670	2,8261	2,8261	2,8261	2,8261	2,8261	2,8261	2,8261	2,8261
log. $\frac{S}{670}$	1,1384	1,7355	0,3366	0,6803	1,1975	1,7992	0,3934	0,7812
$\frac{S}{670}$	0,14	0,54	2,17	4,79	0,16	0,63	2,47	6,04

(1) Área de la elipse $S = \frac{\pi}{4} ab$, siendo a y b los dos ejes mayor y menor.

Determinaremos ahora la inclinación de la trayectoria del balón más alto al chocar con el blanco vertical, su velocidad y su energía.

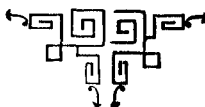
	3000				4000			
	50	100	200	300	50	100	200	300
x_1	280,1	560,2	1120,4	1680,6	280,1	560,2	1120,4	1680,6
$\alpha = \frac{x_1}{C_1}$	0,0167	0,0488	0,1781	0,4123	0,0189	0,0554	0,1938	0,4420
Tabla E. D } $V_e + w$ } d (B. A., pág. 248.)	0,0167	0,0488	0,1781	0,4123	0,0189	0,0554	0,1938	0,4420
$\log. d$	2,2227	"	"	"	2,2765	"	"	"
$\log. C_1$	1,2517	"	"	"	1,2517	"	"	"
$\log. \frac{1}{1}$	1,1318	"	"	"	2,2810	"	"	"
$\log. \frac{\text{sen. } 2 \varphi_2}{C_1 d}$	2,6062	"	"	"	1,8092	"	"	"
$\log. \frac{\text{sen. } 2 \varphi_2}{C_1 d}$	0,0404	"	"	"	0,6445	"	"	"
$1 - \frac{\text{sen. } 2 \varphi_2}{C_1 d}$	0,9596	"	"	"	1,6445	"	"	"
$\log. \left(1 - \frac{C_1 d}{\text{sen. } 2 \varphi_2} \right)$	1,9821	"	"	"	0,2160	"	"	"
$\log. \text{tg. } \varphi_2$	2,5677	"	"	"	3,4180	"	"	"
$\log. \text{tg. } \theta_2$	2,5498	"	"	"	3,6340	"	"	"
	2° 2'	1° 59'	1° 37'	0° 43'	0° 15'	0° 12'	0° 30'	1° 23'
Tabla E. u } $V_e + w$ } u (B. A., pág. 186.)	488,2	355,5	249,9	189,6	473,9	338,7	242,6	184,7
$\log. u$	2,6886	"	"	"	2,6757	"	"	"
$\log. \cos. \varphi_2$	1,9997	"	"	"	0,0000	"	"	"
$\log. \sec. \theta_2$	0,0003	"	"	"	0,0000	"	"	"
$\log. V_2$	2,6886	"	"	"	2,6757	"	"	"
V_2	488,2	355,5	249,8	189,3	473,9	338,7	242,6	184,7
$\log. V_2^2$	5,3772	"	"	"	5,3514	"	"	"
$\log. \frac{p_2}{2g}$	3,0193	"	"	"	3,0193	"	"	"
$\log. \frac{p_2}{2g} V_2^2$	2,3965	"	"	"	2,3707	"	"	"
$\frac{p_2}{2g} V_2^2$	249,2	132,1	65,2	37,5	234,8	119,9	61,7	35,7

Todos los datos obtenidos, se pueden reunir en el siguiente cuadro:

DATOS calculados sobre el tiro del shrapnel del cañón Ordóñez, de costa, H. S. E., de 21 centímetros (1891),
 à las distancias de 3 y 4 kilómetros.

Distancia. — Metros.	Ángulo de elevación.	Circunstancias del punto de explosión.				Ángulo en el vértice del cono de explosión.	Dispersión en un plano vertical situado en el blanco			Velocidad remanente de los balines. — M. \times 1"	Energía total de un balin. — Kilogrametros.
		Intervalo. — Metros.	Altura. — Metros.	Inclinación de la tangente.	Velocidad remanente. — M \times 1"		En sentido horizontal. — Metros.	En sentido vertical. — Metros.	Correspon- de un balin por — Metros ² .		
3000	3° 14' $\frac{1}{2}$	50	3,84	4° 3'	391,9	12° 20'	10,80	10,86	0,14	488,2	249,2
		100	7,55	3° 54'	394,6	12° 16'	21,48	21,59	0,54	355,5	132,1
		200	13,32	3° 34'	399,9	12° 12'	42,74	42,94	2,17	249,8	65,2
		300	19,87	3° 14' $\frac{1}{2}$	405,2	12° 8'	63,76	64,06	4,79	189,3	37,5
4000	4° 51'	50	6,03	6° 43'	349,1	13° 8'	11,50	11,68	0,16	473,9	234,8
		100	12,58	6° 29'	350,7	13° 7'	23,02	23,34	0,63	338,7	119,9
		200	22,24	6° 2'	354,2	13° 2'	45,70	46,20	2,47	242,6	61,7
		300	31,40	5° 36'	358,1	12° 58'	68,18	75,61	6,04	184,7	35,7

Se admite que el shrapnel es eficaz cuando los balines conservan en el choque una energía total de 10 kilográmetros, y se distribuyen en el blanco vertical con una densidad mínima de uno por cada 10 metros cuadrados de superficie. Puede, pues, asegurarse que aun con un intervalo de explosión de 300 metros, será muy eficaz el shrapnel del cañón de 21 centímetros de costa, tirando contra el puente superior, toldilla, torres á barbata y cofas de un buque acorazado ó de un crucero. El efecto será mayor si el tiro enfila el buque en sentido de la quilla; pero aun cuando se tire contra un costado se hará muy peligroso el servicio de las piezas, si no están protegidas por escudos ó caparazones de acero, así como toda la maniobra que deba hacerse al descubierto.



XVI.



MIENTRAS tanto, el castillo de Atalaya seguía sin interrupción » haciendo fuego impunemente sobre las baterías números 2 » y 4, y cada día se iba haciendo más patente, no sólo la con- » veniencia, sino la necesidad de hostilizarlo. Los notables alcances obte- » nidos con las piezas de 16 centímetros, y la elevación que el proyectil » debía necesariamente tomar, dieron motivo para suponer que sería » posible batir dicho castillo desde la batería núm. 4, á pesar de la gran » distancia y desnivel que hay entre ambos puntos. Calculada á este fin » una trayectoria con un ángulo de proyección de 20° y la velocidad » inicial correspondiente á la carga de 4 kilogramos, la elevación de » aquélla resultó ser bastante para que el proyectil pudiese batir el fuer- » te en el principio de su rama descendente. Los ensayos hechos el día 8 » (diciembre de 1873) con una pieza ya inútil, en armonía con el cálculo, » vinieron á demostrar prácticamente aquella posibilidad, pues resul- » tando largos los primeros disparos con 4,250 kilogramos de carga y » 20° á 21° de elevación, rebajada aquélla á 4,200 kilogramos y con un » ángulo ordinariamente de 20°, aunque variable según el estado de la » pieza, se consiguió hacer en dicho día cinco blancos de 25 disparos» (1).

He aquí un caso práctico, de guerra, en que ha habido necesidad de hacer cálculos balísticos. Ignoramos el método que siguieron en 1873 los que estuvieron encargados de este trabajo; nosotros vamos á reproducirlo por el método de Siacci (**B. A.**, cap. VI, fórmula [II], pág. 26).

(1) MEMORIA SOBRE EL SITIO DE CARTAGENA, redactada por la Comisión de los Sres. Jefes y Oficiales que preside el Excmo. Sr. Brigadier Comandante general Subinspector de Valencia, D. JOAQUIN VIVANCO, en virtud de orden del Excmo. Sr. Director general de Artillería de 19 de Enero de 1874.—Madrid (Aguado), 1874.—Un folleto en 4.º—Se publicó en el MEMORIAL DE ARTILLERÍA, tomos XII y XIII de la 2.ª serie. La cita que transcribimos es de las páginas 24 y 25 de esta Memoria.

La distancia de la batería núm. 4 al castillo de Atalaya era de 4450 metros, y las cotas respectivas sobre el nivel del mar 30 metros y 255 metros, ó sea una diferencia de nivel de 225 metros.

Los datos de la granada ordinaria de tetones que dispara el cañón rayado de bronce de 16 centímetros, son:

Diámetro del proyectil.	0,159 metros.
Peso del mismo.	28 kilogramos.

Con la carga de 3,5 kilogramos de pólvora de 5 milímetros, la velocidad inicial era de 350 metros.

Para determinar las que corresponden á las cargas de 4 y 4,2 kilogramos, emplearemos la fórmula

$$V = V \frac{\mu_1^{0,6}}{\mu^{0,6}}$$

μ_1	4	4,2
$\log. \mu_1$ =	0,6020	0,6232
$\log. \mu$ =	0,5441	0,5441
$\log. \frac{\mu_1}{\mu}$ =	0,0579	0,0791
producto por 0,6. =	0,0347	0,0475
$\log. (V = 350)$ =	2,5441	2,5441
$\log. V$ =	2,5788	2,5916

que en números redondos dan 379 metros para la velocidad inicial correspondiente á la carga de 4 kilogramos y 390 metros para la de 4,2 kilogramos.

Véanse los cálculos establecidos para las tres cargas:

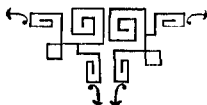
	v	379	390	350
$p = 28$	$D(V)$	798,75	773,05	878,13
$2R = 0,159 \Rightarrow R = 0,0795$	$\frac{x}{C}$	1067	1067	1067
$n = 1062$	$D(V) + \frac{x}{C} = D(u)$	1865,75	1840,05	1945,13
$x = 4450$	$A(u)$	218,190	208,930	249,530
$\varphi = 20^\circ$	$A(V)$	20,465	19,035	25,456
	$A(u) - A(V)$	197,725	189,895	224,074
	$\log. [A(u) - A(V)]$	2,2960	2,2785	2,3503
$\log. p = 1,4172$	$\log. \frac{x}{C}$	3,0281	3,0281	3,0281
$\log. \frac{1}{R^2} = 2,1992$	$\log. \frac{A(u) - A(V)}{D(u) - D(V)}$	$\bar{1},2679$	$\bar{1},2504$	$\bar{1},3222$
$\log. \frac{1}{n} = \bar{4},9739$	$\frac{A(u) - A(V)}{D(u) - D(V)}$	0,1854	0,1780	0,2100
$\log. C = 0,6203$	$J(V)$	0,0572	0,0538	0,0690
$\log. x = \underline{3,6484}$	$A = \frac{A(u) - A(V)}{D(u) - D(V)} - J(V)$	0,1282	0,1242	0,1410
$\log. \frac{x}{C} = 3,0281$	$\log. A$	$\bar{1},1079$	$\bar{1},0941$	$\bar{1},1492$
$\frac{x}{C} = 1067$	$\log. C$	0,6203	0,6203	0,6203
	$\log. x$	3,6484	3,6484	3,6484
	$\log. \frac{1}{2}$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$	$\bar{1},6990$
$\log. x = 3,6484$	$\log. \frac{1}{\cos^2 \varphi}$	0,0540	0,0540	0,0540
$\log. \text{tg. } \varphi = \bar{1},5611$	$\log. \frac{A C x}{2 \cos^2 \varphi}$	3,1296	3,1158	3,1709
$\log. x \text{tg. } \varphi = 3,2095$	$\frac{A C x}{2 \cos^2 \varphi}$	1348	1305	1483
$x \text{tg. } \varphi = 1620$	$x \text{tg. } \varphi$	1620	1620	1620
	$y = x \text{tg. } \varphi - \frac{A C x}{2 \cos^2 \varphi}$	272	315	137

Las ordenadas de las tres trayectorias al pasar por la vertical del castillo de Atalaya serán:

- Para la carga de 3,5 kg. . . 137 m. < 225 m. El tiro es imposible.
- Para la carga de 4,0 kg. . . 272 m. > 225 m. El tiro es posible.
- Para la carga de 4,2 kg. . . 315 m. > 225 m. El tiro es posible.

Se ha visto que con esta última carga y el ángulo de 20° se obtu-

vieron cinco blancos de 25 disparos. La diferencia entre la ordenada $y = 315$ y la altura del castillo 225 metros, demuestra que el descenso de la trayectoria era realmente 90 metros mayor que lo que el cálculo indica. Esto demuestra que la velocidad inicial correspondiente á la carga de 4,2 kilogramos era bastante menor que la que se ha supuesto; probablemente no pasaría de $370 \text{ m.} \times 1''$, sin duda á causa de estar deteriorada la pieza y algo averiada la pólvora.

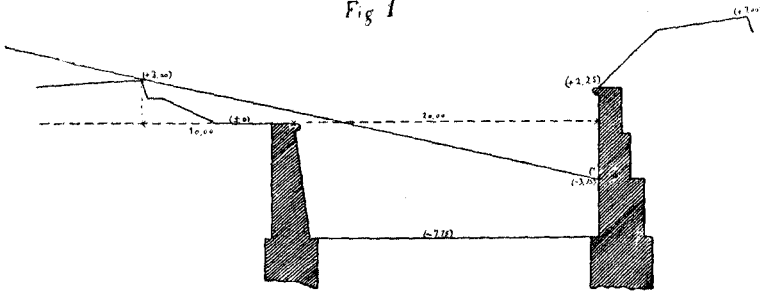


XVII.



UPONGAMOS que un fuerte de construcción anterior á 1860, y cuyo perfil está representado en la figura 1, puede ser batido en brecha por tiro indirecto desde dos posiciones distintas, una próxima y otra lejana: tratemos de averiguar cuál de las dos sería más ventajosa para el establecimiento de la batería.

Fig 1



El cordón de la escarpa está á 2,25 metros por encima del terreno natural y el fondo del foso á 7,75 metros por debajo; el muro tiene por lo tanto 10 metros de altura. La cresta del glásis está á 3 metros sobre el terreno. La anchura del foso es 20 metros, la del camino cubierto 10 metros, y por lo tanto la masa cubridora dista de la escarpa 30 metros, y ésta se encuentra desenfilada al $\frac{1}{10}$.

Las dos situaciones que puede ocupar la batería de brecha las designaremos por *A* y *B*. Sus condiciones hipotéticas son:

A	{	Distancia horizontal al centro de la brecha. . .	2485 metros.
		Cota.	- 58,87 metros.
		Angulo del plano de tiro con la normal al muro.	15°.
B	{	Distancia horizontal al centro de la brecha. . .	1040 metros.
		Cota.	+ 24,13 metros.
		Angulo del plano de tiro con la normal al muro.	8°.

Las cotas están tomadas con relación al plano horizontal del camino cubierto.

Determinaremos la trayectoria más baja con la condición de que llegue al muro de escarpa á 4 metros sobre el fondo del foso, es decir, á 3,75 metros debajo del terreno. El descenso de la trayectoria, desde que pase rasando la cresta del glásis, será $3,00 + 3,75 = 6,75$ metros.

Las distancias horizontales son:

$$\text{para } A \dots \frac{30}{\cos. 15^\circ} = 31,059 \text{ metros,}$$

$$\text{para } B \dots \frac{30}{\cos. 8^\circ} = 30,294 \text{ metros,}$$

y las tangentes de los ángulos de arribada respectivos:

$$\text{para } A \dots \frac{6,75}{31,059} = 0,2173 \quad \gg \quad \theta_1 = 12^\circ 16'$$

$$\text{para } B \dots \frac{6,75}{30,294} = 0,2228 \quad \gg \quad \theta_1 = 12^\circ 34'$$

Las diferencias de nivel entre las posiciones *A* y *B* y el punto *C* son:

$$C - A = 58,87 - 3,75 = 55,12$$

$$B - C = 24,13 + 3,75 = 27,88$$

Las tangentes de los ángulos de situación ε :

$$\text{para } A \dots + \frac{55,12}{2485} = + 0,0222$$

$$\text{para } B \dots - \frac{27,88}{1040} = - 0,0268$$

y por lo tanto el ángulo de caída se determinará (**B. A.**, pág. 73)

$$\text{para } A \dots \text{tg. } \omega_1 = \text{tg. } \theta_1 + \text{tg. } \varepsilon = 0,2173 + 0,0222 = 0,2395 \quad \gg \quad \omega_1 = 13^\circ 28'$$

$$\text{para } B \dots \text{tg. } \omega_1 = \text{tg. } \theta_1 - \text{tg. } \varepsilon = 0,2228 - 0,0268 = 0,1960 \quad \gg \quad \omega_1 = 11^\circ 5'$$

Dados el ángulo de caída, la distancia y el coeficiente balístico, podremos determinar la velocidad inicial (de la que se deduciría la carga), el ángulo de elevación φ_1 , el de proyección φ , la velocidad re-

manente V_a de arribada y la energía correspondiente á ésta. También podremos calcular las zonas de 50 por 100 en sentido lateral y vertical.

En el cuadro siguiente están desarrollados los cálculos.

FÓRMULAS de Siacci empleando las tablas á doble entrada **E** (B. A., capítulo VI, probl. 19).

Obús Bc. 21 centímetros.					
	A	B		A	B
ω_1	13° 28'	11° 5'	$\log. V_a^2$	4,6788	4,4242
X	2485	1040	$\log. \frac{p}{2g}$	0,6035	0,6035
C	7,17	"	$\log. \frac{p}{2g} V_a^2$	5,2823	5,0377
$\frac{1}{C}$	0,1295	"	$\frac{p}{2g} V_a^2$	191,5	106,6
$\alpha = \frac{X}{C}$	346	145	Valores deducidos de la tabla de tiro oficial... h_1	0,02096	"
$\log. \text{sen. } 2\omega_1$	1,6561	1,5767	h_2	0,2224	"
$\log. C$	0,8555	0,8555	$\log. h_1$	4,3214	1,3214
$\log. \left[B = \frac{\text{sen. } 2\omega_1}{C} \right]$	2,8006	2,7212	$\log. V^2$	4,8382	4,4694
B	0,06319	0,05262	$\log. \text{sen. } \varphi_1$	1,3095	1,2633
Tabla E. B. $\left\{ \begin{matrix} B \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots V$	262,5	171,7	$\log. Z_1$	0,4691	0,0541
(B. A., pág. 226.)			Z_1	2,94	1,13
Tabla E. A. $\left\{ \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots A$	0,0557	0,0503	$\log. \frac{h_2}{h_1}$	3,0258	3,0258
(B. A., pág. 241.)			$\log. \frac{1}{V}$	3,5809	3,7653
$\log. A$	2,7459	2,7016	$\log. \text{tg. } \varphi_1$	1,6390	1,5872
$\log. C$	0,8555	0,8555	$\log. \text{tg. } \psi$	0,2457	0,3783
$\log. [\text{sen. } 2\varphi_1 = AC]$	1,6014	1,5571	$\log. \text{sec. } \psi$	0,3064	0,4133
φ_1	11° 46'	10° 24'	$\log. h_1$	4,3214	4,3214
$\text{tg. } \varphi_1$	0,2083	0,1865	$\log. V^2$	4,8382	4,4694
$\text{tg. } \varepsilon$	0,0222	0,0268	$\log. \cos. 2\varphi_1$	1,9623	1,9698
(con arreglos de signo de ε) $\text{tg. } \varphi = \text{tg. } \varphi_1 + \text{tg. } \varepsilon$	0,2305	0,1597	$\log. Z_a$	1,4283	1,1739
φ	12° 49'	9° 4'	$\log. \text{sen. } \omega_1$	1,3671	1,2838
Tabla E. u $\left\{ \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots u$	219,0	161,1	$\log. \text{sec. } \theta_1$	0,0100	0,0105
(B. A., pág. 196.)			$\log. Z_v$	0,8054	0,4682
$\log. u$	2,3404	2,2071	Z_v	6,39	2,94
$\log. \cos. \varphi$	1,9890	1,9945			
$\log. \text{sec. } \theta_1$	0,0100	0,0105			
$\log. V_a$	2,3394	2,2121			
V_a	218,5	162,9			

El resumen de los resultados obtenidos es el siguiente:

	Posición A	Posición B
Distancias (metros)..	2485	1040
Velocidad inicial (m. \times 1'').. . . .	262,5	171,7
Angulo de elevación..	11° 46'	10° 34'
Angulo de proyección..	12° 49'	9° 4'
Angulo de arribada..	12° 16'	12° 34'
Velocidad de arribada (m. \times 1'').. . . .	218,5	162,9
Energía de choque (tonelámetros)..	191,5	106,6
Zonas del 50 por 100 de los } lateral (m.).. . .	2,94	1,13
disparos en sentido. } vertical (m.).. .	6,39	2,94

Suponiendo la brecha de 20 metros de anchura, que es mayor que la dispersión total en sentido lateral, podremos prescindir de la consideración de la probabilidad en este sentido.

El volumen total de mampostería que hay que demoler es 210 metros cúbicos.

Tomando como base los resultados de las experiencias de la artillería prusiana en Graudenz en 1875, se necesita una energía de 132 toneladas por metro cúbico de mampostería que debe demolerse. La energía total que necesitamos es, con arreglo á este dato:

$$132 \times 210 = 27720 \text{ toneladas.}$$

El número de proyectiles que necesitamos poner en el blanco es, según esto,

$$\text{tirando desde la posición A. . . } \frac{27720}{191,5} = 145$$

$$\text{tirando desde la posición B. . . } \frac{27720}{106,6} = 260$$

Siendo 6 metros la altura del blanco (parte del muro que se bate), los factores de probabilidad son:

$$\text{tirando desde A. . . } \frac{6}{6,39} = 0,94$$

$$\text{tirando desde B. . . } \frac{6}{2,94} = 2,04$$

Los tantos por ciento correspondientes son (tabla J, B. A., pág. 366)

$$P(0,94) = 47,5$$

$$P(2,04) = 83,2$$

Por consiguiente, el número total de proyectiles que deben dispararse es:

$$\text{desde } A \dots 145 \times \frac{100}{47,5} = 306$$

$$\text{desde } B \dots 260 \times \frac{100}{83,2} = 313$$

Las dos posiciones son, pues, sensiblemente equivalentes, con ligera ventaja para la *A*, ó sea para la más lejana y más baja. Contra lo que á primera vista pudiera parecer, la posición *B*, *próxima y dominante*, no es la que ofrece más peligro para la fortaleza.

Hay que observar, sin embargo, que esta consecuencia supone el empleo por el sitiador del obús de bronce comprimido de 21 centímetros (1885) ó de una pieza análoga, y que la diferencia se acentuaría en el mismo sentido si se emplease otra de mejores condiciones, como el nuevo modelo Mata, del mismo calibre. En cambio, con piezas de modelo más antiguo, se invertirían los términos, y podría resultar más ventajoso colocar la batería de brecha en *B*. Así, con el cañón de bronce rayado, de 16 centímetros, de avancarga, los resultados de un cálculo idéntico al anterior (1) son los siguientes:

	Posición <i>A</i>	Posición <i>B</i>
Distancia (metros)	2485	1040
Velocidad inicial (m. \times 1'')	277,7	183,7
Angulo de elevación.	11° 11'	9° 53'
Angulo de proyección.	12° 24'	8° 23'
Angulo de arribada.	12° 16'	12° 34'
Velocidad de arribada (m. \times 1'')	213,4	168,9
Energía de choque (tonelámetros).	65,05	40,71
Zonas del 50 por 100 de los { lateral (m.)	4,94	1,91
disparos en sentido { vertical (m.)	8,75	3,86
Número de proyectiles que se necesita poner en el blanco.	442	682
Factores de probabilidad.	0,685	1,55
Tantos por ciento correspondientes.	35,5	70,33
Número total de proyectiles que deben dispararse.	1250	972

(1) El coeficiente balístico y los valores de h_1 y h_2 empleados en este cálculo, son los mismos que sirvieron para calcular la tabla de *Datos sobre el tiro de la misma pieza*, inserta en nuestra obra *Estudio sobre nuestra Artillería de plaza. (Tantos de armamento)*, página 144.— Véase además la nota (38) en la página 140 de la misma obra.

Con el cañón de avancarga de 16 centímetros hay, pues, ventaja en colocarse en la posición *B*, pues bastaría disparar 972 granadas, mientras que si la batería de brecha estuviese en *A*, habría que arrojar 1250.

Nótese también la ventaja de la pieza moderna (obús de 21) sobre la antigua (cañón de 16). Suponiendo que la batería de brecha estuviese constituida por cuatro bocas de fuego en uno y en otro caso, y que el obús pueda hacer 40 disparos diarios por pieza, mientras el cañón llegue á 50, tendremos:

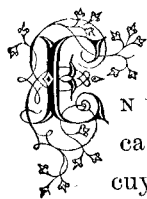
	<u>Posición A</u>	<u>Posición B</u>
Tiempo necesario para abrir la brecha con		
obuses de 21 cm.	2 días.	2 días.
Idem con cañones de 16 cm.	$6 \frac{1}{4}$ días.	$4 \frac{4}{5}$ días.

También hay ventaja en la cantidad de hierro que representa el número de proyectiles disparados:

	<u>Posición A</u> <i>kilógramos.</i>	<u>Posición B</u> <i>kilógramos.</i>
Con obuses de 21 cm.	22000	22500
Con cañones de 16 cm.	32200	25800



XVIII.



N uno de los fuertes que se construyeron hace poco, existe una casamata armada con cañones Ordóñez de 15 centímetros H. E., cuyas cañoneras limitan el campo de tiro vertical. Determinadas la elevación y la depresión máximas con la condición de que el proyectil al ser disparado no pueda chocar con la bóveda ni con el plano de fuegos, resulta (1):

Elevación máxima. + 4° 40' 15''

Depresión máxima. — 2° 27' 14'' 1/2

Podemos proponernos determinar los alcances máximo y mínimo de los cañones así colocados.

Un corte vertical del terreno por el eje de la cañonera central da, según el plano topográfico representado por curvas de nivel, un perfil que está representado numéricamente en la siguiente tabla, que para nuestro objeto es más útil que un perfil gráfico.

(1) Este cálculo es muy fácil de hacer teniendo un perfil de la cañonera y la elevación lateral del cañón en su montaje. No lo detallamos para no reproducir detalles de una obra de fortificación existente.

Cotas ú ordenadas.	Abscisas ó distancias horizontales.	OBSERVACIONES	
191,5	0	} Posición de la boca de fuego en la casamata.	
180	110		
170	165		
160	180		
150	190		
140	205		
130	240		
120	282		
110	335		
100	365		
90	390		
80	400		
70	650		
60	860		
50	1395		
40	1450		
30	1505		
20	1535		} Entre estos dos puntos pasa el cauce de un arroyo.
20	1685		
30	1778		
40	1826		
50	1843		
60	1865		
70	1930		
70,5	2005	} Cima de la colina <i>Ch.</i>	
70	2020		
60	2070		
50	2105		
40	2205		
30	2240		
20	2265		
10	2310		
0	2900		
0	4500		} Orilla derecha del río <i>B.</i> } Distancia hasta la cual se extiende el llano.

Podríamos calcular el coeficiente balístico que ha de servirnos, por medio del radio y peso del proyectil, suponiendo un valor apropiado á su forma para el coeficiente de reducción n ; pero existiendo la tabla de tiro oficial aprobada por circular de la 3.^a Dirección del Ministerio de la Guerra, de 21 de octubre de 1889 (*Colección Legislativa*, núm. 511), parece preferible deducir C de la experiencia.

Tomemos para ello el alcance que corresponde á la elevación máxima, cuyos datos son:

$$\varphi = 4^{\circ} 40' 15''$$

$$X = 3110,4$$

$$V = 533$$

y haciendo el cálculo, que no detallamos (**B. A.**, cap. VI, problema 2.^o), resulta:

$$C = 6,655$$

$$\frac{1}{C} = 0,1503.$$

Para determinar el alcance por la elevación máxima, calcularemos las ordenadas de la trayectoria que corresponden á abscisas arbitrarias. Desde luego, siendo el alcance en el plano horizontal de la pieza de 3110,4 metros y distando 2900 en sentido horizontal el pie de la altura en que está situado el fuerte, es evidente que el punto de caída está en el llano. Ensayando las abscisas 3500, 3800, 4100, 4400 metros, se ve que las tres primeras dan ordenadas negativas de 52,8, 102,9, 163,2, menores que 191,5 cota de la batería, y la cuarta 233,9 que es mayor. El punto de caída está, por lo tanto, entre 4100 y 4400; ensayando 4230 da 192,6, que difiere en 1,1 de 191,5 y por consiguiente puede decirse que el alcance máximo es 4230 metros.

No reproducimos el detalle de los cálculos, porque se disponen de la manera que ya hemos visto. La fórmula empleada es:

$$y = x \operatorname{tg.} \varphi - \frac{Cx}{2 \cos.^2 \varphi} \left[\frac{A(u) - A(V)}{D(u) - D(V)} - J(V) \right]$$

y haciendo

$$A = \frac{A(u) - A(V)}{D(u) - D(V)} - J(V)$$

se presenta así el resumen del cálculo:

x	3500	3800	4100	4400	4230	
$x \operatorname{tg.} \varphi$	286,2	310,7	335,2	359,7	345,7	$\varphi = 4^{\circ} 40' 15''$
$\frac{A C x}{2 \cos.^2 \varphi}$	339,0	413,6	498,4	593,6	538,3	$V = 533$
$y = x \operatorname{tg.} \varphi - \frac{A C x}{2 \cos.^2 \varphi}$	52,8	-102,9	-163,2	-233,9	-192,6	$\frac{1}{C} = 0,1503$

Para el alcance mínimo, empezaremos por ensayar la abscisa 2900 metros para reconocer si el punto de caída está en el llano ó en la pendiente. Como la ordenada es $-360,7$, mayor que $191,5$, se ve que está en la pendiente. Se ensaya sucesivamente 2005, 1685, 1778, 1826, que corresponden á la cima de la meseta *Ch.* y á la pendiente anterior.

En este caso, el tiro es por depresión y la fórmula

$$y = -x \operatorname{tg.} \varphi - \frac{A C x}{2 \cos.^2 \varphi}$$

x	2900	2005	1685	1778	1826	
$x \operatorname{tg.} \varphi$	124,3	85,9	72,3	76,2	78,2	$\varphi = -2^{\circ} 27' 14'' \frac{1}{2}$
$\frac{A C x}{2 \cos.^2 \varphi}$	236,4	91,2	61,9	69,6	73,9	$V = 533$
$y = -\left(x \operatorname{tg.} \varphi + \frac{A C x}{2 \cos.^2 \varphi}\right)$	-360,7	-177,1	-134,2	-145,8	-152,1	$\frac{1}{C} = 0,1503$

La comparación entre la trayectoria y el terreno da este resultado:

Abscisas.	Cotas del terreno sobre el nivel del mar.	Cotas de la trayectoria sobre el nivel del mar.
2005.	70,5	$191,5 - 177,1 = 14,4$
1685.	20	$191,5 - 134,2 = 57,3$
1778.	30	$191,5 - 145,8 = 45,7$
1826.	40	$191,5 - 152,1 = 39,4$

Resulta, pues, que la intersección de la trayectoria con el terreno está entre los dos últimos puntos, ó sea entre las abscisas 1778 y 1826, y las cotas 30 y 40. Considerando como rectilínea la trayectoria en este corto intervalo, que en proyección horizontal es sólo de 48 metros, y también como rectilínea la sección del terreno, una sencilla comparación de triángulos semejantes nos dará la proporción

$$(45,7 - 30 + 40 - 39,4) : (40 - 39,4) :: 48 : x$$

$$x = 1,8$$

y por consiguiente, la abscisa del punto de caída es

$$1826 - 1,8 = 1824,2.$$

La ordenada la dará la proporción

$$48 : (40 - 30) :: (48 - 1,8) : x;$$

la cota será

$$30 + 9,6 = 39,6.$$

El punto de caída más próximo es, por consiguiente, el que tiene por abscisa y ordenada

$$1824,2$$

$$39,6$$

Ahora falta averiguar si detrás de la colina *Ch.* queda un espacio muerto. Para ello hay que empezar por determinar el ángulo φ necesario para que la trayectoria pase por el punto $\left. \begin{array}{l} x = 2005 \\ y = -121,0 = 70,5 - 191,5 \end{array} \right\}$ y ver si la prolongación de esta trayectoria pasa por encima ó por debajo del terreno.

Aprovechando los cálculos hechos para la abscisa 2005 metros, aunque con otro ángulo de depresión, y teniendo en cuenta que siendo los ángulos φ pequeños apenas varía el valor de $\sec. \varphi$, tendremos:

$$x = 2005$$

$$y = -121$$

$$\frac{y}{x} = -0,0603.$$

Hemos calculado

$$\frac{A C x}{2 \cos.^2 \varphi} = 61,9;$$

y por lo tanto,

$$\frac{A C}{2 \cos.^2 \varphi} = 0,0309$$

$$\operatorname{tg.} \varphi = \frac{y}{x} - \frac{A C}{2 \cos.^2 \varphi} = - 0,0294$$

$$\varphi = - 1^{\circ} 41'.$$

Con este ángulo reharemos el cálculo para las abscisas 2900 y 2205

x	2900	2205
$x \operatorname{tg.} \varphi$	85,2	64,8
$\frac{A C x}{2 \cos.^2 \varphi}$	236,1	113,0
$y = - \left(x \operatorname{tg.} \varphi + \frac{A C x}{2 \cos.^2 \varphi} \right)$	- 321,3	- 177,8

Las cotas son para la trayectoria

$$191,5 - 321,3 = - 129,8$$

$$191,5 - 177,8 = + 13,7$$

y para el terreno

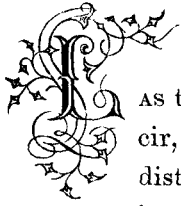
$$0 \qquad 40$$

Está, pues, la primera por debajo del segundo, y por lo tanto los fuegos baten la pendiente posterior de la colina *Ch*.

Repitiendo los cálculos para otros planos verticales, podrían determinarse nuevos puntos de alcance máximo y mínimo, y uniendo todos ellos, se trazaría una curva que encerraría todo el terreno que puede ser batido por el cañón situado en la casamata que hemos supuesto.



XIX.



AS tablas de tiro calculadas para un plano horizontal, es decir, suponiendo que la boca de la pieza y los blancos á las distintas distancias están en el mismo plano de nivel, necesitan correcciones de importancia, cuando el blanco y la pieza están á distinta altura y la diferencia es considerable. Un caso notable de este problema que vamos á desarrollar, es el de una batería de costa, de fuegos curvos, situada en una altura para tirar contra el mar. Conviene en este caso tener calculada una *tabla de tiro local*.

Partiremos de los datos ya calculados con anterioridad para el plano horizontal.

TABLA de datos de tiro del obús de hierro sunchado de 21 centímetros modelo de 1891 (Ordóñez), empleando la carga máxima. ⁽¹⁾

Carga: 12,5 kilogramos pólvora E. S. T. Velocidad inicial: 345 m. \times 1".								
Ángulos de proyección.	Alcances.	Ángulos de caída.	Ordenada máxima de la trayectoria.	Duración de la trayectoria.	Velocidad remanente tangencial.	Efectos del proyectil.		
						Energía.		Penetración en plancha de hierro horizontal
						Total.	Por cm. ⁵ de esfera de igual diámetro.	
						—	—	
—	—	—	—	—	—	—	—	
	Metros.		Metros.	Segundos.	M. \times 1"	Tonelánts.	Kilogrnts.	Centímets.
2°	801	2° 6'	7,6	2,41	320	497,3	102,5	—
4°	1534	4° 22'	30,7	4,79	301	439,7	90,7	—
6°	2290	6° 43'	63,8	7,07	290	406,8	83,9	—
8°	2830	9° 11'	107	9,3	278	374,3	77,2	—
10°	3390	11° 45'	163	11,8	267	345,3	71,2	1,2
15°	4660	18° 16'	334	16,4	252	307,6	63,4	2,0
20°	5740	24° 55'	592	20,9	243	286,0	58,9	3,0
25°	6640	31° 16'	893	24,4	240	279,0	57,5	4,0
30°	7420	37° 13'	1247	26,8	243	286,0	58,9	5,2
35°	7970	42° 49'	1630	29,2	248	298,0	61,4	6,3
40°	8320	48° 7'	2048	32,0	253	310,2	63,9	7,5
45°	8490	52° 54'	2482	33,7	260	327,5	67,5	8,7
50°	8410	57° 33'	2910	36,7	268	347,8	71,7	9,8
55°	8090	61° 56'	3365	40,0	273	361,1	74,5	10,8
60°	7480	66° 12'	3754	45,2	281	382,4	78,9	12,0

La tabla anterior, en que el argumento es el *ángulo de proyección*, conviene transformarla en otra en que el argumento sea la *distancia* de 500 en 500 metros. La transformación, hecha por interpolación gráfica, da el resultado siguiente:

(1) Véase APUNTES SOBRE DEFENSA DE LAS COSTAS.—*Estudio de las baterías al descubierto.*—*Suplemento á la Memoria publicada en 1888.*—Madrid, 1891.—(MEMORIAL DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO de dicho año.)

Distan- cias. (metros)	Ángulos de pro- yección.	Ángulos de caída.	Veloci- dades re- manentes. (m. × 1 ^o)	Tiempos. (segundos)
3500	10° 30'	12° 24'	265,5	12,3
4000	12° 15'	14° 41'	260	13,9
4500	14° 10'	17° 11'	254,5	15,6
5000	16° 25'	20° 9'	249,5	17,7
5500	18° 45'	23° 45'	245	19,8
6000	22° 27'	28° 2'	241,5	22,6
6500	23° 58'	29° 59'	241	23,7
7000	27° "	33° 39'	241	25,4
7500	30° 27'	37° 43'	243,5	27,0
8000	35° 34'	43° 26'	248,5	29,5
8500	43° 58'	51° 55'	258,5	33,4
8000	55° 50'	62° 39'	274,3	40,9
7500	59° 47'	66° 1'	280,6	44,9

Las fórmulas que hemos empleado para transformar la tabla anterior son las siguientes (*Balística abreviada*, pág. 72):

$$\text{sen. } (2 \varphi + \varepsilon) = \frac{1}{2} [\text{sen. } (2 \varphi_x + \varepsilon) + \text{sen. } (2 \varphi_x - \varepsilon)] - \text{sen. } \varepsilon \quad \text{»} \quad [\gamma]$$

$$\text{tg. } \theta = \frac{\text{cos.}^2 \varphi_x}{\text{cos.}^2 \varphi} \text{tg. } \omega_x + \text{tg. } \varepsilon \dots \dots \dots \quad \text{»} \quad [\delta]$$

$$V_r = V_1 \frac{\text{cos. } \omega_x}{\text{cos. } \theta} \cdot \frac{\text{cos. } \varphi}{\text{cos. } \varphi_x} \dots \dots \dots \quad \text{»} \quad [\varepsilon]$$

$$t_r = t_1 \frac{\text{cos. } \varphi_x}{\text{cos. } \varphi} \dots \dots \dots \quad \text{»} \quad [\zeta]$$

En las cuales, los ángulos que llevan subíndice *x* indican los que corresponden al plano horizontal para el alcance *x*.

Hemos hecho el cálculo para una altura, que existe y se piensa artillar con obuses H. S. E. de 21 centímetros, cuya cota sobre el nivel del mar es 550 metros. No presentamos el desarrollo completo de los cálculos, porque ocuparía mucho espacio, 14 columnas de 45 renglones; basta con indicar la marcha y disposición del cálculo, que van á continuación.

		Distancias X			
		3500	4000	4500	5000
En el plano horizontal.	Ángulos de proyección φ_x	10° 30'	12° 15'	»	»
	Ángulos de caída ω_x	12° 24'	14° 41'	»	»
	Velocidades remanentes V_1	265,5	260	»	»
	Tiempos t_1	12,3	13,9	»	»
	$\frac{h}{X} = \text{tg. } \varepsilon$	0,1570	»	»	»
$V = 345$	Ángulos de situación ε	8° 55'	»	»	»
$h = 550$	$2\varphi_x + \varepsilon$	29° 55'	»	»	»
	$2\varphi_x - \varepsilon$	12° 5'	»	»	»
$p = 95$	$\text{sen. } (2\varphi_x + \varepsilon)$	0,4987	»	»	»
	$\text{sen. } 2(\varphi_x - \varepsilon)$	0,2093	»	»	»
$\frac{1}{2}$	$\text{sen. } (2\varphi_x + \varepsilon) + \text{sen. } (2\varphi_x - \varepsilon)$	0,7080	»	»	»
	$[\text{sen. } (2\varphi_x + \varepsilon) + \text{sen. } (2\varphi_x - \varepsilon)]$	0,3540	»	»	»
	$\text{sen. } \varepsilon$	0,1550	»	»	»
	Restando: $\text{sen. } (2\varphi_x + \varepsilon)$	0,1990	»	»	»
	$2\varphi_x + \varepsilon$	11° 29'	»	»	»
	Ángulos de proyección corregidos... φ	1° 17'	»	»	»
	$\log. \text{tg. } \omega_x$	1,3421	»	»	»
	$\log. \cos.^2 \varphi_x$	1,9853	»	»	»
	$\log. \sec.^2 \varphi$	0,0002	»	»	»
	$\frac{\cos.^2 \varphi_x}{\cos.^2 \varphi}$	1,3276	»	»	»
	$\text{tg. } \omega_x$	0,2126	»	»	»
	$\text{tg. } \varepsilon$	0,4570	»	»	»
	Sumando: $\text{tg. } \theta$	0,3696	»	»	»
	Ángulos de caída en el mar: θ	20° 17'	»	»	»

		Distancias X			
		3500	4000	4500	5000
$\log. \left(V_r = V_1 \frac{\cos. \omega_x}{\cos. \theta} \cdot \frac{\cos. \varphi}{\cos. \varphi_x} \right)$	$\log. V_1$	2,4257	»	»	»
	$\log. \cos. \omega_x$	1,9897	»	»	»
	$\log. \sec. \theta$	0,0278	»	»	»
	$\log. \cos. \varphi$	1,9999	»	»	»
	$\log. \sec. \varphi_x$	0,0071	»	»	»
	Velocidad remanente: V_r	2,4502	»	»	»
	$\log. V_r^2$	4,9004	»	»	»
	$\log. \frac{p}{2g}$	0,6852	»	»	»
	$\log. \frac{p}{2g} V_r^2$	5,5856	»	»	»
	Energía del proyectil: $\frac{p}{2g} V_r^2$	385,1	»	»	»
	$\frac{p}{2g} V_r^2 : \frac{4}{3} \pi R^3$	79,3	»	»	»
	Fórmula de Krupp. $\left. \begin{array}{l} s \\ \text{Tabla O.} \\ (\text{B. A., pág. 372.}) \end{array} \right\} D$	0,621	»	»	»
	s	13,0	»	»	»
	Penetración en plancha de hierro horizontal... s_1 (B. A., pág. 373.)	2,7	»	»	»
	$\log. t_1$	1,0899	»	»	»
	$\log. \cos. \varphi_x$	1,9929	»	»	»
	$\log. \sec. \varphi$	0,0001	»	»	»
	$\log. \left(t_r = t_1 \frac{\cos. \varphi_x}{\cos. \varphi} \right)$	1,0829	»	»	»
	Tiempos corregidos: t_r	12,1	»	»	»

El alcance 8500 metros, que corresponde en el plano horizontal al ángulo de proyección $\varphi = 43^\circ 58'$, puede considerarse sensiblemente como el alcance máximo. En el mar, á este alcance corresponden los ángulos de proyección $32^\circ 35'$ y $53^\circ 43'$, pero evidentemente el alcance máximo es mayor. Para determinarlo, el método más sencillo y cómodo es prolongar la trayectoria de $\varphi = 43^\circ 58'$ por debajo del punto de caída en el plano horizontal, hasta que se obtenga una ordenada negativa igual á 550 metros.

Las fórmulas que emplearemos son (*Balística abreviada*, pág. 39):

$$y = x \operatorname{tg.} \varphi \left[1 - \frac{C a}{\operatorname{sen.} 2 \varphi} \right]$$

$$\operatorname{tg.} \theta = \operatorname{tg.} \varphi \left[1 - \frac{C d}{\operatorname{sen.} 2 \varphi} \right]$$

$$t = \frac{T' C}{\operatorname{cos.} \varphi}$$

que tomando en cuenta los signos pueden ponerse bajo la forma:

$$-y = x \operatorname{tg.} \varphi + \frac{C a x}{2 \operatorname{cos.}^2 \varphi}$$

$$\operatorname{tg.} \theta = \operatorname{tg.} \varphi + \frac{C d}{2 \operatorname{cos.}^2 \varphi}$$

Para la determinación de C , tratándose de un tiro curvo por ángulo grande, parece lo mejor deducir el valor correspondiente de los mismos datos de experiencia. Conocido el ángulo de proyección, el alcance y la velocidad inicial, puede calcularse C (problema 2.º del capítulo VI de la *Balística abreviada*, pág. 41). El desarrollo de este cálculo va á continuación.

	φ	43° 58'	
	X	8500	
	V	345	

	log. sen. 2 φ	1,9997	
	log. X	3,9294	
	log. A'	4,0703	
	A'	0,01176	

(B. A., pág. 269.)	} V / A' / α	751	
	log. X	3,9294	
	log. α	2,8756	
	log. $\left(C = \frac{X}{\alpha}\right)$	1,0538	$C = 11,32$
			$\frac{1}{C} = 0,08835$

Una vez conocido el valor de C , consideraremos la trayectoria que hemos de calcular como originada por una velocidad inicial de 258,5 metros por segundo (velocidad de caída en el plano horizontal), y un ángulo de proyección bajo el horizonte de 51° 55' (ángulo de caída en el plano horizontal).

Calcularemos primero la cantidad $\frac{C}{2 \cos.^2 \varphi}$, que entra en las dos

fórmulas que hemos de emplear, y en seguida ensayaremos varios valores para x , ó mejor dicho, para ΔX , pues las abscisas deben considerarse como incrementos del alcance primitivo.

Ensayamos primero $\Delta X = 430$ metros, valor evidentemente mayor que el verdadero, pues correspondería á la trayectoria rectilínea, y en efecto, resulta $y = 584,6 > 550$. Para $\Delta X = 400$, $y = 541,9 < 550$;

por lo tanto, $\Delta X \begin{matrix} > 400 \\ < 430 \end{matrix}$ y una sencilla interpolación por la proporción

de las diferencias, da $\Delta X = 405,7$ ó mejor dicho 406.

Fácil es ahora calcular θ , u_r , V_r , la energía, la penetración en plancha de hierro horizontal y el incremento del tiempo Δt_1 .

El desarrollo del cálculo va á continuación:

$V = 258,5$				
$\varphi = -51^{\circ} 55'$	$\log. C$	1,0538	"	
$\text{tg. } \varphi = 1,2761$	$\log. \frac{1}{2}$	1,6990	"	
	$\log. \text{sec.}^2 \varphi$	0,4197	"	
	$\log. \frac{C}{2 \cos.^2 \varphi}$	1,1725	"	
	$K = \frac{C}{2 \cos.^2 \varphi}$	14,877	"	
	$\frac{\Delta X}{\alpha} = \frac{\Delta X}{C}$	430	400	$\Delta X \quad y$
		38,1	35,34	430 584,6
Tabla E. A (E. A., pág. 212.)	$\left. \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots a$	0,0057	0,0053	400 541,9
	$K a \Delta X$	36,5	31,5	diff.: 30 42,7
	$\Delta X \text{ tg. } \varphi$	548,1	510,4	$\Delta \Delta X = 5,7$
$y = -(\Delta X \text{ tg. } \varphi + K a \Delta X)$		584,6	541,9	$\Delta X = 405,7$
	$\frac{\Delta X}{C} = \alpha$	405,7	"	
		35,86	"	
Tabla E. D (E. A., pág. 257.)	$\left. \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots d$	0,0104	"	
	$K d$	0,155	"	
	$\text{tg. } \varphi$	1,2761	"	
$\text{tg. } \theta = -(\text{tg. } \varphi + K d)$		1,4311	"	
	θ	$55^{\circ} 3'$	"	
Tabla E. u (E. A., pág. 197.)	$\left. \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots u_r$	253,6	"	
	$\log. u_r$	2,4041	"	
	$\log. \cos. \varphi$	1,7901	"	
	$\log. \text{sec. } \theta$	0,2419	"	
	$\log. V_r$	2,4361	"	
	V_r	273	"	
	$\log. V_r^2$	4,8722	"	
	$\log. \frac{p}{2g}$	0,6852	"	
	$\log. \frac{p}{2g} V_r^2$	5,5574	"	
	$\frac{p}{2g} V_r^2$	360,9	"	
	$\frac{p}{2g} V_r^2 : \frac{4\pi}{3} R^3$	74,2	"	
	$\frac{s}{D}$	0,590	"	
	s	12,4	"	
Tabla P. (E. A., pág. 373.)	s_1	9,2	"	
Tabla E. T' (E. A., pág. 242.)	$\left. \begin{matrix} V \\ \alpha \end{matrix} \right\} \dots T'$	0,15	"	
	$\log. C$	1,0538	"	
	$\log. T'$	1,1761	"	
	$\log. \text{sec. } \varphi$	0,2099	"	
	$\log. \Delta t_1$	0,4398	"	
	Δt_1	2,75	"	

Con los datos del alcance máximo, podemos completar la tabla de tiro que buscábamos, que será la siguiente:

TABLA de tiro del obús de hierro sunchado de 21 cm., modelo de 1891 (Ordóñez), tirando desde una altura de 550 metros de cota contra el mar.

Distancias..... Metros.	Ángulos de proyección.	Ángulos de arribada.		Duración del trayecto. Segundos.	Velocidad remanente tangencial. $M. \times 1''$	Efectos del proyectil.		
		En grados.	Por sus tangentes.			Energía del proyectil		Penetración en plancha de hierro horizontal. Centímetros.
						Total. Tonelámts.	Por cm. ³ de la esfera de igual diámetro. Kilográmts.	
<i>Carga: 12,4 kg. pólvora E. S. T. Velocidad inicial: 345 m. \times 1".</i>								
3500	1° 17'	20° 17'	0,3696	12,1	282	385,1	79,3	2,7
4000	4° 6'	21° 16'	0,3891	13,6	275	367,6	75,5	2,8
4500	6° 46'	22° 38'	0,4168	15,2	270	352,4	72,5	3,0
5000	9° 34'	24° 34'	0,4572	17,2	265	339,4	69,9	3,2
5500	12° 20'	27° 11'	0,5134	19,2	260	327,6	67,6	3,6
6000	16° 14'	30° 20'	0,5850	21,7	256	318,6	65,7	4,1
6500	18°	31° 41'	0,6171	22,8	255	315,6	65,0	4,3
7000	21° 4'	34° 25'	0,6854	24,3	254	314,2	64,8	4,2
7500	24° 24'	37° 28'	0,7662	25,6	256	318,3	65,6	5,4
8000	28° 35'	41° 23'	0,8811	27,3	260	326,4	67,1	6,2
8500	32° 35'	44° 53'	0,9957	28,5	263	336,0	69,1	6,9
8906	43° 58'	55° 3'	1,4311	36,1	273	360,9	74,2	9,2
8500	53° 43'	62° 52'	1,9520	40,6	287	400,1	82,3	11,3
8000	58° 27'	66° 28'	2,2961	43,9	294	418,8	86,2	12,2
7500	61° 36'	68° 53'	2,5903	47,5	299	433,5	89,1	12,9

Si se comparan los efectos de penetración en plancha de hierro horizontal, con los que se obtienen con el mismo obús colocado al nivel del agua, se ve que aumentan considerablemente con la altura. Es más, aun comparándolos con los del obús de 24 centímetros modelo de 1891 (1), en las mismas condiciones, son análogos ó ligeramente superiores á los de éste, demostrando así la considerable ventaja que hay en el empleo de las baterías altas para las piezas de fuego curvo.

(1) Véase el *Suplemento* á los APUNTES SOBRE DEFENSA DE LAS COSTAS, página 14.



XX.



UNA de las aplicaciones más interesantes que pueden hacerse del cálculo balístico, consiste en determinar cuál de dos ó más piezas de plaza es preferible, en situación dada, comparándolas desde el punto de vista de la *vulnerabilidad* que presentan á los fuegos del sitiador, ó lo que es lo mismo, de la probabilidad que éste tiene de acertar con sus tiros á las piezas supuestas.

Como en España ha habido opiniones y tendencias favorables al empleo del cañón de H. E. de 15 centímetros modelo de 1885, en el servicio de las plazas terrestres, conviene someter á estudio la cuestión y compararlo con el cañón Bc. de 15 centímetros modelo de 1891. El primero, como pieza de costa, que pesa más de seis toneladas, tiene montaje de marco giratorio á barbata; el segundo se monta en cureña de sitio de chapa sobre ruedas (1).

Para la comparación estudiaremos el tiro del sitiador desde dos distancias: una á 4000 metros, ó sea la que corresponde á una batería de primera posición, ó como ahora dicen algunos, de primer período; y otra, á 1500 metros, que es alcance de combate decisivo ó sea de batería de segunda posición. A la batería lejana le supondremos una ligera dominación de 43 metros, que á 4 kilómetros es de poco más de 1 por 100 de pendiente; en cambio la próxima supondremos que está un poco más baja.

(1) La primera vez que resolvimos este problema, aunque con datos numéricos distintos de los que aquí presentamos, fué con ocasión de una ponencia en la Junta Consultiva de Guerra, para proponer informe sobre el armamento que se proyectaba para una obra de fortificación existente. Conseguimos así demostrar que debían emplearse los cañones de Bc. de 15 y 12 centímetros, en cureña de ruedas, con preferencia al de H. E. de 15 centímetros, en montaje de costa.

Para la batería lejana examinaremos dos clases de armamento: el cañón De Bange de 155 largo y el mortero de 220. En la batería próxima supondremos el cañón de 120 largo y el de 155 corto, también De Bange. Así, para cada una de las dos posiciones elegimos una pieza de tiro directo y otra de tiro curvo; las pesadas ó de grueso calibre para el tiro lejano y las ligeras para el próximo. Los datos de tiro de las piezas, á las distancias que hemos supuesto y en el plano horizontal, son (1):

Piezas.	Velo- cidad inicial. — m. \times 1''	Ángulos de proyección		Ángulos de caída		Velo- cidad rema- nente tan- gencial. — m. \times 1''	Zonas del 50 por 100 en sentido			Al- cances — metros.
		en grados.	por sus tan- gentes.	en grados.	por sus tan- gentes.		lateral.	ver- tical.	longi- tudinal	
C. 155 lg.	470	7° 47'	0,1367	10° 25'	0,1838	290	4	4	26	4000
M. 220. . .	260	22° 35'	0,4159	25° 55'	0,4859	205	2,8	13,2	27,2	4000
C. 120 lg.	516	2° 2'	0,0355	2° 30'	0,0437	375	0,8	0,8	13,0	1500
C. 155 cr.	125,8	45°	1,0000	46° 51'	1,0668	117,5	13,0	—	59	1500

De estos datos, combinados con los ángulos de situación, que son $- 0^\circ 37'$ para la batería lejana y $+ 0^\circ 28'$ para la próxima, pueden deducirse los datos corregidos para la situación relativa de la pieza y del blanco. No reproducimos el cálculo porque es idéntico al del problema XIX (pág. 136).

Para la determinación de la probabilidad de tiro sobre el blanco, procederemos proyectando la pieza con su montaje sobre el plano vertical que pasa por la cresta del parapeto, sirviendo de líneas proyectantes rectas paralelas á la tangente á la trayectoria, y cuya inclinación sea, por lo tanto, igual al ángulo de arribada. A la figura que así se obtendrá se le circunscribe un rectángulo de lados verticales y horizontales, y este es el *rectángulo vertical equivalente al blanco*.

Para el cañón H. E. de 15 centímetros en cureña de costa sobre marco

(1) Véase la Memoria ESTUDIO SOBRE NUESTRA ARTILLERÍA DE PLAZA. (*Tanteos de armamento*.) Madrid, 1892, págs. 69, 70, 73 y 74. Si no se dispusiera de estos datos para la pieza que quisiera suponerse empleada por el sitiador, sería fácil calcularlos.

alto á barbeta, es fácil ver que la altura del rectángulo mencionado es (fig. 2) $A B$ y que esta dimensión es igual á

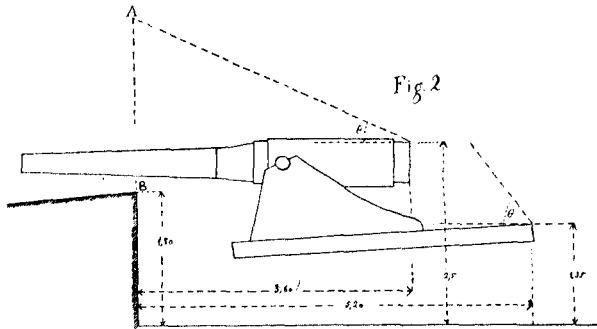
$$2,5 + 3,6 \operatorname{tg} . \theta - 1,8 = 0,7 + 3,6 \operatorname{tg} . \theta$$

en el caso en que

$$\operatorname{tg} . \theta > 0,716 \quad \text{ó} \quad \theta > 35^{\circ} 36',$$

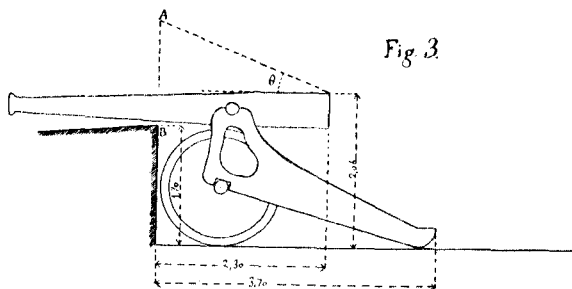
sería igual á

$$1,35 + 5,2 \operatorname{tg} . \theta - 1,8 = 5,2 \operatorname{tg} . \theta - 0,45.$$



La anchura del rectángulo la tomaremos igual á 1^m,5, un poco mayor que la de la cureña y del marco, teniendo en cuenta que á poca oblicuidad que tomase éste con respecto á la directriz media, normal al parapeto, aumentaría considerablemente la dimensión horizontal del blanco.

Para el cañón Bc. de 15 centímetros en cureña alta de sitio (fig. 3), la altura $A B$ del rectángulo equivalente al blanco es



$$2,06 + 2,3 \operatorname{tg.} \theta - 1,7 = 0,36 + 2,3 \operatorname{tg.} \theta,$$

y en el caso excepcional en que

$$\operatorname{tg.} \theta > 1,807 \quad \text{ó que} \quad \theta > 61^{\circ} 2'$$

$$3,70 \operatorname{tg.} \theta - 1,7.$$

La anchura del rectángulo será 1^m,60, que es la batalla de la cureña, no aumentándola como en el caso anterior, porque al revés de lo que allí sucede, la oblicuidad del montaje no aumenta la dimensión horizontal del blanco, antes bien la disminuye.

Hechos los cálculos (**B. A.**, pág. 103, problema 1.º y tabla **J**, página 366) el resultado es el que expresa el cuadro siguiente:

Pieza que sirve de blanco, su montaje y su cota.	Pieza que tira.	Cota de la batería.....	Distancia de blanco.....	Ángulo de situación.		Datos de tiro corregidos ó reales para la posición relativa de la pieza y el blanco.							Dimensiones del rectángulo vertical equivalente al blanco.		Cálculo de la probabilidad del tiro.				
				En grados.	Por su tangente.	Ángulo de proyección.....	Ángulo de arribada.		Velocidad realmente tangencial.	Energía del proyectil.....	Zonas del 50 por 100 en sentido			Anchura. A	Altura. H	$P\left(\frac{A}{Z_l}\right)$	$P\left(\frac{H}{Z_v}\right)$	$P\left(\frac{A}{Z_l}\right) \times P\left(\frac{H}{Z_v}\right)$	Tante por 100 de blancos. (tiro cent.)
							En grados.	Por su tangente.			La-teral. Z_l	Ver-tical. Z_v	Lon-gitudinal. Z_u						
R. Be. 15 em. 1884, en careta de sitio de costa sobre marco alto. Cota: 132 m.	C. 155lg	175	4000	-0°37'	-0,0107	7°10'	11°	0,1945	290,5	172,1	4,0	4,01	24,6	1,50	1,40	P(0,375)	P(0,350)	0,199 × 0,187	3,72
	M. 220	175	4000	-0°37'	-0,0107	21°50'	26°11'	0,4915	205,4	205,3	2,8	13,23	26,9	1,50	2,47	P(0,537)	P(0,187)	0,283 × 0,100	2,83
	C. 120lg	120	1500	+0°28'	+0,0080	2°30'	2° 3'	0,0357	374,8	131,0	0,8	0,8	15,9	1,50	0,83	P(1,878)	P(1,040)	0,795 × 0,517	41,10
	C. 155er.	120	1500	+0°28'	+0,0080	45°	46°38'	1,0588	110,5	25,0	13,0	62,3	59,2	1,50	5,05	P(0,116)	P(0,085)	0,063 × 0,046	0,29
R. Be. 15 em. 1884, en careta de sitio de ruedas con manijeras altas. Cota: 132 m.	C. 155lg	175	4000	-0°37'	-0,0107	7°10'	11°	0,1945	290,5	172,1	4,0	4,01	24,6	1,60	0,81	P(0,400)	P(0,200)	0,212 × 0,107	2,27
	M. 220	175	4000	-0°37'	-0,0107	21°50'	26°11'	0,4915	205,4	205,3	2,8	13,23	26,9	1,60	1,49	P(0,570)	P(0,113)	0,300 × 0,060	1,80
	C. 120lg	120	1500	+0°28'	+0,0080	2°30'	2° 3'	0,0357	374,8	131,0	0,8	0,8	15,9	1,60	0,44	P(2,000)	P(0,550)	0,822 × 0,289	23,70
	C. 155er.	120	1500	+0°28'	+0,0080	45°	46°38'	1,0588	110,5	25,0	13,0	62,3	59,2	1,60	2,79	P(0,123)	P(0,045)	0,066 × 0,024	0,16

La comparación de las cifras de la última columna, que corresponden á ambas piezas que se supone sirven de blanco, demuestra que la *vulnerabilidad* del cañón entubado en su montaje de costa es mayor que la de la pieza de bronce comprimido en su cureña de sitio. A esto hay que añadir que la pieza Ordóñez pesa con su montaje trece toneladas y no puede moverse de su explanada, viéndose obligada á sufrir inmóvil el fuego del agresor, que no tardará en desmontarla, mientras que el cañón Verdes Montenegro, que con su cureña pesa cinco y media toneladas, puede transportarse, gracias á las ruedas, y no necesita permanecer siempre en su explanada, sino que, cuando se crea conveniente, puede retirarse á los abrigos que se tengan dispuestos, y por lo tanto, muchos de los proyectiles que entren por el rectángulo equivalente no encontrarán detrás pieza que desmontar.

Respecto á la eficacia del tiro de desmonte á 1500 metros con el cañón de 12 centímetros (120 francés), es indudablemente muy grande, y está representada por 41,1 por 100 de blancos contra el cañón de costa, y 23,7 por 100 contra el de sitio. Hay que advertir, sin embargo, que se supone el tiro exactamente *centrado* ó *corregido*, es decir, que el centro de impactos coincida con el centro del rectángulo blanco, cosa bastante difícil de conseguir. Con *tiro no centrado* (B. A., pág. 104, cap. XIII) el tanto por 100 disminuiría, conservándose, sin embargo, la misma relación.

El cañón De Bange de 155 corto, aparece como pieza poco eficaz para el tiro curvo; las probabilidades de 3 y 1 $\frac{1}{2}$ por mil aproximadamente, son muy pequeñas para la distancia de 1500 metros, y es que, sin duda alguna, esta pieza es más *obús* que *mortero*, más propia para el tiro de sumersión que para el vertical. Si se hubiese tomado para el cálculo el mortero Mata ó el Krupp de 15 centímetros, el resultado hubiera sido muy diverso, aunque siempre, claro es, la precisión del tiro en el fuego curvo es mucho menor que en el directo.



XXI.



El problema inverso del anterior, ó sea el estudio del efecto que puede esperarse en el tiro de las piezas de plaza contra una batería de sitio, presenta también mucho interés.

Las piezas de plaza cuyo efecto estudiaremos, serán el cañón de 12 centímetros y el obús y mortero de 15 centímetros, todos de bronce comprimido, que constituyen las bocas de fuego ligeras de lo que hemos llamado *artillería de plaza normal* (1). Supondremos que la batería enemiga ocupa el mismo lugar que en el problema anterior hemos supuesto para la próxima ó de segunda posición. Los datos de tiro á la distancia de 1500 metros y en el plano horizontal son los siguientes (2):

Piezas.	Velo- cidad inicial.	Ángulos de proyección		Ángulos de caída		Tiem- pos.	Velo- cidad reman- ente tan- gencial	Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido		
		en grados.	por sus tan- gentes.	en grados.	por sus tan- gentes.			lateral.	ver- tical.	longi- tudinal
C. Bc. 12	515	2° 2'	0,0355	2° 20'	0,0423	3,38	380,0	1,02	1,10	26,0
O. Bc. 15	318	4° 45'	0,0831	5° 19'	0,0930	5,18	269,4	2,18	3,17	34,0
	194	12° 35'	0,2232	13° 37'	0,2424	8,43	172,0	2,13	8,67	35,8
M. Bc. 15	117,3	45°	1,0000	46° 57'	1,0705	15,8	117,0	3,6	—	28,0
	134,2	60°	1,7321	62° 32'	1,9238	23,5	125,8	3,7	—	27,9

Transformaremos estos datos en los que corresponden á la situación real de la pieza y del blanco. Siendo la cota del adarve del fuerte en que

(1) ESTUDIO SOBRE NUESTRA ARTILLERÍA DE PLAZA. (*Tanques de armamento.*)—Madrid, 1892.—Capítulo I.

(2) Idem, idem.—Págs. 23, 31, 32 y 35.

aquella está montada 132 metros y la de la explanada de la batería de sitio que sirve de blanco 120 metros, el ángulo de situación es

$$- 0^{\circ} 28' = \varepsilon \quad \text{y} \quad \text{tg. } \varepsilon = 0,0080.$$

Para el cálculo relativo al cañón de 12 centímetros y obús de 15 centímetros, nos serviremos de las fórmulas $[\gamma'']$, $[\delta'']$, $[\varepsilon]$ y $[\zeta]$ (**B. A.**, páginas 72 y 73), es decir, que conservamos la velocidad inicial y variamos el ángulo de proyección; en cambio con el mortero de 15 centímetros conservaremos fijo el ángulo de proyección, variando la velocidad inicial, y emplearemos por lo tanto las fórmulas de Wuich (**B. A.**, página 79). Para la transformación de los datos de probabilidad nos hemos servido de las fórmulas [B] y [C] (**B. A.**, pág. 103).

El resultado de todos los cálculos de transformación es el siguiente:

Piezas.	Velocidad inicial.	Ángulos de proyección		Ángulos de arribada		Tiempos.	Velocidad remanente tangencial.	Energía total del proyectil.	Zonas de 50 por 100 de los disparos en sentido		
		en grados.	por sus tangentes.	en grados.	por sus tangentes.				lateral.	vertical.	longitudinal.
C. Bc. 12	515	1°34'	0,0275	2°53'	0,0503	3,38	380,9	133,6	1,02	1,06	21,0
	318	4°18'	0,0751	5°46'	0,1010	5,18	269,8	130,0	2,18	3,17	31,4
O. Bc. 15	194	12° 9'	0,2152	14°29'	0,2584	8,42	172,9	53,4	2,13	8,12	33,7
	116,9	45°	1,0000	47°23'	1,0871	15,9	121,8	26,6	3,6	—	27,8
M. Bc. 15	133,9	60°	1,7321	62°44'	1,9407	23,55	137,0	33,6	3,7	—	27,8

Partiendo de estos datos numéricos, podemos resolver el problema en los diversos aspectos que puede presentar. En todos ellos supondremos que la batería enemiga es del tipo número 2 del reglamento francés (1) para cuatro piezas.

1.º Supongamos que para desmontar las piezas se trate de abrir brecha en el parapeto de la batería. Este tiene 8 metros de espesor, plano de fuegos próximamente horizontal, á la cota de 1,4 metros sobre el terreno, talud exterior de $\frac{2}{3}$ é interior de $\frac{4}{1}$. El volúmen mínimo de tie-

(1) ESTUDIO SOBRE NUESTRA ARTILLERÍA DE PLAZA. (*Tanteos de armamento.*)—Pág. 82.

rras que hay que dispersar es para un boquete de 2 metros de anchura

$$\frac{1}{2} (8 + 10,45) \times 1,4 \times 2 = 25,8 \text{ metros cúbicos.}$$

Proyectando el parapeto sobre un plano vertical que pase por el pie del talud exterior, usando como líneas proyectantes rectas paralelas á la tangente á la trayectoria, la dimensión vertical del rectángulo equivalente al blanco será

$$1,4 + 10,1 \operatorname{tg} \theta$$

siendo θ el ángulo de arribada.

El volúmen del embudo medio producido por la explosión de una granada de 12 centímetros puede suponerse igual á 0,1028 metros cúbicos, y el que corresponde á la granada de 15 centímetros 0,3333 metros cúbicos (1).

El número de proyectiles que deben estallar en el parapeto para producir el desmote de 25,8 metros cúbicos, lo calcularemos por la fórmula

$$U = n e \left(0,155 + \frac{0,849}{10^{\frac{n}{400}}} \right) \dots \dots (\text{B. A., pág. 133 [3]})$$

de la cual hay que deducir por tanteos é interpolación proporcional el valor de n (2).

Obtenido n hay que calcular el tanto por ciento de blancos para deducir el número total de proyectiles que deberían dispararse para conseguir la brecha propuesta. El resultado de los cálculos es el que sigue:

(1) ESTUDIO SOBRE NUESTRA ARTILLERÍA DE PLAZA. (*Tanteos de armamento*.)—Pág. 37.

(2) Esta fórmula [3], lo mismo que la [1] $e = 0,0026 h k p^{1,2} \lambda^{0,9}$, en las cuales e es el volúmen del embudo medio de la explosión de un proyectil de peso p y carga interior λ (en kilogramos), siendo h un coeficiente, que es 1 para la tierra ordinaria, k otro que es también la unidad para la pólvora ordinaria y n el número de proyectiles que con su explosión contribuyen á la dispersión de las tierras, las presentamos en la *Balística abreviada* (2.ª edición) como un primer ensayo de fórmulas empíricas deducidas de los datos de experiencia conocidos de los polígonos de Meppen (Krüpp), Dungenes, Lydd, Steinfeld, Ust-Ijora, Ciriü, Bourges, pero haciendo toda clase de reservas sobre su bondad, disculpando nuestro atrevimiento con la necesidad de calcular esta clase de efectos y manteniéndolas tan sólo mientras no hubiese otras mejores.

La necesidad que nosotros sentíamos debe haber sido experimentada por otros, pues hemos visto nuestras fórmulas reproducidas por el comandante Vallier en su *Balistique Expérimentale*, París, 1894 (pág. 201), por el comandante Ugarte en su *Libro de Memorias del oficial de artillería*, 1.º suplemento, 1.º abril 1895 (pág. 50) y por el teniente Alfonso Mattei en su estudio *Del progetto di una bocca da fuoco* (*Rivista d'Artiglieria e Genio*, 1895. Volume IV, pág. 176).

Piezas.	Ángulos de arribada por sus tangentes.	Volumen del embudo medio de la explosión	Número de proyectiles que se necesitan para obtener el desmonte de 25,8 m. ⁵	Dimensiones del rectángulo vertical equivalente al blanco.		Cálculo de la probabilidad del tiro					Número de proyectiles que deben dispararse para obtener el efecto que se desea.
				anchura A	altura H	$P\left(\frac{A}{Z_l}\right)$	$P\left(\frac{H}{Z_v}\right)$	$P\left(\frac{A}{Z_l}\right) \times P\left(\frac{H}{Z_v}\right)$	Tan- to por 100 útil.		
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	tg. θ	m. ⁵	n	Metros	Metros						
C. Bc. 12	0,0503	0,1028	1619	2	1,91	$P(1,96)$	$P(1,80)$	$0,814 \times 0,775$	63,2	2560	
Ó. Bc. 15	0,1010	0,3333	155	2	2,42	$P(0,918)$	$P(0,763)$	$0,464 \times 0,393$	18,2	850	
	0,2584	0,3333	155	2	4,00	$P(0,94)$	$P(0,493)$	$0,474 \times 0,260$	12,1	1280	

La atenta observación de las cifras obtenidas demuestra que el procedimiento de abrir brechas en el parapeto de una batería no es el que conviene seguir para apagar sus fuegos, pues exige un consumo de municiones excesivo, y que en caso de emplearlo, se debe preferir el tiro directo del obús de 15 centímetros al indirecto de la misma pieza y al directo del cañón de 12 centímetros. Con esta última pieza se necesitarían más de diez mil disparos para apagar una batería de cuatro cañones.

Como el peso de la granada de 15 centímetros (35 kilogramos) es próximamente doble que el de la de 12 centímetros (18 kilogramos), puede observarse que el consumo de hierro es igual en el tiro directo de esta última pieza que en el indirecto de aquélla.

2.º De ordinario se recurre al tiro de desmonte, es decir, que vez de empeñarse en destruir el parapeto por la dispersión de las tierras que lo forman, se trata de que algunos proyectiles alcancen al cañón ó á su cureña y los rompan ó descompongan, inutilizándolos para el servicio. En este caso se hará el cálculo como se ha visto en el problema XX, (pág. 147) por el de la probabilidad del tiro. La anchura del rectángulo vertical equivalente al blanco es 0,5, que se supone que sea la de la cañonera informe y poco profunda abierta en la parte superior del parapeto y la dimensión vertical del mismo rectángulo será:

$$0,3 + 2 \operatorname{tg} \theta.$$

Hechos los cálculos dan el resultado siguiente:

Piezas.	Ángulo de arribada, por su tangente. — tg. θ	Dimensiones del rectángulo vertical equivalente al blanco.		Cálculo de la probabilidad del tiro.				Número de disparos que deben hacerse para desmontar una pieza.
		Anchura A	Altura H	$P\left(\frac{A}{Z_l}\right)$	$P\left(\frac{H}{Z_v}\right)$	$P\left(\frac{A}{Z_l}\right) \times P\left(\frac{H}{Z_v}\right)$	Tanto por 100 en el rectángulo.	
C. Be. 12	0,0503	0,5	0,4	$P(0,49)$	$P(0,378)$	$0,259 \times 0,209$	5,4	56
O. Be. 15	0,1010	0,5	0,5	$P(0,229)$	$P(0,158)$	$0,122 \times 0,085$	1,04	288
	0,2584	0,5	0,81	$P(0,235)$	$P(0,099)$	$0,126 \times 0,053$	0,67	448

El número de disparos para desmontar una pieza se ha supuesto que es triple del que se necesita para poner un proyectil en el rectángulo vertical equivalente al blanco, pues es evidente que muchos de los que reciba el rectángulo no se aprovecharán en descabalar el cañón.

Las cifras obtenidas prueban, hasta con exceso, que es mejor tirar contra las piezas para apagar sus fuegos, que destruir el parapeto.

También prueban que el cañón de 12 centímetros es la pieza esencialmente propia para el *tiro de desmonte* (1) y que en el caso de emplear en este tiro el obús de 15 centímetros, conviene el tiro directo, pues si se hace más curva la trayectoria, lo que se gana en la dimensión vertical del rectángulo equivalente al blanco, se pierde en la mayor dispersión de los proyectiles.

3.º El tiro de sumersión del obús de 15 centímetros y el curvo del mortero del mismo calibre, pueden emplearse para hacer caer los proyectiles en el interior de la batería, y ya con el choque de las granadas enteras, ya con la proyección de cascos que produzca su explosión, hacer efecto en el material y en el personal. Este tiro, ya que no empleado solo, ayudando y cooperando con el de desmonte, puede contribuir al buen resultado del combate de artillería decisivo que se empeña por las piezas de la plaza con las de la segunda posición del ataque.

Contra la misma batería de cuatro piezas del tipo reglamentario fran-

(1) En el problema XX, páginas 147 y 148, se había demostrado lo mismo para el cañón francés De Bange de 120.

cés número 2, supondremos que se dirige el fuego de obús y mortero. Teniendo en cuenta que las explanadas son de 3,25 metros de ancho por 6,20 metros de largo y que se colocan á 0,50 metros de distancia del pie del talud interior del parapeto, y suponiendo que el tiro resulte centrado, es decir, que el número de disparos cortos sea igual al de los largos, siendo el plano de tiro medio el que pasa á igual distancia de dos explanadas, hemos hecho el cálculo de la distribución probable de los proyectiles y el resultado es el que sigue:

Piezas.	Ángulo de arribada expresado por su tangente. — tg. θ	Velocidad remanente tangencial. — $M. \times 1^{\circ}$	Penetración del proyectil en tierra ordinaria. — Metros.	Probabilidad del tiro. Tantos por 100 de disparos.						
				En cada una de las explanadas de las piezas.	En el espacio entre ambas explanadas.	En el resto del adarve interior de la batería.	En el parapeto anterior.	En el través y en el parapeto del retorno	Cortos.	Largos
O. Bc. 15	0,2584	172,9	2,39	0	0	4,08	24,44	0	35,74	35,74
M. Bc. 15	1,0871	121,8	1,45	2,17	4,61	3,61	21,42	0,15	32,93	32,94
	1,9407	137,0	1,73	2,60	5,41	4,60	18,69	0,23	32,93	32,94

Suponiendo que la penetración de las granadas en la tierra sea rectilínea (1), se detendrán á una profundidad vertical de 0,6, 1,06, 1,54 metros en los tres casos de la tabla anterior, de lo cual se deduce que los nichos de proyectiles adoptados como reglamentarios en Francia y que tienen una protección vertical de 1,4 metros, están expuestos al tiro del mortero de 15 centímetros por 60° de elevación, y en cambio los depósitos de cartuchos, que tienen 1,9 metros por lo menos, están más protegidos.

4.º Puede también hacerse fuego de shrapnel contra la batería, tratando de poner fuera de combate el personal que sirve las piezas, en vez de inutilizar el material.

En este caso habrá que suponer un intervalo de explosión corto con relación á la cresta del parapeto de la batería. Calculando la velocidad remanente en el punto de explosión y conociendo la curvatura del

(1) No lo es realmente, pues como es sabido, los proyectiles sufren en los macizos de tierra una verdadera *derivación*.

rayado, la velocidad inicial, la carga interior, número y peso de los balines, se determinará por la segunda de las fórmulas [7] (B. A., capítulo XVI, pág. 153), la abertura del cono de dispersión.

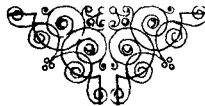
Los datos son:

	Cañón de 12 centímetros.	Obús y mortero de 15 centímetros.
Paso de las rayas, calibres.	28	41,3
Carga interior, kilogramos.	0,16	0,5
Número de balines.	260	330
Peso de un balín, gramos.	11	20
Diámetro de un balín, milímetros.	14	10
Velocidad propia de los balines producida por la explosión.	127,6	192,3

Los resultados del cálculo están reunidos á continuación:

Piezas.	Velocidad inicial. — M. × 1"	Punto de explosión.		Ángulo del cono de dispersión.	Densidad de dispersión de los balines por metro cuadrado.		Energía de los balines en kilogramos.	
		Intervalo. — Metros.	Altura. — Metros.		A 100 metros.	A 200 metros.	A 100 metros del punto de explosión.	A 200 metros del punto de explosión.
C. Bc. 12	515	10	0,5	12° 56'	0,64	0,16	455	217
O. Bc. 15	318	10	1,0	6°	3,84	0,96	930	562
	194	15	3,8	4° 38'	6,4	1,6	740	460
M. Bc. 15	116,9	20	21,7	3° 14'	13,1	3,27	608	389
	133,9	20	33,8	3° 32'	10,95	2,74	650	411

La densidad de dispersión de los balines indica el número de éstos por metro cuadrado que se recogerán en un plano normal al eje del cono, á 100 y 200 metros del punto de explosión. Esta densidad es muy eficaz. En cuanto á la energía de los balines, es sobrada; muy superior á la indispensable para poner á un hombre fuera de combate.





XXII.



ADA es tan útil para fijar los principios en que debe fundarse la organización de las obras defensivas, como la experiencia de la guerra, el efecto que realmente han producido los proyectiles, lanzados durante el combate de artillería sobre las fortificaciones.

A falta de la guerra real, pueden hacerse experiencias de polígono, tirando en condiciones las más semejantes que sea posible á las del combate, contra obras construídas á propósito, ó aprovechando las antiguas que haya que demoler: así lo han hecho, cuando han podido, los prusianos contra las escarpas de Juliers y Graudentz; los austriacos, contra las casamatas de Olmütz; los franceses, contra el fuerte Liédot en 1860, y contra el de la Malmaison, en 1886; y nosotros mismos, recien adoptada la artillería rayada, hicimos las experiencias de Molina de Aragón, en diciembre de 1860, donde se probó el poder de los nuevos cañones para abrir brecha.

Estas experiencias, que deberían multiplicarse cuanto fuera dable y lo permitiesen los recursos de que pueda disponerse, se pueden repetir sin gran dificultad contra obras de campaña y provisionales (1), fáciles de construir con dispendio relativamente escaso; pero no sucede lo mismo con las obras permanentes y de aquí que sean muy poco frecuentes las ocasiones en que se han realizado esta clase de ensayos.

Nada puede suplir por completo á la experiencia, pero sin pretender sustituirla, cabe hacer lo que llamaremos *tiro ficticio*, aplicando al plano

(1) Debe recordarse á este propósito las que se realizaron en Carabanchel en 26 de marzo de 1892, de que dió cuenta el MEMORIAL (*Revista mensual*, Tomo IX, pág. 137). Un artículo sobre las mismas que insertó *El Día*, de Madrid (número 4253—27 marzo), fué reproducido por la *Rivista d'Artiglieria e Genio* (Anno 1892—volume II, pág. 168) *Esperienze di tiro con mortai da campagna*.

de una obra de fortificación el diagrama que represente la distribución de los proyectiles en el blanco y apreciando por inducción el efecto que cada uno de ellos podría producir según el punto donde caiga. Para esto es preciso fijar de antemano la dirección del *plano de tiro* y en ella designar el punto que ha de ser *centro de impactos* (B. A., cap. XIII, página 100) y después se van marcando los puntos de caída con arreglo á los desvíos longitudinal y lateral que corresponden á cada uno.

La idea de este *tiro ficticio* no es nueva. En 1875 el capitán de Ingenieros austriaco, hoy general mayor, el Caballero Mauricio von Brunner, Director de la *Revista militar de Strefleur*, tuvo la feliz ocurrencia de trasladar la agrupación de los impactos obtenidos en las experiencias de Olmütz con el mortero rayado de 21 centímetros al plano de un fuerte moderno, del tipo por el mismo Brunner propuesto (1), y dedujo curiosas y útiles consecuencias.

Esto mismo hemos hecho nosotros con el fortín que representa la figura 4, de tipo y dimensiones muy parecidos á las obras intermedias del moderno campo atrincherado de Colonia (2), que es de planta trapecial con armamento de ocho piezas en los adarves, separadas por traveses, el foso flanqueado por casamatas de contraescarpa en el frente de cabeza y laterales y por una caponera en la gola. Marcada la dirección del plano de tiro y el centro de impactos en *O*, se han tomado los datos de tiro de los publicados por la casa Krupp acerca del mortero rayado de acero de 21 centímetros (3), cuyos datos son los siguientes:

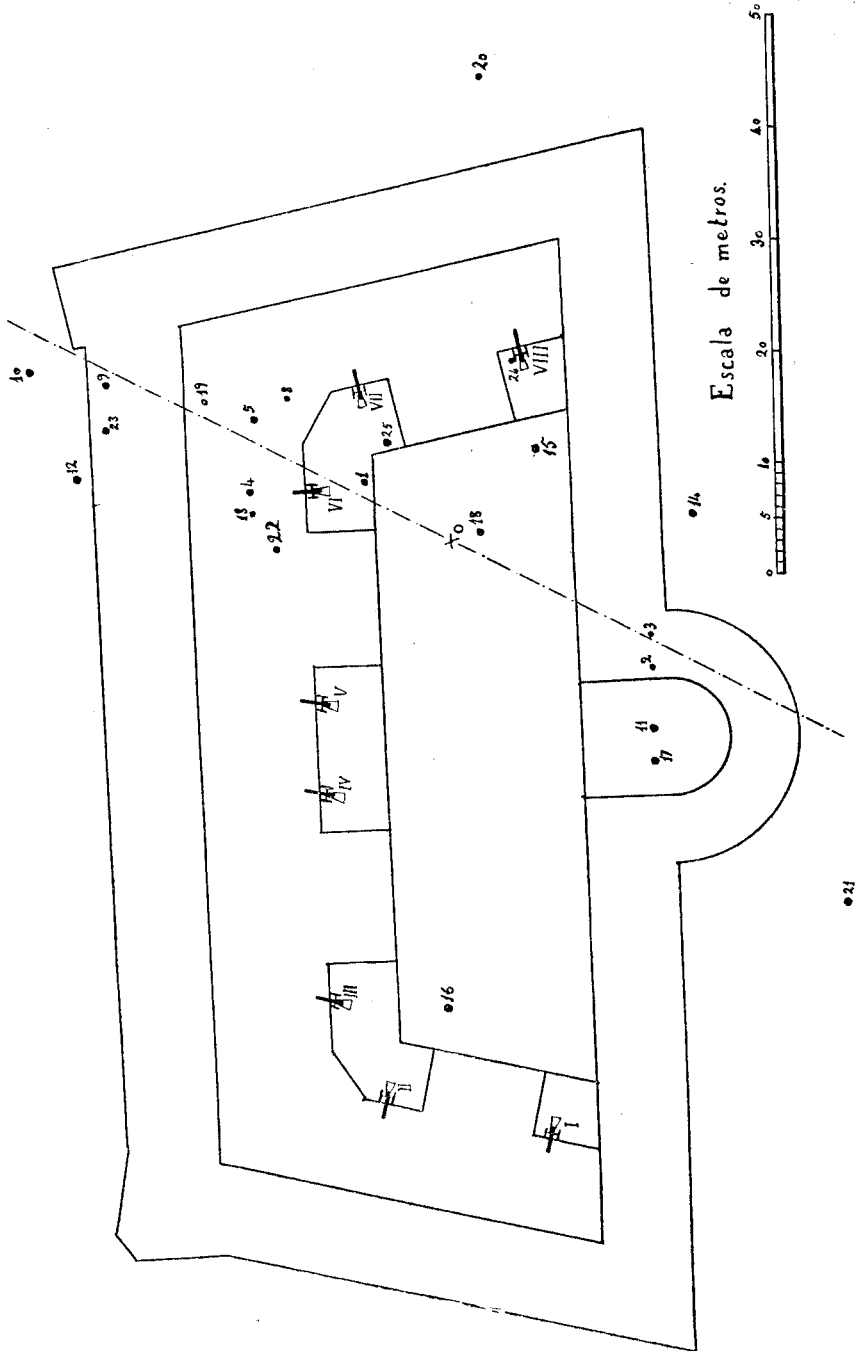
Calibre.	209,3 milímetros.
Longitud total.	1330 milímetros.
Longitud de ánima.	1050 milímetros (5 calibres).
Peso.	1165 kilogramos.

Afuste de hierro unido por un eje de giro vertical á la plataforma de madera.

(1) Véase el extracto que de los artículos de Brunner hizo nuestro compañero, el entonces comandante del cuerpo, D. Genaro Alas, con el título *El mortero austriaco rayado y cargado por la recámara*. (Revista quincenal del MEMORIAL DE INGENIEROS, año 1876, pág. 115.)

(2) Según los datos del coronel de ingenieros francés Mr. Delair, en su curso litografiado de 1ª Escuela de Fontainebleau.

(3) *Expériences de tir des Acieries de Fried. Krupp, calculées au polygone de Meppen*. Rapport XXXI. —Essen (Impr. de l'Et. Fried. Krupp), 1882.



Peso del afuste.	950	kilógramos.
Peso de la plataforma.	1670	kilógramos.
Peso del bastidor con eje y ruedas que se aplica bajo la plataforma para el transporte.	603	kilógramos.
Peso del avantrén.	412	kilógramos.
Peso total del carruaje.	4800	kilógramos.
Granada ordina- ria de fundi- ción. . .	Longitud	586 milímetros (2,8 calibres).
	Peso total.	91 kilógramos.
	Peso de la carga interior.	4,8 kilógramos.
Granada ordina- ria de acero. . .	Longitud.	732 milímetros (3,5 calibres).
	Peso total.	91 kilógramos.
	Peso de la carga explosiva.	14,5 kilógramos.
Granada torpedo de acero. (1)	Longitud.	1256 milímetros (6 calibres).
	Peso total.	95 kilógramos.
	Peso de la carga explosiva (pólvora negra).	36 kilógramos.
	Peso total.	91 kilógramos.
Shrapnel de acero.	Número de balas.	1700 de 26 gramos, de 17 milímetros de diámetro, ó 735 de 60 gramos, de 22,5 milímetros de diámetro.
	Carga explosiva.	1 kilógramo.
	Duración de la espoleta de doble galería.	28 segundos.
Velocidad inicial máxima en los pro- yectiles de 91 kilógramos.	200	m. \times 1''.
Carga que produce esta velocidad.	{	3,9 kilógramos de pólvora de 10 á 13 milímetros.
Presión interior máxima de los gases.	1300	atmósferas.

(1) Esta granada-torpedo es la primitiva; posteriormente ha adoptado Krupp para este mismo mortero otro proyectil del mismo género que pesa 140 kilógramos, al que la fábrica llama *obus-fougasse*, aunque lleva carga explosiva de piróxilo.

Hemos elegido, entre los datos de tiro, 25 disparos (1) á la distancia de 3300 metros, todos de proyectiles de 91 kilogramos de peso. En la figura 4 puede verse la distribución de los puntos de caída (excepto para los disparos 6 y 7, que caen fuera de la figura), y en el cuadro siguiente se detallan los desvíos, situación de cada impacto y el efecto probable de cada disparo.

(1) Los números 86 á 90, 115 á 119, 200 á 204, con ángulo de proyección de 30°; 22 á 26 y 294 á 298, con ángulo de 60°.

RESULTADOS que puede suponerse tendrían 25 disparos hechos con el mortero rayado Krupp de 21 centímetros, contra un fortín de tipo análogo al de los construídos en la plaza alemana de Colonia (Köln), tomando los datos de probabilidad del tiro de experiencias realmente hechas en Meppen, en 1882. (Fig. 4).

Número de orden de los disparos	Posición del punto de caída respecto al centro de impactos.	Parte de la obra en que habría caído el proyectil.	Efecto probable de cada disparo.
1	9,5 m. cr.; 1,2 m. izq.	Adarve, detrás de la explanada de la pieza VI	Embudo de consideración en el terraplén, bajas en los sirvientes de la pieza y en los de la VII.
2	21,0 m. lg.; 2,0 m. dcha.	Foso de gola, junto á la caponera.	Embudo en el fondo del foso, conmoción del muro de la caponera.
3	19,5 m. lg.; 0,5 m. izq.	Foso de gola.	Embudo en el fondo del foso
4	17,5 m. cr.; 4 m. dcha.	Parapeto delante de la pieza VI.	Embudo en el parapeto, proyección de cascos sobre la pieza VI.
5	25 m. cr.; 1,7 m. izq.	Parapeto del ángulo derecho.	Embudo en el parapeto.
6	Excesivamente corto..	—	—
7	Excesivamente largo..	—	—
8	18,5 m. cr.; 4,5 m. izq.	Parapeto del ángulo derecho.	Embudo en el parapeto, proyección de cascos sobre el adarve.
9	33,2 m. cr.; 1,2 m. dcha.	Foso del frente descrestando la contraescarpa.	Descrestamiento de la contraescarpa.
10	39,5 m. cr.; 3,1 m. dcha.	Glásis del frente.	Embudo en el glásis.
11	23,5 m. lg.; 7 m. dcha.	Caponera de gola.	Comoción de la bóveda de la caponera de gola.
12	31,5 m. cr.; 9,8 m. dcha.	Glásis del frente.	Descrestamiento de la contraescarpa.
13	16,2 m. cr.; 5,8 m. dcha.	Parapeto delante de la pieza VI.	Embudo en el parapeto, proyección de cascos sobre la pieza VI.
14	17,5 m. lg.; 11,8 m. izq.	Glásis de gola.	Embudo en el glásis.
15	2,8 m. lg.; 10,6 m. izq.	Patio interior del fuerte.	Embudo en el patio.
16	18,2 m. lg.; 37,5 m. dcha.	Patio interior del fuerte.	Embudo en el patio.
17	24,5 m. lg.; 9,5 m. dcha.	Caponera de gola.	Comoción en la bóveda de la caponera de gola.
18	2 m. lg.; 1,9 m. izq.	Patio interior del fuerte.	Embudo en el patio.
19	25 m. cr.; 1,3 m. izq.	Parapeto del ángulo derecho.	Embudo en el talud exterior del parapeto.
20	16 m. cr.; 38 m. izq.	Glásis del frente lateral derecho.	Embudo en el glásis.
21	15,5 m. lg.; 13 m. dcha.	Glásis de gola.	Embudo en el glásis.
22	13,5 m. cr.; 7,5 m. dcha.	Parapeto delante de la pieza VI.	Embudo en el parapeto; algunos cascos sobre la pieza VI.
23	31,5 m. cr.; 4,8 m. dcha.	Foso del frente, descrestando la contraescarpa.	Descrestamiento de la contraescarpa.
24	2,5 m. cr.; 16,7 m. izq.	Explanada de la pieza VIII.	Desmonte ó desencabalgamiento de la pieza VIII, bajas en sus sirvientes.
25	9 m. cr.; 5,2 m. izq.	Adarve detrás de la pieza VII.	Embudo en el terraplén; bajas en los sirvientes de la pieza VII.

A la distancia de 3300 metros, los datos de la trayectoria serán:

Para el tiro por 30° de elevación. . . .	}	Angulo de caída. . . .	33° 1'.
		Velocidad remanente. . . .	171 m. × 1''.
		Penetración en tierra. . . .	3,1 metros.
Para el tiro por 60° de elevación. . . .	}	Angulo de caída. . . .	63° 31'.
		Velocidad remanente. . . .	180 m. × 1''.
		Penetración en tierra. . . .	3,3 metros.

La profundidad vertical de la granada al verificarse la explosión sería de 1,7 metros en el primer caso y de 2,9 metros en el segundo. El volúmen del embudo medio será de 2,39 metros cúbicos para la granada ordinaria de hierro, 6,47 metros cúbicos para la de acero y 14,67 metros cúbicos para la granada-torpedo.

El número de disparos no permite suponer que el efecto obtenido en el tiro fuese de mucha consideración, y sin embargo, analizando el cuadro anterior, se vé que no sería despreciable.

Los disparos 4, 5, 8, 13, 19 y 22, es decir, el 24 por 100, caerían en el parapeto y su enorme efecto explosivo haría que tuviese cierta importancia la dispersión de tierras.

Los disparos 1 y 25 se aprovecharían en causar bajas en los sirvientes de las piezas VI y VII, y tal vez algún casco de los mayores alcanzase á romper algún órgano de los montajes.

El disparo 24 es excepcionalmente favorable. Destruirá la pieza VIII y puede suponerse que pondrá fuera de combate á todos sus sirvientes.

Los números 11 y 17 harán algún efecto sobre la cubierta de la caponera de gola. El segundo, por su gran ángulo de caída, debe suponerse que será el más eficaz.

Los números 2 y 3 poco efecto podrán producir en el foso de gola.

En cambio los 9, 12 y 23, descrestando el glásis del frente exterior, prepararían y facilitarían la ulterior abertura de la brecha.

Los disparos 15, 16 y 18, que caen en el patio de la obra, sólo producirán efecto moral en los defensores y eventualmente algunas bajas.

Por último, los 10, 14, 20 y 21, y sobre todo los 6 y 7, pueden considerarse como perdidos.

Cuando el tiro es de mortero, como hemos supuesto en el caso anterior, no hay inconveniente ni error de importancia en aplicar los impactos al plano de la obra sin tener en cuenta las diferencias de nivel de sus diferentes planos y crestas, pero en el tiro rasante y en el por sumersión no sucede lo mismo. En este caso pueden seguirse dos procedimientos, que son en rigor equivalentes.

El primero consiste en proyectar la obra, bien sobre un plano vertical, bien sobre el horizontal, según sea más cómodo y según sea vertical ú horizontal el diagrama de tiro de que se disponga. La proyección es oblicua (1) y las rectas proyectantes son paralelas á la tangente á la trayectoria en el punto de caída.

El segundo podría ser empleando el plano de la obra de que se disponga y en él marcar los puntos de impacto, pero no dar éstos como definitivos, sino hacer pasar por cada uno una recta con la dirección é inclinación iguales á las de la trayectoria y hallando su intersección con los macizos de la fortificación, determinar el punto preciso contra el cual chocaría el proyectil.

*
* *

En vez de tomar los datos de un tiro real, se puede simular éste sacando á la suerte las desviaciones. Para que éstas sigan la ley de dispersión que está representada por la fórmula que se deduce en el cálculo de probabilidades y que prácticamente está traducida en la tabla de factores de probabilidad (**B. A.**, tabla **J**), se ha deducido de ella la tabla siguiente, en la cual sólo se aprecian los décimos de la desviación probable, y se alternan como es natural las positivas con las negativas.

Se prepararán dos urnas ó dos barajas, cada una con 100 bolas ó tarjetas numeradas: la primera servirá para las desviaciones laterales y la segunda para las longitudinales (en el plano horizontal); las verticales (en el plano vertical), y las normales (en el plano normal á la trayectoria).

Supongamos que las zonas del 50 por 100 sean 1^m,2 lateral y 1^m,7 vertical. Las desviaciones probables son 0,6 metros y 0,85.

(1) Análoga á la sombra arrojada.

Si para representar un disparo sacamos las bolas ó tarjetas 87 y 46, la desviación lateral será $> 2,2 \times 0,6 = 1,32$ á la derecha, y la vertical $< 2,3 \times 0,6 = 1,38$ bajo. Tomaremos 1,34 á la derecha y 0,70 $> 0,8 \times 0,85 = 0,68$ bajo. Tomaremos 1,34 á la derecha y 0,70 $< 0,9 \times 0,85 = 0,76$ bajo y quedará marcado el impacto. La arbitrariedad que resulta de que la tabla sólo aprecie décimas de la desviación probable, es conveniente, porque produce cierta irregularidad al tomar arbitrariamente las fracciones intermedias, y se asimila así mejor á la realidad, que siempre presenta variaciones y anomalías.

TABLA para simular el tiro de una pieza. La cantidad que se expresa como desvío debe multiplicarse por la desviación probable.

Bolas.	Desvío.	Bolas.	Desvío.	Bolas.	Desvío.	Bolas.	Desvío.	Bolas.	Desvío.
1	+ 0,1	21	+ 0,4	41	+ 0,9	61	+ 1,3	81	+ 2,0
2	- 0,1	22	- 0,4	42	- 0,9	62	- 1,3	82	- 2,0
3	+ 0,1	23	+ 0,5	43	+ 0,9	63	+ 1,4	83	+ 2,0
4	- 0,1	24	- 0,5	44	- 0,9	64	- 1,4	84	- 2,0
5	+ 0,1	25	+ 0,5	45	+ 0,9	65	+ 1,4	85	+ 2,1
6	- 0,1	26	- 0,5	46	- 0,9	66	- 1,4	86	- 2,2
7	+ 0,2	27	+ 0,6	47	+ 1,0	67	+ 1,5	87	+ 2,3
8	- 0,2	28	- 0,6	48	- 1,0	68	- 1,5	88	- 2,3
9	+ 0,2	29	+ 0,6	49	+ 1,0	69	+ 1,5	89	+ 2,4
10	- 0,2	30	- 0,6	50	- 1,0	70	- 1,5	90	- 2,4
11	+ 0,3	31	+ 0,6	51	+ 1,1	71	+ 1,6	91	+ 2,5
12	- 0,3	32	- 0,6	52	- 1,1	72	- 1,6	92	- 2,6
13	+ 0,3	33	+ 0,7	53	+ 1,1	73	+ 1,7	93	+ 2,7
14	- 0,3	34	- 0,7	54	- 1,1	74	- 1,7	94	- 2,8
15	+ 0,3	35	+ 0,7	55	+ 1,2	75	+ 1,8	95	+ 2,9
16	- 0,3	36	- 0,7	56	- 1,2	76	- 1,8	96	- 3,0
17	+ 0,4	37	+ 0,8	57	+ 1,2	77	+ 1,8	97	+ 3,2
18	- 0,4	38	- 0,8	58	- 1,2	78	- 1,8	98	- 3,4
19	+ 0,4	39	+ 0,8	59	+ 1,3	79	+ 1,9	99	+ 4,0
20	- 0,4	40	- 0,8	60	- 1,3	80	- 1,9	100	- 4,0

*
* *

En vez de fijar arbitrariamente la colocación del centro de impactos, como hemos hecho en la figura 4 (pág. 159), parece más acertado sacarlo también á la suerte, partiendo del valor de la *variación probable* del tiro.

Conviene que aclaremos esta noción de la *variación probable*, puesto que no se ha hecho mención de ella en la obra á que nos referimos, como fundamental en todos estos problemas (B. A.)

«Si la consideración de los desvíos, con relación al centro de impactos, permite apreciar la precisión de una boca de fuego, y por lo tanto, prever las condiciones en que se efectuará el reparto de los puntos de caída en un tiro determinado, hay otro elemento de interés igualmente incontestable, que es el que designaremos con el nombre de *variación probable*.

»La tabla de tiro está determinada para condiciones medias en el funcionamiento de la pólvora, en el peso de los proyectiles, en el estado atmosférico, etc., y por lo tanto debe esperarse en cada série de disparos un error debido á variaciones de tales elementos, pero que no afecta al reparto de los impactos, el cual se supone conocido por las desviaciones probables, sino á la posición del punto medio ó centro de la rosa de tiro (1).

»Se toma una pieza á la casualidad entre todas las del mismo calibre y modelo, se la apunta por el ángulo φ , que según la tabla de tiro da un alcance X , y en condiciones atmosféricas cualesquiera, con municiones tomadas en la provisión corriente: determinar el valor probable de la diferencia entre el alcance X de la tabla y el que realmente se obtendrá (2).»

Este valor probable de la diferencia en alcance es lo que el coronel Vaucheret y el comandante Vallier han llamado *variación probable* del tiro.

Las causas de variación que pueden apreciarse, son tres: 1.^a, variaciones en la velocidad inicial; 2.^a, en la densidad del aire; 3.^a componente del viento. Si conocemos los errores probables en alcance, debidos á cada una de estas tres causas, y les llamamos ΔX_v , ΔX_δ y ΔX_w , el valor de la variación probable será

$$\Delta X_p = \sqrt{\overline{\Delta X_v^2} + \overline{\Delta X_\delta^2} + \overline{\Delta X_w^2}}.$$

Los tres elementos que entran bajo el radical pueden determinarse por las fórmulas siguientes:

(1) VALLIER: *Balistique Expérimentale*, pág. 181.

(2) COLONEL VAUCHERET: *Des variations dans le tir des canons* (*Recue d'Artillerie*, 1891).

$$\Delta X_p = \left(\frac{3 \operatorname{tg.} \varphi}{\operatorname{tg.} \omega} - 1 \right) \frac{\Delta V}{V}$$

$$\Delta X_\delta = \left(\frac{\operatorname{tg.} \varphi}{\operatorname{tg.} \omega} - 1 \right) \frac{\Delta \delta}{\delta}$$

$$\Delta X_r = W'' \left[t_1 - \frac{X}{V \cos. \varphi} \cdot \frac{\operatorname{tg.} \varphi}{\operatorname{tg.} \omega} \left(1 - \left(\frac{\operatorname{tg.} \omega}{\operatorname{tg.} \varphi} - 1 \right) \cos.^2 \varphi \right) \right]$$

W'' componente paralela al plano de tiro de la velocidad del viento (**B. A.**, páginas 74 y 75).

Para el cálculo de la variación probable, se tomará:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{200}$$

$$\frac{\Delta \delta}{\delta} = \frac{1}{10}$$

$$W'' = 5$$

La variación probable en sentido lateral, puede suponerse únicamente debida al viento y emplear la fórmula

$$\Delta Z_r = W' \left(t_1 - \frac{X}{V \cos. \varphi} \right)$$

ó, lo que es igual, la ya conocida (**B. A.**, pág. 75), en las cuales W' es la componente normal de la velocidad del viento, cuyo valor probable es también de 5 metros $\times 1''$

$$W' = 5.$$

Una vez conocidas las variaciones probables ΔX_p y ΔZ_r , tomándolas como desviaciones probables y sacando á la suerte una bola ó una tarjeta, por medio de la tabla de la página 165, se fijará la situación que debe atribuirse al centro de impactos.



XXIII.



ASTA ahora hemos hablado solamente del tiro de las piezas de artillería contra baterías del ataque terrestre ó desde éstas contra las obras de fortificación; conviene hacer aplicación de los mismos métodos de cálculo, á determinar la acción de las piezas de costa contra los buques y de la artillería de marina contra las baterías y fuertes de la costa.

En una obra anterior hemos presentado resultados de estos cálculos, ya los ángulos muertos en el tiro contra el mar de las piezas reglamentarias de costa establecidas en baterías altas (1), ya las distancias á que llega la eficacia del tiro perforante (2) ó la de la acción contra las cubiertas (3) de tipos de buques determinados.

La determinación de los ángulos muertos es muy sencilla. Se reduce á calcular la trayectoria que corresponde al ángulo máximo de depresión que el montaje permite, hallando las ordenadas negativas para las abscisas de 50 en 50 metros, de 100 en 100, ó de 200 en 200, según la exactitud á que se aspire, y por interpolación hallar á su vez las abscisas para las ordenadas de 10 en 10 metros.

El problema de la acción de la artillería de costa contra un buque determinado es del mayor interés y conviene que volvamos sobre él.

(1) APUNTES SOBRE DEFENSA DE LAS COSTAS.—*Estudio de las baterías al descubierto*, por Roldán y La Llave.—Madrid, 1888, pág. 81.

(2) *Ibid. id.*, pág. 84.

(3) *Ibid. id.*, pág. 89.

Tomemos como tipo para el cálculo el acorazado de los Estados Unidos *Indiana* (fig. 5), cuyas condiciones son las siguientes:

Eslora.	106 metros.
Manga.	21,2 metros.
Calado.	7,3 metros.
Desplazamiento.	10.288 toneladas.
Dos hélices.	
Máquina de.	9.000 caballos.
Reducto acorazado central con coraza de flotación de	45,6 cm. (18'')
Y la parte superior de.	12,7 cm. (5'')
Extremidades protegidas por un puente de.	7,6 cm. (3'')
Dos torres armadas cada una con dos cañones de 13	
pulgadas de retrocarga, su coraza vertical de.	43,1 cm. (17'')
Y un caparazón superior de.	2,5 cm. (1'')
Cuatro torres armadas cada una con dos cañones	
de 8 pulgadas de retrocarga, su coraza vertical.	20,3 cm. (8'')
Y un caparazón superior de.	2,5 cm. (1'')
Seis instalaciones en los costados para cañones de 4	
pulgadas de tiro rápido, protegidas por coraza	
vertical de.	15,2 cm. (6'')
Una torre ó blockhaus del comandante, con coraza de	25,4 cm. (10'')

Lleva además en el puente superior volante (*spardeck*), cofas, etc., 20 cañones de tiro rápido de 6 libras, seis de 1 libra y cuatro ametralladoras.

Seis tubos lanza torpedos.

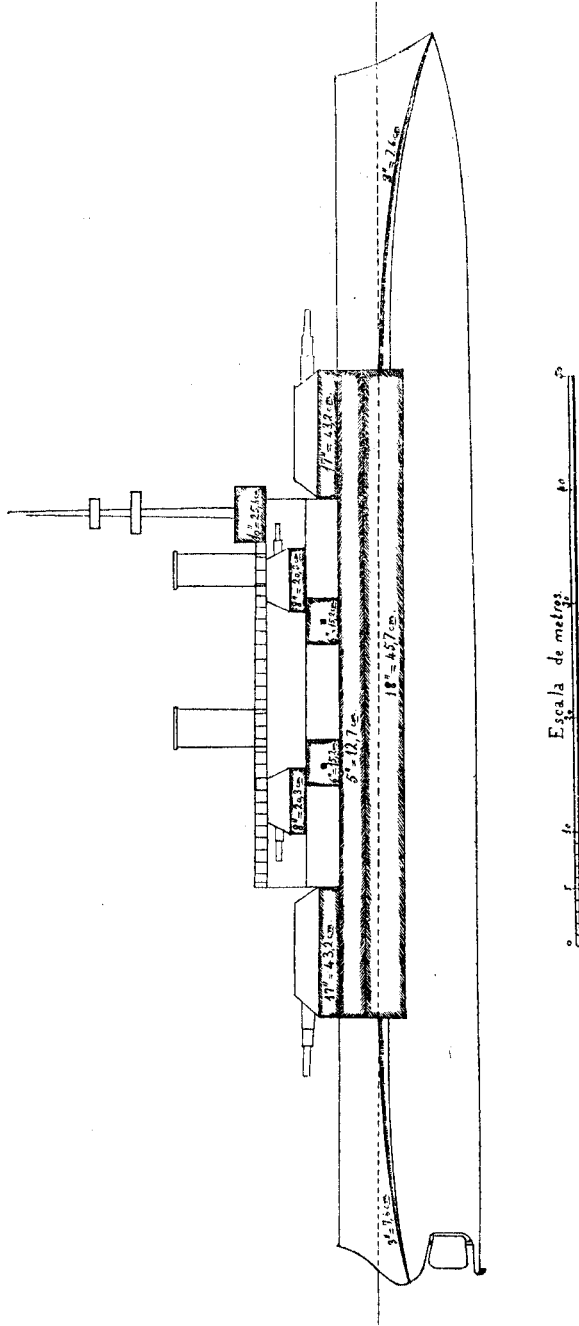
La marcha es de 16 nudos.

El radio de acción de 3600 millas.

Hay que contar con que las corazas son de acero-niquel, y por lo tanto no sirven para el cálculo las fórmulas que hemos dado en la *Balística Abreviada*.

Adoptaremos la siguiente, que da Vallier en su *Balistique Expérimentale* (1):

(1) Página 209.



$$T = 102,04 \frac{\lambda}{\mu} a^2 s 10^{0,012 (s-a)}$$

donde

T representa la fuerza viva total del proyectil en kilográmetros.

a el diámetro del proyectil perforante en centímetros.

s el espesor de la plancha en centímetros.

λ un coeficiente característico del metal de la plancha, que es igual á la unidad para el acero dulce del Creusot. Para el acero-niquel se puede poner $\lambda = 1,3$.

μ un coeficiente característico del proyectil, que es la unidad para los proyectiles indeformables, como los Krupp y los Holtzer; en proyectiles de inferior calidad, hay que poner $\mu < 1$, hasta $\mu = 0,6$.

Suponiendo que los calibres con que se haya de tirar contra las planchas sean de 21, 24, 26 y 30,5 centímetros, las resistencias de las planchas serán:

<i>s</i>	Plancha de 18" = 45,6 cm.				Plancha de 8" = 20,3 cm.				Plancha de 6" = 15,2 cm.			
	Calibres <i>a</i>	21	24	26	30,5	21	24	26	30,5	21	24	26
<i>s - a</i>	24,6	21,6	19,6	15,1	-0,7	-3,7	-5,7	-10,2	-5,8	-8,8	-10,8	-15,3
0,012 (<i>s - a</i>)	0,2952	0,2592	0,2352	0,1812	1,9916	1,9556	1,9316	1,8776	1,9304	1,8944	1,8704	1,8164
log. <i>a</i> ²	2,6444	2,7604	2,8300	2,9686	2,6444	2,7604	2,8300	2,9686	2,6444	2,7604	2,8300	2,9686
log. <i>s</i>	1,6590	1,6590	1,6590	1,6590	1,3075	1,3075	1,3075	1,3075	1,1818	1,1818	1,1818	1,1818
log. $\left(\frac{\lambda}{\mu} = 1,3\right)$	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139	0,1139
log. 102,04	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088	2,0088
log. <i>T</i>	6,7213	6,8013	6,8469	6,9315	6,0662	6,1462	6,1918	6,2764	5,8793	5,9593	6,0049	6,0895
<i>T</i> (en tonelámetros)	5264	6328	7030	8541	1165	1400	1555	1890	757,3	910,5	1011	1229

Consultando los datos conocidos (1), resulta:

1.º El cañón Krupp de 30,5 centímetros, aun en el modelo C/87, L/35 que alcanza en la boca una energía de 8213 toneladas, no basta para perforar la coraza de flotación del *Indiana*, pero atravesará las torres de los cañones de 8 pulgadas hasta la distancia límite y lo mismo las demás corazas inferiores.

2.º El cañón Ordóñez de 30,5 centímetros H. S. E., modelo 1892, perforará á todas las distancias las corazas de los cañones de 8 y 4 pulgadas.

3.º El cañón Krupp de 26 centímetros L/35 atravesará hasta 8000 metros las corazas de los cañones de 8 pulgadas.

4.º El cañón Ordóñez de 24 centímetros, modelo 1891, atraviesa hasta la distancia de 3500 metros las mismas corazas y hasta 8000 las de los cañones de 4 pulgadas.

5.º El cañón Ordóñez de 21 centímetros, modelo 1891, atraviesa hasta 2000 metros las torres de los cañones de 8 pulgadas y hasta 4500 los escudos de los de 4 pulgadas.

6.º El cañón de 24 centímetros, modelo 1884, atraviesa hasta la distancia de 500 metros las torres de 8 pulgadas y hasta 2400 las planchas que protegen las piezas de 4 pulgadas.

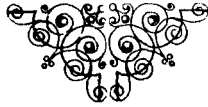
7.º El cañón de 24 centímetros, modelo 1881, no puede perforar las torres de 8 pulgadas, pero sí hasta 1400 metros los escudos de los cañones de tiro rápido de 4 pulgadas.

En cuanto á las cubiertas horizontales, puede asegurarse que con el ángulo de 60º de proyección serían atravesadas por los proyectiles del obús de 21 centímetros, modelo 1891, desde los 5000 metros de distancia hasta los 8500; por el de 24 centímetros, modelo 1891, desde 4500 hasta 8600, y por el de 30,5 centímetros, modelo 1892, desde 3200 á cerca de 10.000 metros.

Como se vé, aunque no se puede perforar la coraza de flotación ni las que forman las torres de los cañones de 13 pulgadas del *Indiana*, hay muchas partes del buque que pueden ser eficazmente

(1) APUNTES SOBRE DEFENSA DE LAS COSTAS (1888).—*Suplemento á la misma Memoria* (1891).

ofendidas lo mismo por los cañones gruesos que por los de pequeño calibre, los cuales, sobre todo si están en baterías regularmente altas, pueden hacer muy peligroso el servicio de los cañones de 13 y 8 pulgadas, atravesando los caparazones que protegen la parte superior de las torres.



XXIV.



PARA estudiar la acción de la artillería de marina contra una batería de costa, supondremos que un buque armado con seis cañones de 6 pulgadas de retrocarga tira contra una batería cuya cota sea 190 metros más alta que la de las piezas.

Las condiciones de la pieza son:

Calibre. 6 pulgadas. 15,2 centímetros.
 Longitud de ánima. 40 calibres.
 Peso total. 6 toneladas.
 Peso del proyectil. 100 libras. 45,3 kilogramos.
 Velocidad inicial. 650 m. \times 1".

Los datos de tiro que necesitamos y que se han calculado (1) son:

Cañón de 6" L/40.

Dis- tancias.	Ángulos de elevación	Ángulos de caída		Tiempos.	Veloci- dad re- manente.	Energía total.	Zonas del 50 por 100 y de los disparos en sentido		
		en grados.	por sus tangentes trigono- métricas.				lateral.	vertical.	longi- tudinal
Metros.				Segundos.	M. \times 1"	Toneláms.	Metros.	Metros.	Metros.
3000	2° 54'	3° 55'	0,0684	6,00	408,1	388	3,03	3,38	49,5
4000	4° 30'	6° 37'	0,1161	8,79	352,7	288	4,50	6,62	57,1
5000	6° 24'	10° 3'	0,1771	11,90	314,5	229	6,08	11,83	67,0
6000	8° 28'	13° 48'	0,2455	15,17	291,7	197	7,77	19,2	78,0

(1) Se ha supuesto para el cálculo de las zonas del 50 por 100 que los errores medios son:

En velocidad inicial. 1,96 metros

Angular en elevación. 1'

Angular en dirección. 1' 36",

valores iguales á los que corresponden á las piezas francesas de construcción semejante á la que aquí suponemos empleada.—(GROSSER: *Étude balistique sur les canons de la Marine.*)

Supondremos que las seis piezas hacen 60 disparos cada una, ó sea un total de 360 proyectiles lanzados. Tratándose de un buque, que no ofrece á las piezas plataforma fija y que se verá precisado á moverse, cambiando de posición durante el combate, no se puede contar, y mucho menos en un tiro que sólo durará pocas horas, con que se consiga fácilmente rectificar ó centrar el tiro. Es muy difícil someter al cálculo el error que se cometerá en la rectificación, pero lo supondremos igual á la quinta parte de la *variación probable* (pág. 166).

Dadas las dimensiones que suponemos á la batería atacada, que es una realmente existente, la dimensión vertical equivalente al blanco (página 144) será

$$9,9 + 24,4 \text{ tg. } \theta.$$

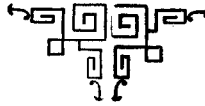
Los cálculos han dado el resultado que sigue:

TIRO de seis piezas de 6 pulgadas L/40 contra una batería de costa alta, haciendo cada una 60 disparos.

Diferencia de nivel entre el blanco y las piezas.	Distancias horizontales.	Ángulos de situación		Ángulos de proyección en grados y minutos	Ángulos de arribada		Tiempo pos.	Velocidad remanente tangencial de arribada.	Energía total del proyectil.	Factor de penetración.	Datos de probabilidad del tiro						
		en grados y minutos.	por sus tangentes trigonométricas.		en grados y minutos.	por sus tangentes trigonométricas.					Zonas del 50 por 100 de los disparos en sentido		Dimensión vertical equivalente al blanco.	Variación probable vertical.	Error vertical en la rectificación del tiro.	Tanto por ciento calculado.	Total de disparos en el blanco.
											La-teral.	Ver-tical.					
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Metros.	Metros.						Segunds.	M. × 1 ^a	Tonelam.		Metros.	Metros.	Metros.	Metros.	Metros.		
190	3000	3° 37'	0,0633	6° 30'	+ 0° 17'	0,0051	6,00	405,3	381	7,6	3,03	3,40	10	18,4	3,7	7,0	25
	4000	2° 43'	0,0475	7° 11'	+ 3° 56'	0,0686	8,79	350,1	284	6,7	4,50	6,61	11,6	46,8	9,3	2,9	10
	5000	2° 11'	0,0380	8° 32'	+ 7° 55'	0,1391	11,90	312,5	226	6,05	6,08	11,78	13,3	97,6	19,5	1,3	5
	6000	1° 49'	0,0317	10° 14'	+ 12° 4'	0,2138	15,17	290,7	196	5,6	7,77	18,93	15,1	169,2	33,8	0,8	3

Conviene advertir que debido á la pequeña inclinación con que llega el proyectil á 3000 metros, no entrará ninguno en la batería, dando todos en el parapeto. A 4, 5 y 6000 metros puede suponerse que algunos pocos podrán entrar, pero no serán arriba de dos ó tres á 4 kilómetros y de uno ó dos á 5 y 6 kilómetros. No parece, por lo tanto, que el resultado del cañoneo debe ser muy temible para la batería (1).

(1) Sobre este mismo asunto de la acción de los buques contra las baterías de costa, conviene consultar lo que, sobre los ensayos hechos en Francia en enero de 1896 con el acorazado *Amiral Duperré* y el crucero *Sfax*, ha publicado la revista *Le Yacht* y que se ha reproducido en nuestra *Revista general de Marina* (cuaderno de junio) y en la *Revista Científico-Militar* de Barcelona (tomo III de la 5.ª serie, pág. 289.—15 junio 1896).



XXV.



EXACTAMENTE lo mismo que hemos sometido al cálculo balístico las cuestiones de fortificación, pueden estudiarse las de táctica. Una formación determinada aplicada á un terreno conocido por su plano topográfico representado por curvas de nivel, se puede substituir mejor aún que una obra de fortificación, por un rectángulo vertical y equivalente, y puede calcularse la probabilidad del tiro rectificado ó no rectificado, y deducir útiles consecuencias.

Las tablas que hemos dado para calcular las trayectorias de los fusiles Lebel y Mauser de 7 milímetros (páginas 83 y 92), permiten comparar la curvatura de la trayectoria con la forma del terreno y deducir si las reservas ocultas á la vista del enemigo estarán ó no expuestas al fuego dirigido contra la guerrilla.

Para ello, supongamos que la posición de la guerrilla está determinada por $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$; a distancia horizontal á los fusiles que tiran, b

diferencia de nivel, y que la posición de la reserva es $\begin{cases} x = a' \\ y = b' \end{cases}$

De la fórmula

$$y = x \left(\operatorname{tg.} \varphi - \operatorname{tg.} \varphi_x \right)$$

deduciremos

$$\operatorname{tg.} \varphi = \frac{b}{a} + \operatorname{tg.} \varphi_x$$

tomando $\operatorname{tg.} \varphi_x$ de la tabla correspondiente (pág. 83 ó 92) para $x = a$. En seguida se calculará

$$y = a' \left(\operatorname{tg.} \varphi - \operatorname{tg.} \varphi_x \right)$$

tomando ahora para $\operatorname{tg.} \varphi_x$ el valor que corresponde á $x = a'$. Com-

parando el valor que resulte para y con el de b' se podrá deducir lo que se pretendía averiguar.

También se podría hacer contra una formación aplicada al terreno un tiro *ficticio* (V. pág. 158) de fusil, de cañón disparando granadas ó bien arrojando shrapnel. En este último caso, además de tomar en cuenta la dispersión de los puntos de caída de las trayectorias, determinándolos por el procedimiento ya expuesto (V. páginas 164 y siguientes) de las bolas ó las tarjetas, hay que fijar en cada trayectoria el punto de explosión del shrapnel por medio del dato de la zona del 50 por 100 de los puntos de explosión (1). Una vez hecho esto, la abertura del cono de dispersión correspondiente, calculada como hemos visto en el problema XV, permitirá determinar la densidad de los balines en los diferentes rectángulos que constituyen la formación sometida al tiro y apreciar el número de bajas que hubieran podido causarse. También se podría, aunque no es tan necesario, hallar la fuerza viva media de los balines para ver si son mortíferos. Por último, se podría hallar la dispersión en profundidad.

*
* *

No creemos necesario añadir más ejemplos. Con los que hemos presentado parece que basta para demostrar el partido que puede sacarse del cálculo balístico en la resolución de problemas de fortificación y de táctica.

Claro es que podrían imaginarse muchos más, y algunos tenemos resueltos; pero no añadirían nada al objeto que nos hemos propuesto, reducido á propagar la afición á la Balística y la aplicación de los métodos actuales de esta ciencia, eminentemente prácticos, á casos concretos que pueden presentarse en la guerra.

El militar, y sobre todo el ingeniero, que no maneja la Balística, tiene que rebuscar trabajosamente en los libros de Artillería datos acerca de los efectos de los fuegos, que casi nunca encuentra en la forma en que le serían necesarios. El que sabe utilizar esta ciencia no necesita buscar datos, que puede calcular por sí mismo.

(1) Dan este dato las nuevas *Tablas de tiro para la Artillería de campaña*, publicadas por la sección de Madrid de la Escuela central de tiro (Madrid, 1894), y reproducidas por D. JUAN DE UGARTE, en su apéndice al *Libro de memorias del Oficial de Artillería*.

PROBLEMAS DE BALÍSTICA

APLICADOS

Á LA FORTIFICACIÓN Y Á LA TÁCTICA.



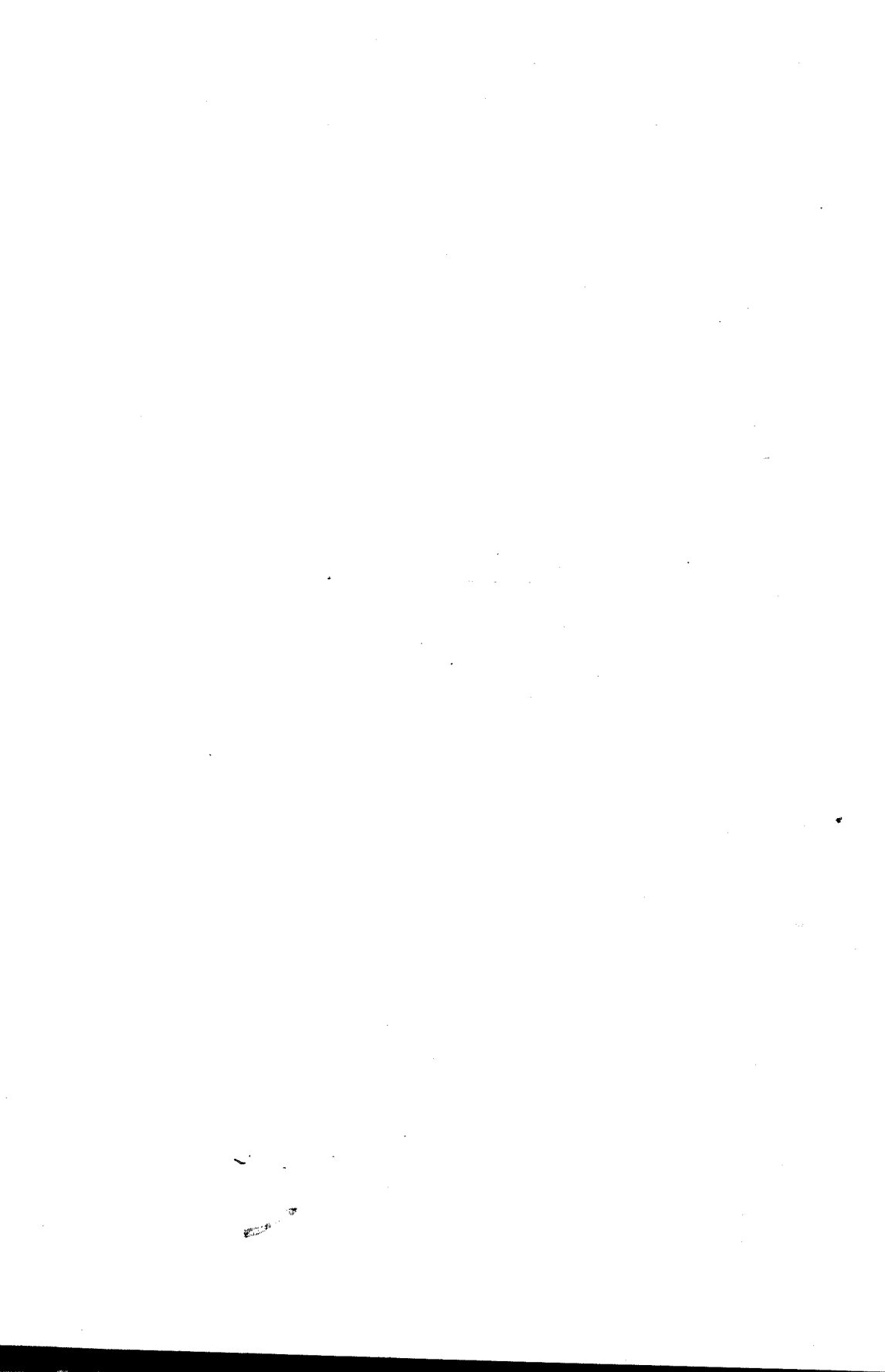
ÍNDICE.

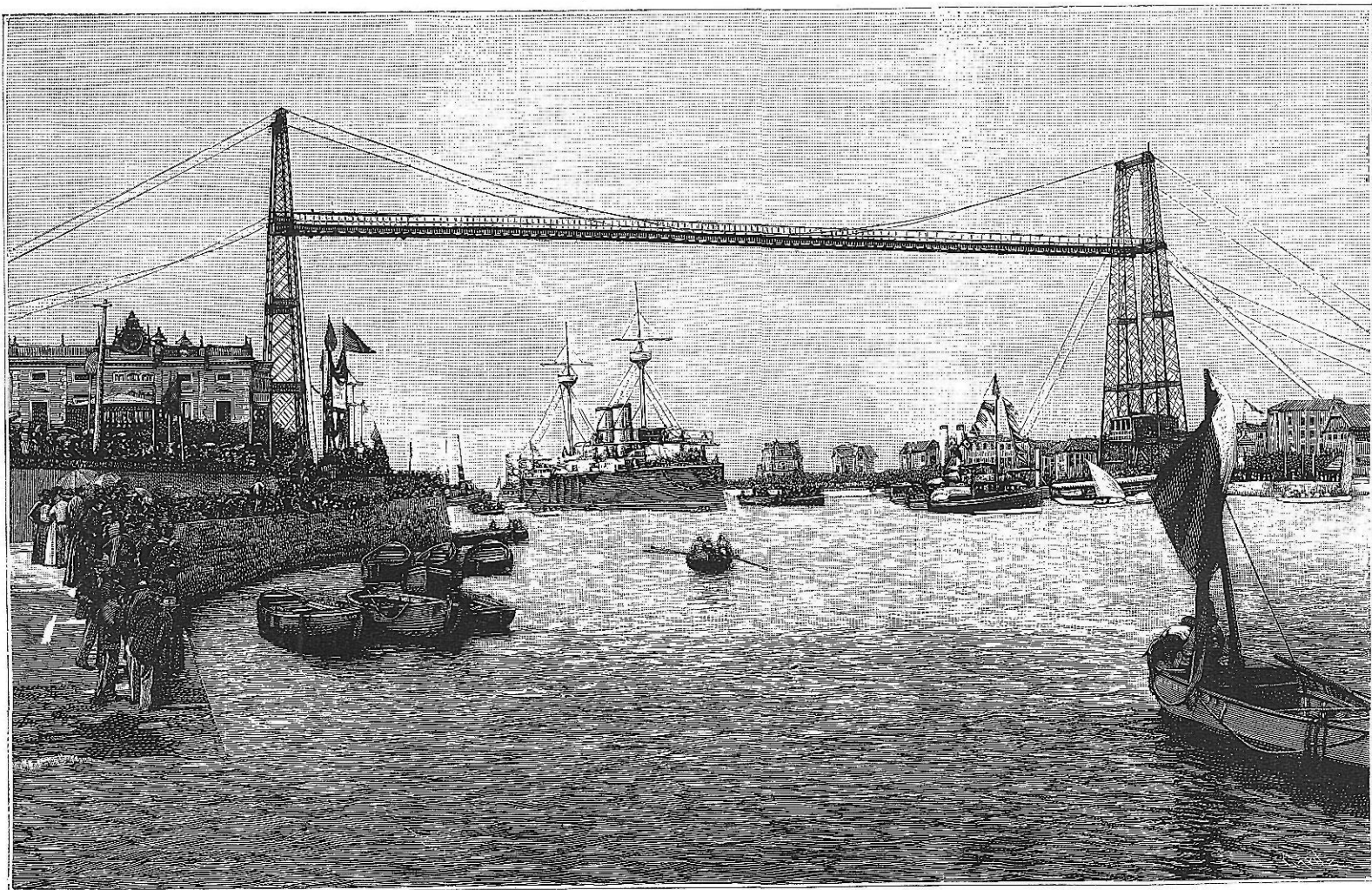
	<u>Páginas.</u>
INTRODUCCIÓN.	v
I.—Cálculo de una tabla de tiro por el método de Siacci, sin más datos que los iniciales.—Cañón de montaña Sangrán.	11
II.—Id. id. por el método de Braccialini, pero calculando antes la velocidad inicial.—Cañón de campaña de 9 centímetros empleando la pólvora sin humo.	19
III.—Cálculo de una tabla de tiro con datos experimentales.—Cañón y Obús Bc. 15 centímetros.	31
IV.—Completar una tabla de tiro por el método de Chapel.—Cañón BR. 10 centímetros.	41
V.—Cálculo conjetural de una tabla de tiro.—Cañón Parrot de 10 pulgadas.— Método de Chapel combinado con la tabla D.	45
VI.—Cálculo de una tabla de tiro curvo.—Método de Otto.—Mortero liso de 27 centímetros.	53
VII.—Tiro del obús HS. de 30 $\frac{1}{2}$ centímetros Ordóñez, con la carga máxima y ángulo de 60°.—División de la trayectoria en arcos.	61
VIII.—Calcular la velocidad inicial de un proyectil conociendo X, φ , t.—Cañón neumático Zalinski, de 8".	67
IX.—Tabla de tiro indirecto (á doble entrada).—Obús Bc. 15 centímetros.	69
X.—Estudio balístico del fusil de 8 milímetros, francés, modelo 1886 (Lebel).	73
XI.—Tabla de tiro del fusil alemán, modelo de 1888. (Mauser-Mannlicher).	85
XII.—Tabla de tiro del fusil de 7 milímetros, modelo de 1893 (Mauser español).	87

	<u>Páginas.</u>
XIII.—Tiro de metralla de varios cañones lisos y rayados.	93
XIV.—Problema de los fuegos curvos de Carnot.—Mortero liso de 32 centímetros.	103
XV.—Tiro de shrapnel.—Cañón HSE. 21 centímetros, modelo de 1891 (Ordoñez).	109
XVI.—Problema del sitio de Cartagena.—Batería número 4, contra el fuerte de Atalaya.—Cañón de BR. de 16 centímetros de avancarga.	119
XVII.—Comparación entre dos posiciones para una batería de brecha.—Obús Bc. de 21 centímetros, modelo de 1885.	123
XVIII.—Tiro por una cañonera-túnel.—Alcances máximo y mínimo.—Cañón HE. de 15 centímetros, modelo de 1885.	129
XIX.—Transformación de una tabla de tiro calculada para el plano horizontal en otra que proporciona los datos del tiro desde una altura contra el mar.—Obús HS. de 21 centímetros, modelo de 1891.	135
XX.—Cálculo de la vulnerabilidad relativa de dos piezas de plaza por medio de la probabilidad que en el tiro contra ellas tengan las piezas de sitio.	143
XXI.—Cálculo del efecto de las piezas ligeras de plaza contra una batería de sitio.	149
XXII.—Tiro ficticio contra un fortín permanente, con el mortero Krupp de 21 centímetros.—Consideraciones sobre el tiro ficticio.— <i>Variación probable</i> del tiro, su aplicación.	157
XXIII.—Cálculo del efecto de las piezas de costa contra un buque acorazado de tipo moderno.	169
XXIV.—Cálculo del efecto de las piezas de marina contra una batería de costa.	177
XXV.—Aplicación del cálculo balístico al estudio de formaciones tácticas.	181



MEMORIA.





VISTA GENERAL DEL PUENTE AL PASAR EL CRUCERO «INFANTA MARÍA TERESA».

PUENTE TRANSBORDADOR
SISTEMA PALACIO

MEMORIA DESCRIPTIVA

FOR

D. LORENZO DE LA TEJERA Y MAGNÍN

Capitán de Ingenieros



MADRID

IMPRESA DEL MEMORIAL DE INGENIEROS

1896

Esta Memoria no representa otro trabajo que el de haber reunido datos y haberlos ordenado en forma apropiada para su publicación. En ella está condensada la labor de muchos años, llevada á cabo por el arquitecto D. M. Alberto de Palacio, que persigue sin descanso un ideal que puede decirse tiene ya realizado en proyectos muy recientes: salvar por procedimientos económicos de fácil ejecución, y sin necesidad de apoyos intermedios, luces verdaderamente extraordinarias.

Al llevar á cabo su confección, pues no otro nombre merece el trabajo hecho, no me ha guiado otro objeto que el de dar á conocer á mis compañeros una obra que algunos habrán visto, y que los más sólo conocerán por referencia, en la que hay provechosa enseñanza y base no pequeña para otras aplicaciones, algunas de carácter esencialmente militar.

Para llegar á ver realizada su construcción fué preciso luchar con numerosas dificultades de todas clases; pero la perseverancia del Sr. Palacio, y el auxilio poderoso de Mr. Arnodin, constructor de Châteauneuf-sur-Loire, que apostó sus muchos conocimientos prácticos en la ejecución de puentes suspendidos, lograron vencerlas, con lo que se consiguió terminar una obra, hoy única en su clase, que ha resuelto, de un modo satisfactorio por completo, el problema de establecer comunicación á través de los pasos marítimos sin entorpecer en nada la navegación.

Cuantos datos, cuantas ideas y disposiciones, en una palabra, cuanto de bueno se encuentra en este trabajo, es debido á dicho señor Palacio, que, con paciencia sin límites, ha soportado día tras día, durante largo período de tiempo, continuas peticiones de noticias y dibujos, hechas con abuso de la buena amistad que me profesa, y que nada he hecho por merecer; así, pues, donde se vea algo nuevo, algo completo, algo que enseñe, léase siempre su nombre; y en donde aparezca la falta de claridad ú orden, la omisión, quizás el error, léase este otro:

LORENZO DE LA TEJERA.

PUENTE TRANSBORDADOR, SISTEMA "PALACIO,,.

PRIMERA PARTE.

Origen y desarrollo de la idea.

ORIGEN DE LA IDEA.

El considerable desarrollo que la vida comercial ha ido tomando á lo largo de las dos orillas del río Nervión, desde la villa de Bilbao hasta el abra de igual nombre, al imponer la necesidad de facilitar y abaratar los transportes, ha obligado al establecimiento de medios rápidos y cómodos de comunicación, cosa que, con relativa sencillez, ha podido conseguirse á lo largo de la vía mediante la construcción, por ambas orillas, de ferrocarriles y tranvías de tracción animal y mecánica, que, partiendo del centro mismo de la población citada, terminan en Portugalete y Las Arenas, ó pasan por estos núcleos de población para seguir á otros puntos de la costa situados en el mismo abra ó ya fuera de ella. Á pesar de existir en la actualidad, en cada una de las orillas, un ferrocarril, un tranvía y una carretera paralelos á la ría, debe considerarse que no bastan á satisfacer las necesidades del tráfico, toda vez que, aparte los ramales de empalme con la línea general de Madrid á Bilbao, y la de este último punto á Durango y Zornárraga, existe el proyecto de una nueva línea por la orilla izquierda que, partiendo de Bilbao, vaya á terminar en las inmediaciones de Santurce, en el punto de arranque de uno de los espigones que deben formar el puerto exterior.

No existe, ni mucho menos, la misma facilidad para establecer comunicaciones rápidas, cómodas y seguras entre una y otra orilla; pues, aparte la capacidad que deben tener, se presenta la dificultad de tener que dejar ex-

pedita la navegación tan activa que hay en los doce últimos kilómetros de la ría, dificultad que aumenta á medida que se va agua abajo, por ser mayor el tráfico marítimo y el espacio que hay que salvar, y que llega á su máximo entre Portugalete y Las Arenas, pues la anchura de la ría es considerable, muy activa la navegación, que á veces se hace bajo la acción de los temporales que, por efecto de la orientación del abra hacia el NO., se hacen sentir con grande impetuosidad y fuerza, ejerciendo su acción hasta ya muy entrada la ría.

La parte verdaderamente navegable puede decirse que termina en el puente de Isabel II (Bilbao), pues agua arriba de él sólo se ven gabarras y barcas de poco calado y arqueo, que pasan perfectamente por los arcos de los varios puentes que unen las dos partes en que el Nervión divide á Bilbao; á partir de él, hacia la desembocadura, las comunicaciones que había á través de la ría antes de la construcción del «Puente-Palacio», eran: un puente giratorio frente á la casa Ayuntamiento, poco agua abajo del de Isabel II, y numerosas barcas que continuamente le atravesaban, y atraviesan hoy día, especialmente en los puntos donde la mayor población y situación de establecimientos fabriles llevan más movimiento. Entre Portugalete y Las Arenas constituían los botes el único medio de comunicación entre ambas orillas, por cierto bien molesto é incómodo, y hasta expuesto, en cuanto arreciaban algo los temporales. La necesidad de mejorarlo era bien manifiesta, y por todos reconocida; pero las dificultades se presentaban como insuperables dadas la anchura de la ría, navegación tan activa que en este punto hay y capacidad grande que el medio que se empleara debía tener para satisfacer las necesidades del tráfico.

Seguramente que á muchos se les ocurriría pensar sobre el particular; pero el primero que concretó sus ideas indicando una solución definida fué mi distinguido amigo el ingeniero y arquitecto D. Alberto de Palacio, que, conocedor del procedimiento empleado para unir Saint-Malo á Saint-Servan, propuso en el año 1886 su aplicación á este caso particular y concreto. Sus ideas no fueron aceptadas por el temor de que las anclas, al garrear, cosa fácil de suceder dadas las circunstancias de este paso, arrancaran los carriles é impidieran la marcha regular del transbordador rodado que hubiera de servir de comunicación entre las dos orillas.

Desechada esta solución, se vió en la necesidad de *inventar*, ésta es la palabra, una que satisficiera de un modo completo á todas las condiciones impuestas por las de la localidad é importancia del tráfico, pues las empleadas en otras ocasiones eran á todas luces inaceptables é insuficientes. Las

barcas podrían mejorarse, sin duda alguna, y hacer más regular su servicio, pero de ninguna manera puede evitarse que estén bajo la acción de las mareas, lo que obliga á la construcción de rampas ó escaleras en los puntos de atraque, disposición que ocupa bastante espacio, es poco cómoda y nada á propósito para el embarque y desembarque de carruajes, tranvías, etc. Disponiendo sobre ellas plataformas movibles puede conseguirse que éstas queden siempre al mismo nivel, facilitando las operaciones de embarque y desembarque; pero resultan artefactos pesados y costosos, que exigen para su maniobra numeroso personal, han de sufrir el efecto de las corrientes y los temporales, que, como ya hemos dicho, se hacen sentir hasta bastante entrada la ría, y constituyen un verdadero estorbo cuando el tráfico marítimo es muy activo.

Los puentes giratorios, de báscula, levadizos, etc., no son aplicables á grandes aberturas, y mucho menos en las desembocaduras ó entradas de puertos, pues no puede evitarse que corten el paso á las embarcaciones durante algún tiempo, lo que constituye un gravísimo inconveniente, toda vez que, cuando acosados por los temporales busquen refugio, podrá suceder que se vean en la imposibilidad de moderar su velocidad y hacer á tiempo las señales exigidas para la maniobra de un puente móvil, contra el cual chocarían irremediabilmente.

Los pasos superiores son muy costosos, dada la altura á que hay que establecerlos (alrededor de 50 metros), que exige la construcción de ascensores ó de rampas ó viaductos de acceso de gran longitud (á un 7 por 100 de pendiente, 3.500 metros de longitud), que ocupan mucho espacio y alargan considerablemente el trayecto que hay que recorrer para pasar de una á otra orilla.

Los túneles submarinos son obras de muy difícil ejecución y muy costosas; exigen también ascensores ó rampas de acceso á ellos, y resulta un procedimiento poco agradable para el público, como lo demuestra el poco uso que hace del de Brunel en el Támesis, á pesar de unir barrios sumamente populosos de Londres.

Desde luego que, en casos determinados, podrá alguna de las soluciones ligeramente indicadas ser la preferible; pero ninguna de ellas lo es considerando el problema en toda su generalidad, y de aquí que el Sr. Palacio, al tratar de encontrarla tal que pudiera ser aplicada aun á los casos más desfavorables, tuviese que dirigir sus estudios á través de lo desconocido. Difícil se le presentaba el problema, no sólo por tener que dar con una idea nueva, sino también por el mucho trabajo que su realización había de exi-

gir; pero gracias á una perseverancia digna de todo elogio pudo ver realizadas todas sus esperanzas el día 24 de Julio de 1893, en que se abrió al servicio público su puente transbordador. En esta fecha ya hacía algún tiempo que tenía el gusto de contarle entre mis amigos, circunstancia que, unida á la de residir en Bilbao, me permitió apreciar el gran trabajo que tuvo que desarrollar para llevar á la práctica su idea, y la infinita paciencia que necesitó para soportar tanta y tanta tontería como, al ocuparse de su obra, decían la mayoría de las gentes, que, incapaces de comprenderla, no dejaban de criticarla neciamente.

Desde el momento en que me hice cargo de sus propósitos y de la forma en que los llevaba á cabo, me pareció que sería muy conveniente el hacer un ligero estudio de ellos para publicarlo en el *Memorial de Ingenieros*, tratando de conseguir que su aparición en esta Revista coincidiese con la inauguración de la obra; pero causas completamente ajenas á mi voluntad me impidieron realizarlo en aquella época, y han retrasado cerca de dos años la realización de mis deseos. En este intervalo de tiempo se han publicado numerosos artículos referentes á esta obra; pero la gran mayoría, mejor dicho todos ellos, han sido únicamente trabajos muy ligeros, de los que ven la luz en ilustraciones y algunas otras publicaciones periódicas, más con el carácter de noticia que con el de estudio de la obra, y no dan una idea clara de cómo se desarrolló y llevó á la práctica el pensamiento del Sr. Palacio, y quedó sancionada por la experiencia la solución por él ideada para atravesar la ría sin estorbar para nada la navegación.

Los inconvenientes que presentan los medios empleados para resolver este problema, han sido causa de que la mayoría de los pasos marítimos carezcan de medios rápidos, cómodos y prácticos para atravesarlos. En este caso se encuentran el Sena marítimo, Garona, Támesis, Tyne, Mersey, Hudson, Tajo, Escalda, Elba, Neva, Belt, Sund, etc., etc., á pesar de las grandes ventajas que al tráfico en general, y más especialmente al comercio, reportaría una comunicación segura y rápida á través de ellos. La importancia del asunto se comprende á primera vista con sólo fijarse en que la industria y el comercio tienen una tendencia marcadísima á agruparse en las desembocaduras de los ríos navegables, por la facilidad y economía con que pueden recibir las primeras materias y dar salida á sus productos, ocurriendo, á causa de la dificultad de comunicación entre las dos orillas, que en algunas localidades los muelles se extienden sobre una sola, siendo quizás incapaces para satisfacer á todas las necesidades, y permanecen abandonados los terrenos de la opuesta, que podrían aprovecharse para el mismo objeto; en

otras resultan improductivos los muelles de la opuesta á aquella en que están situados los establecimientos comerciales, y en muchas son considerables las pérdidas de tiempo y dinero que origina el continuo transbordo de mercancías, inconvenientes todos que desaparecen desde el momento en que se cuenta con una comunicación rápida y cómoda que enlace una y otra orilla.

Abandonadas por sus inconvenientes todas las soluciones que tenían por base el aprovechamiento de la superficie del agua, construcción de puentes á la altura de los muelles, pasos superiores y túncles, y no siendo aceptable tampoco la de establecer una vía en el fondo del paso para que sobre ella marchase un transbordador rodado, ¿cuál quedaba? Únicamente la de ir por el aire, que fué la adoptada por el Sr. Palacio. ¿Cuál era el modo de ponerla en práctica? Establecer á conveniente altura una vía, por la cual corriese un carretón del que fuese colgado un transbordador que tuviera un movimiento horizontal á la altura de coronación de los muelles de las dos orillas, y en el que pudieran embarcarse, no solamente personas, sino también carruajes y toda clase de animales y mercancías. Expuesta en esta forma, no puede ser más sencilla la idea; pero no por eso desmerece en ingenio y novedad, ni su realización práctica dejó de tener grandes dificultades, que fueron salvadas únicamente á fuerza de perseverancia y trabajo.

DESARROLLO DE LA IDEA.

Aceptada como buena la idea, había que hacer un estudio muy detenido de la forma en que podía llevarse á la práctica. La ría tiene, en el punto elegido para emplazamiento de la obra (figura 1.^a), unos 160 metros de anchura; y contando con el espacio libre que había de quedar en una y otra orilla, venía á resultar de 180 metros el que había que salvar, á una altura tal que dejase libres 45 metros para que, aun los buques de mayor arboladura, pudieran pasar por debajo de ella con toda libertad. Dentro de estas condiciones, en el estado en que se encuentran las ciencias aplicadas á la construcción, que no se retrocede ante la necesidad de construir puentes para el paso de trenes de ferrocarril que tengan sus apoyos á más de 500 metros de distancia, soportando cargas dinámicas de gran consideración, resulta un problema relativamente sencillo el propuesto, al que pueden darse varias soluciones; pero en cada caso particular debe estudiarse, no sólo la posibilidad científica, sino

también la práctica, y aun dentro de ésta distinguir la posibilidad práctica y la relativa. Una obra científicamente realizable, puede serlo también prácticamente si se dispone de suficiente capital para llevarla á cabo; pero de no ocurrir esto, puede salir del terreno de lo factible; una misma obra en determinadas circunstancias, en que los servicios que haya de prestar puedan pasar de un límite inferior de cuantía determinado, podrá, no sólo ser realizable, sino hasta constituir un buen negocio, y en otras distintas, por no llegar á ese límite, el capital en ella invertido, aun siendo beneficioso, resulta mal empleado. Estas consideraciones, que en el caso concreto de que nos ocupamos no podían dejarse á un lado por tratarse de una obra debida á la iniciativa particular é íntimamente ligada con intereses comerciales é industriales, contribuían á hacer más difícil aún de lo que técnicamente aparecía la solución prácticamente práctica—por así decirlo—del problema, dando mucho que pensar al autor hasta llegar á obtener una que, á su juicio, concilia la seguridad de su resolución con una relativa economía.


Una viga recta apoyada en sus extremos, y hasta un arco tratándose de una luz tan considerable, resultaría, aunque se empleara en su construcción el acero y se adoptaran los más elevados coeficientes de trabajo admisibles, de un peso considerable y, por consiguiente, de elevado coste, y su montaje, dada la necesidad de no interrumpir la navegación ni un solo momento, sería muy difícil por la imposibilidad de disponer de apoyos intermedios. El empleo de vigas rectas ó curvas no apoyadas en los estribos, sino solidarias con ellos, para formar un todo rígido semejante á las cerchas *De Dyon*, evitaría en parte este último inconveniente; pero no permitiría prescindir del empleo de andamiajes complicados y de tirantes provisionales para sostener la obra hecha hasta que las dos mitades llegasen á unirse para formar un conjunto perfectamente enlazado en todas sus partes, y á algunas de las piezas habría que darles mayores secciones que las necesarias para el servicio que habían de desempeñar, ó por lo menos reforzarlas provisionalmente hasta la terminación de la obra.

Puestos de manifiesto estos inconvenientes, corroborados por cálculos ligeros de pesos y resistencias que dieron resultados fabulosos para el objeto propuesto, optó el autor del estudio por el empleo de cables para transmitir al terreno los esfuerzos que se produjeran y recibir de él las reacciones necesarias. De este modo resulta la obra más racional, pues, sobre evitarse la construcción de andamiaje, se aprovechan los recursos gratuitos de que puede disponerse para obtener apoyo. El montaje resulta sencillo y no requiere gastos importantes en construcciones provisionales, cuyo valor su-

fre considerable depreciación tan pronto como se termina la obra principal. Siendo el apoyo que debe oponer resistencia á las fuerzas transversales un cable formado por gran número de alambres de peso individual muy pequeño, podrá ser fabricado en el mismo lugar del emplazamiento, tomando para ello apoyo los obreros en otro de pequeña sección previamente tendido entre las dos pilas. El puente sobre el *East River*, en Nueva York, cada uno de cuyos dos tramos principales tiene 486,30 metros, y los cables principales (en número de 4) 400 milímetros de diámetro y 1.000 kilogramos de peso por metro lineal, ha sido construido de este modo, sin haberse empleado ningún soporte intermedio y con una sencillez sorprendente en su conjunto.

Basadas en el empleo de cables, estudió diversas disposiciones, que pueden concretarse en tres proyectos distintos, de los cuales el últimamente ideado es el que se ha construido entre Portugalete y Las Arenas, llevando á él, al tiempo de ejecutarlo, numerosos perfeccionamientos en sus distintas partes.

El primero data del año 1886, y es la expresión más fiel y sencilla de la idea; los mismos cables sirven de carriles, sobre que han de marchar las ruedas que soporten el bastidor del que vaya colgado el transbordador, que mediante una disposición especial sigue una trayectoria horizontal á pesar de la curvatura, en catenaria, de los cables.

El segundo, ideado en 1887, consiste en una viga horizontal en forma de  suspendida de los cables á 45 metros de altura sobre pleamar equinoccial, dentro de la cual se mueve entre carriles espaciados 0^m,17 otra I de que pende el transbordador. Para evitar las oscilaciones transversales y cambios de dirección debidos á la acción del viento, se hace uso de un timón sumergido en el agua, ó de una reja que se introduce en la arena del fondo de la ría.

El tercero, de 1888, consta de dos vigas armadas horizontales sobre que se establecen los carriles, bastante separadas para que el bastidor movable tenga una anchura tal que permita arriistrar desde él el transbordador y evitar las oscilaciones transversales. Las longitudinales se evitan fácilmente en este caso y el anterior, puesto que nada limita la longitud del bastidor móvil superior (1).

(1) Muy recientemente, estudiando el autor de este proyecto uno para el Rhin de 560 metros de largo, capaz de transbordar de una sola vez 53 toneladas, ha introducido interesantes modificaciones para contrarrestar la acción del viento y disminuir el peso de la viga horizontal. La circunstancia de estar en trámite la petición de patente nos veda ocuparnos de ello, cosa que quizás podamos hacer al final de este trabajo.

PRIMERA SOLUCIÓN.

Cables que sirven de carriles y constituyen la vía sobre la que se mueve el bastidor superior.

Si fuera posible colocar los cables perfectamente horizontales, de tal modo que la carga móvil fuese incapaz de darles curvatura alguna, el problema estaría resuelto desde luego; pero se sabe que esto es imposible, pues siempre, bajo la acción única de su propio peso, formarán una catenaria más ó menos tendida, según sea mayor ó menor la tensión que se les dé y trabajo que se haga sufrir al material de que estén contruidos, y la carga móvil modificará esta curvatura según sea uno ú otro el punto en que quede colocada. Consecuencia de esto es que el bastidor superior, y, por lo tanto, el transbordador, si se conservara á una distancia constante de él, seguirían una trayectoria curva, lo que traería inconvenientes de consideración debidos al camino que el transbordador ha de seguir y al desplazamiento que en sentido vertical tendría el centro de gravedad del conjunto móvil. Los primeros son que, de no elevar bastante los puntos de embarque y desembarque, podría tocar en el agua el transbordador, y si se elevaran sería necesario subir á ellos por medio de rampas ascensoras, lo que aumentaría el gasto y entorpecería el tráfico; y los segundos que, al principio, y durante toda la rama descendente de la curva formada por los cables, el movimiento se verificaría por sí solo bajo la acción de la gravedad, obligando al empleo de frenos que contribuirían al prematuro desgaste de las superficies de los cables y ruedas si se quería evitar una velocidad demasiado grande; y en cambio, para hacerle subir la rama ascendente, sería menester un consumo grande de fuerza, la misma perdida en la rama descendente. Evitar esto fué objeto de estudios especiales, encaminados á transformar el movimiento curvilíneo del bastidor superior en uno sensiblemente horizontal del transbordador y del centro de gravedad del compuesto formado por estas dos partes y los elementos de enlace entre ellas.

La descripción de las disposiciones adoptadas que, mediante las modificaciones obligadas en cada caso particular y las previsiones indispensables para evitar descarrilamientos, podrán ser aplicadas con éxito en muchos casos, especialmente para comunicaciones provisionales y cuando no sean de temer acciones de vientos violentos, es la siguiente, tomada directamente del mismo proyecto del Sr. Palacio.

Las figuras 2, 3 y 4 indican la parte fija, que consta de dos pilas metálicas colocadas una á cada lado de la ría, articuladas en sus bases inferiores de modo que puedan girar alrededor de ejes perpendiculares á la recta que une los centros de dichas pilas y dos cables principales que han de servir de carriles y unen las extremidades superiores de las torres; ocho cables de retención, dos en cada pila, unen los extremos superiores de éstas (en los mismos puntos en que se amarran los cables anteriores) con puntos fijos, habilitados en el suelo por medio de macizos de mampostería enterrados y placas de hierro empotradas en ellos.

Las cosas están dispuestas de tal modo, que cuando el sistema no esté en actividad, ó se verifique la carga y descarga del transbordador, quede éste sobre los muelles y no impida el tráfico por la ría. Así puede verse en el croquis, observando la separación entre las pilas y las aristas del muelle respectivo.

En las figuras 2 y 3 no se ha representado el mecanismo motor fijo porque, siendo á escala tan pequeña, habría alguna confusión y no se apreciaría bien. Lo explicaremos aparte.

Para mover el bastidor nos serviremos de un cable dispuesto del siguiente modo:

Está fijo en C el bastidor, cuyas ruedas irán sobre los cables principales (no representados en las figuras), y abandonado á los efectos de su peso y de la tensión á que se encuentre sometido, formando catenaria, llega hasta la polea h (figuras 5, 6 y 7) de eje horizontal, cuyo solo objeto es dar luego al cable dirección horizontal y hacer que trabaje perfectamente el trozo que forma catenaria, cualesquiera que sean las inflexiones que tome; después de la polea h pasa por las poleas v y v' , de eje vertical, y luego por la h' , cuyo eje geométrico es el mismo de la h . Estas cuatro poleas h, v, v', h' se encuentran en la extremidad superior de una de las pilas, y son simples poleas de retorno para guiar el cable. Abandonando el cable á su peso y á la tensión que tiene, salva la distancia entre la polea h' , y la h'' , colocada de un modo parecido á la h' sobre la otra pila, desciende verticalmente hasta llegar al tambor T , de eje horizontal, alrededor del cual da varias vueltas, sube, y después de pasar por las poleas p y p' , de eje horizontal, llega hasta la cúspide de la torre, pasa por la polea de retorno h'' , de eje horizontal, y salva, sin otro apoyo, la distancia que hay hasta llegar al bastidor por extremo opuesto al que hemos supuesto fijado al cable al comenzar, donde también se amarra.

La polea p' es susceptible de moverse en dirección vertical, á cuyo efecto

los soportes de sus gorriones están guiados. Tiene por objeto mantener constantemente la tensión del cable, lo cual se consigue por medio de pesas que se cuelgan en dichos soportes.

El tambor *T* recibe un movimiento de rotación continuo, que cambia de sentido cada vez que el bastidor, y por lo tanto el transbordador, llega á la extremidad de su carrera. El cambio de sentido en el movimiento del tambor y su parada pueden hacerse á mano, á voluntad del que gobierna el mecanismo; pero, además, para evitar accidentes que se originarían al menor descuido, la parada es obligada al llegar el bastidor á cada extremidad del puente por medio de un desembarque automático que entra en función cuando el bastidor se pone en contacto con topes convenientemente dispuestos en cada extremo del tramo.

El tambor debe estar movido por una máquina de vapor alimentada por una caldera semifija de retorno de llama, sistema Thomas y Laurens.

Todo este conjunto está instalado en un piso que se apoya sobre las vigas *P*, que se ven en la vista de frente de la pila (fig. 4.^a). De este modo se aprovecha el espacio ocupado por la pila, y queda el muelle libre para el tránsito. Cubren lateralmente, y por ancho, el espacio destinado á la instalación de esta maquinaria, y de la que se describirá, simples tabiques construídos de plancha de hierro ondulada y galvanizada.

Vamos ahora á indicar el modo de conseguir el movimiento sensiblemente rectilíneo y horizontal del transbordador. Para ello nos servirá la figura 8.^a, en la que, para mayor claridad, se han exagerado las flechas y la separación existente entre piezas, y se ha suprimido el mecanismo para mover el bastidor.

Empecemos por el bastidor. Se ve con dos ruedas que apoyan en el cable principal, y son guiadas por él. Detrás se proyectan otras dos, apoyadas y guiadas por el otro cable principal situado detrás.

En las piezas longitudinales del bastidor están las poleas *p*, *p'*, *p''*, *p'''*, que pueden girar libremente alrededor de sus ejes, fijos en el bastidor. Abrazando 90° de cada polea pasan los que llamaremos cables reguladores, que descienden hasta dar media vuelta á las poleas *p^{iv}* y *p^v*, libres de moverse á merced de los cables reguladores, á los ejes de las cuales se adaptan soportes mantenidos constantemente á igual distancia entre sí por medio de las bielas *b*. (Hay dos de estas bielas para unir los dos pares de poleas, y además mutuamente se mantienen solidarias estas dos bielas por otras dos transversales fijadas en los extremos de las mismas.) El rectángulo así formado es el que sostiene el transbordador por medio de los correspondientes tirantes.

Uno de los extremos de cada cable regulador se fija en la cúspide de la

pila que está desprovista de los órganos móviles descritos al tratar del movimiento longitudinal del bastidor, que en las figuras es la derecha. Se fija en las mismas amarras de los cables principales. Cada cable regulador pasa por las tres poleas citadas y sigue, sin otro apoyo, salvando lo que le falte hasta llegar á la cúspide de la otra pila que lleva todo el mecanismo motor y regulador; arróllase 90° en la polea m de eje horizontal (los cuatro cables tienen sendas poleas, es decir, una para cada uno), y desciende verticalmente hasta encontrar el tambor T . El tambor T es uno solo, y sirve para los cuatro cables reguladores.

Al tambor T le llamaremos *tambor regulador* por ser el alma de la regulación, que no debe confundirse con el tambor anteriormente citado cuando nos ocupamos del mecanismo para mover longitudinalmente el bastidor, á cuyo tambor llamaremos en lo sucesivo *tambor motor*.

El modo de funcionar el tambor regulador se comprende fácilmente. La disposición es tal, que, al estar el transbordador en una estación (llamando así á cada uno de los dos puntos de parada en los muelles extremos de la carrera), se encuentra á unos 500 milímetros sobre el nivel del muelle; el cable motor da unas vueltas alrededor del tambor motor, tiene sus extremos fijos en el bastidor y pasa por la serie de poleas que hemos descrito; los cables reguladores pasan también por donde hemos dicho, teniendo cada uno fijo un extremo en la cúspide de la pila derecha, y el otro extremo fijo á la superficie del tambor. Al empezar á girar el tambor motor para hacer avanzar longitudinalmente el transbordador, gira también automáticamente el tambor regulador en el sentido conveniente para que los cables reguladores se arrollen en él. Se concibe fácilmente que, arrollándose los cables reguladores, va disminuyendo sucesivamente la distancia que separa verticalmente las poleas p^{iv} y p^v , y sus posteriores de los respectivos cables principales. Estas poleas, y, por lo tanto, el transbordador que se mantiene á distancia fija de ellas, se van acercando á los cables principales. La forma del tambor regulador y su velocidad *con relación al tambor motor* son tales, que, cuando el transbordador llega al centro del tramo, las poleas p^{iv} y p^v y sus posteriores se han acercado á los cables principales una cantidad próximamente igual á la flecha máxima que pueden alcanzar los cables principales, es decir, la flecha que tienen cuando soportan el transbordador cargado con el peso máximo; y es tal la forma del tambor (cuyo trazado más adelante daremos), que la trayectoria que siguen los centros de las poleas repetidas, y, por lo tanto, los diversos puntos del transbordador, es sensiblemente rectilínea y horizontal.

Si prosiguiesen las cosas del mismo modo, se irían aproximando las poleas tantas veces citadas á los cables principales, y el transbordador subiría porque van subiendo las ruedas del bastidor, y porque además se acorta la distancia entre aquellas poleas y estas ruedas, de manera que al llegar á la estación opuesta, en lugar de tener el transbordador al mismo nivel que al partir, le tendríamos, á poca diferencia, á una altura sobre aquel nivel igual á dos veces la flecha de los cables principales. Todo esto se evita y se arregla haciendo que *automáticamente* se invierta el sentido del movimiento del tambor regulador cuando llega el transbordador al centro del tramo (siguiendo moviéndose en el sentido de antes el tambor motor). De este modo seguirá horizontalmente el transbordador del mismo modo que antes. Al llegar el transbordador á la estación se pára automáticamente todo el mecanismo, y cuando debe volverse á mover cambia el sentido del movimiento de los tambores motor y regulador, y así se repiten indefinidamente los viajes del transbordador.

La altura de las pilas es considerable; el número de vueltas consecutivas del tambor regulador en un mismo sentido es pequeño, como se verá más adelante. Por esta razón, los cuatro cables reguladores, al abandonar sus respectivas poleas *m*, convergen hasta quedar separados tan sólo 10,2 centímetros para que no se toquen, y en esta disposición ingresan en la ranura que para cada uno tiene el tambor regulador (fig. 9). Estas cuatro ranuras dan la vuelta siempre paralelas entre sí á la superficie del tambor, formando una especie de rosca, que únicamente se diferencia de las ordinarias en que no son hélices las curvas que las engendran, por cuanto no están estas curvas contenidas en cilindros de sección circular, sino en superficies de revolución engendradas por una curva cuya convexidad se halla hacia fuera del eje, semejantes á la de un tonel, como luego estudiaremos.

Nótese bien que son cuatro las canales que hay, *una* para cada cable regulador, separadas por simples tabiques.

Queda perfectamente demostrado que, por más que el bastidor describa una trayectoria parabólica al rodar sobre los cables principales, los viajeros se moverán constantemente en dirección horizontal. Queda, por lo tanto, salvado el inconveniente y vencida la dificultad de la inmersión del transbordador, ó de su ascenso previo en las estaciones, y salvada también queda la oposición que se traslucía en principio por la necesidad de frenar al principio y el derroche de trabajo al ascender el transbordador en la segunda mitad del viaje, por cuanto, como el transbordador no sube ni baja, queda reducido aquel derroche á lo que se pierde por los rozamientos y demás resistencias

pasivas que se originan en los órganos que constituyen el mecanismo regulador, y que no son más que una pequeña fracción de las pérdidas de trabajo que de otro modo se producirían.

Se comprende que cualesquiera que sean los cambios que se produzcan en la velocidad del transbordador, sea continuo su movimiento entre las estaciones ó haya paradas dentro de la ría, ninguna perturbación puede producirse en el mecanismo regulador, toda vez que, como se ha dicho, sus movimientos dependen única y exclusivamente del movimiento del mecanismo motor. El tambor motor y el tambor regulador son concéntricos y absolutamente dependientes uno de otro, y de los cambios que en uno se produzcan se resiente el otro en la proporción y del modo que le corresponda.

CÁLCULOS PARA JUSTIFICAR LA RESISTENCIA DE LA OBRA.

Datos y consideraciones que han servido de base para fijar las dimensiones generales de la construcción.—Indicada la idea del conjunto de la obra (figura 26), se tomó como dato para los cálculos un transbordador de $5 \times 8 = 40$ metros cuadrados, capaz para 100 personas, que corresponden á $2 \frac{1}{2}$ por metro cuadrado, máximo que, á menos de concurrir circunstancias excepcionales, no se alcanzará y está en pugna con la comodidad del viajero; pero para el objeto propuesto debe determinarse el máximo de carga suponiendo las condiciones más desfavorables en que la obra *puede* encontrarse, no las en que *debe*. De policía son las disposiciones que deben fijar el máximo de cabida desde el punto de vista de la comodidad; mas no debe basarse el cálculo de las resistencias en disposiciones que, como la práctica diaria demuestra, son fáciles de quebrantar.

Admitida esta base y supuesta una carga de 300 kilogramos por metro cuadrado, uniformemente repartida en los 40 metros cuadrados que tiene el transbordador, viene á resultar para él una sobrecarga total de 12.000 kilogramos debida exclusivamente al pasaje, la cual deberá tomarse como base para todos los cálculos de resistencia que hayan de hacerse, con lo que vendrá á quedar, en cuanto á solidez, en condiciones análogas á las de los andenes de los puentes para carreteras.

La suma de pesos muertos del transbordador, bastidor, suspensión y mecanismo regulador (parte suspendida ó que tiene que transmitir carga á los cables principales) es de unos 8.000 kilogramos.

De modo que $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pasaje..... 12.000 k.} \\ \text{Peso muerto... 8.000 »} \end{array} \right\} 20.000 \text{ k.: sobrecarga móvil}$
máxima que deberán soportar los dos cables principales.

Corresponden á cada cable principal 10.000 kilogramos de sobrecarga móvil máxima.

Los dos cables principales están separados 10 metros entre sí. Las cuatro poleas móviles reguladoras, que suben y bajan, están en los vértices de un cuadrado de 10 metros de lado, y las ruedas del bastidor están separadas dos á dos en dirección de la longitud del puente más de 10 metros; de manera que cada cable principal se encuentra sometido, además de su peso, á dos sobrecargas móviles iguales entre sí, cuyo valor máximo es $\frac{1}{2}$ 10.000 ks. = 5.000 ks., constantemente separadas la misma longitud de más de 10 metros. No obstante, nosotros supondremos, al calcular los cables principales, que las sobrecargas móviles se hallan concentradas en un solo punto.

La gran separación de las pilas, comparada con la separación de las ruedas de un mismo cable principal, hace que los resultados que encontraremos, partiendo de este supuesto, sean poco diferentes de los matemáticamente exactos, y aun la insignificante diferencia que hay abonaría este proceder si se quisiera censurarlo, por cuanto la hipótesis hecha coloca la obra en condiciones más desfavorables que las reales.

La separación entre los centros de las pilas se ha fijado en 200 metros; si de ellos se deducen 160 que tiene la ría, quedan 20 á cada lado entre la arista del muelle y el centro de la pila, espacio suficiente para que quepa el transbordador y se pueda circular entre él y la pila.

La misma separación de 200 metros es la que hay entre los centros de los amarres de cada cable principal en la cúspide de las pilas.

La altura desde el nivel de los muelles hasta los centros de los amarres de los cables principales es 55 metros. Como la flecha de los cables principales cuando se hallan sometidos tan sólo á su peso propio es 10 metros, quedan desde el centro de los cables principales hasta los muelles 45, y hasta el nivel de la pleamar equinoccial 47; altura suficiente para que la suspensión transversal no cause el menor estorbo al tránsito de los buques. (El puente que une New York y Brooklyn tiene la parte más baja de su tablero, junto á las pilas, tan sólo á una altura de 36,271 metros sobre el agua, y la navegación por el *East River* es considerable.)

Cálculo de los cables principales.—Sometido un cable principal á la sola acción de su peso propio, toma la forma de equilibrio de una catenaria, que es casi, y sin error sensible, una parábola por regla general, y con mayor

razón en nuestro caso por ser la flecha pequeña comparada con la luz. Sometido, además, á una sobrecarga móvil, la figura de equilibrio que tomará variará con la situación de aquélla y estará formada por dos arcos de parábola, que se cortan en el punto de aplicación de la sobrecarga, arcos correspondientes á parábolas de igual parámetro, puesto que corresponden á la misma carga ó peso propio por unidad de longitud.

El máximo aumento en la flecha del cable y el máximo incremento en el esfuerzo del mismo se producirán cuando la sobrecarga móvil de 10.000 kilogramos se encuentre en el centro del tramo. Entonces el cable tendrá la mayor flecha que es susceptible de adquirir, y estará en sus extremidades con la mayor tensión con respecto á sus demás secciones y á las demás condiciones de carga.

Este esfuerzo máximo y aquella máxima flecha es lo que vamos á calcular, y á este efecto nos serviremos de las fórmulas cuyo desarrollo se encuentra en la obra sobre puentes, sección de los colgantes, de Résal.

Cuando la sobrecarga esté en el centro, la figura de equilibrio estará formada por dos arcos de parábola, cuyos vértices son o y o' (fig. 10), que tienen sus ordenadas m iguales á la flecha de los cables u .

Haremos uso de la fórmula.

$$S = 2a + \frac{2}{3}u^2 \left\{ \frac{2 \left(a + \frac{P}{2p} \right)^3 - \frac{P^3}{4p^3}}{\left[\left(a + \frac{P}{2p} \right)^2 - \frac{P^2}{4p^2} \right]^3} \right\} - \frac{2}{5}u^4 \left\{ \frac{2 \left(a + \frac{P}{2p} \right)^5 - \frac{P^5}{16p^5}}{\left[\left(a + \frac{P}{2p} \right)^2 - \frac{P^2}{4p^2} \right]^4} \right\} \quad (1).$$

En la cual:

S representa la longitud del cable;

u — la flecha resultante de la acción de la carga y sobrecarga consideradas;

a — la semiluz, que en este caso vale 100 metros;

P — la sobrecarga concentrada y móvil, igual en el caso presente á 10.000 kilogramos;

p — el peso propio del cable: por metro lineal ídem, ídem, ídem, 100 kilogramos.

Con esta sola fórmula no podemos determinar las dos incógnitas S y u ; pero valiéndonos de la ecuación $S = 2 \sqrt{a^2 + \frac{4}{3}b^2}$ (2), que relaciona la semiluz a y la flecha b del cable cuando afecta la forma de parábola, lo cual sucede cuando sólo obra la carga permanente con la longitud S del cable,

obtendremos el valor numérico de esta última cantidad, y sustituyéndolo en la fórmula (1), como también los valores de las restantes letras, tendremos el valor de la flecha total u .

Sustituyendo, pues, en la fórmula (2) nuestros valores $a=100$; $b=10$, resultará:

$$S=2\sqrt{100^2+\frac{4}{3}10^2}=2\sqrt{10.133}=2\times 100,65$$

$$\boxed{S=201,30 \text{ metros}} = \text{Longitud del cable.}$$

Guardaremos este valor para cuando lo necesitemos, y para no escribir tanto seguiremos no sustituyéndolo en la fórmula (1).

Esta última fórmula se convertirá, aplicándole nuestros valores numéricos, en:

$$S=200+\frac{2}{3}u^2\left\{\frac{2\left(100+\frac{10.000}{200}\right)^2-\frac{1 \text{ doce ceros}}{4 \text{ seis ceros}}}{\left[\left(100+\frac{10.000}{200}\right)^2-\frac{1 \text{ ocho ceros}}{4 \text{ cuatro ceros}}\right]^2}\right\}-\frac{2}{5}u^4\left\{\frac{2\left(100+\frac{10.000}{200}\right)^2-\frac{1 \text{ veinte ceros}}{16 \text{ diez ceros}}}{\left[\left(100+\frac{10.000}{200}\right)^2-\frac{1 \text{ ocho ceros}}{4 \text{ cuatro ceros}}\right]^4}\right\};$$

$$S=200+\frac{2}{3}u^2\left\{\frac{2\times 150^2-25 \text{ cuatro ceros}}{[150^2-25 \text{ dos ceros}]^2}\right\}-\frac{2}{5}u^4\left\{\frac{2\times 150^2-625 \text{ seis ceros}}{[150^2-25 \text{ dos ceros}]^4}\right\};$$

$$S=200+\frac{2}{3}u^2\left\{\frac{65 \text{ cinco ceros}}{(2 \text{ cuatro ceros})^2}\right\}-\frac{2}{5}u^4\left\{\frac{15.152 \text{ siete ceros}}{(2 \text{ cuatro ceros})^4}\right\};$$

$$S=200+\frac{2}{3}u^2\{0,016.25\}-\frac{2}{5}u^4\{0,000.000.945\};$$

$$S=200+0,10.83 u^2-0,000.000.738 u^4.$$

Poniendo en vez de u , en esta última ecuación, su valor 11, resulta $S=200+1,30=201,30$ metros, valor precisamente igual al que hemos encontrado anteriormente para la longitud del cable, y que debíamos sustituir en la fórmula (1); luego la flecha u que tomará el cable cuando obre simultáneamente sobre el mismo su peso propio de 100 kilogramos por metro lineal, más la sobrecarga de 10.000 kilogramos aplicada en el centro del tramo, es 11 metros; es decir, que el aumento que adquiere la flecha primitiva, motivado por la acción de la sobrecarga, es 1 metro.

Para determinar el esfuerzo de tracción del cable en sus extremidades en las mismas condiciones de cargas, debemos inquirir previamente los valores de la ordenada máxima m y de su abscisa n

$$n = a + \frac{P}{2p} = 100 + \frac{10.000}{200} = \boxed{150 \text{ metros} = n}$$

$$m = \frac{un^2}{n^2 - (n - a)} = \frac{11 \times 150^2}{150^2 - (150 - 100)} = \boxed{11,025 \text{ metros} = m}$$

La tracción F del cable en sus extremidades viene dada por:

$$F = p \frac{n}{2m} \sqrt{4m^2 + n^2} = 100 \times \frac{150}{2 \times 11,025} \times \sqrt{4 \times 11,025^2 + 150^2}$$

$$F = 100 \times 6,8027 \sqrt{22.986} = 100 \times 6,8027 \times 151 = 100 \times 1.027$$

$$\boxed{F = 102.700 \text{ kilogramos.}}$$

Las componentes, horizontal Q y vertical V de esta tracción, que más adelante necesitaremos, vienen expresadas por las ecuaciones

$$Q = \frac{p n^2}{2m} = \frac{100 \times 150^2}{2 \times 11,025} = \boxed{102.040 \text{ kilogramos} = Q}$$

$$V = p \times n = 100 \times 150 = \boxed{15.000 \text{ kilogramos} = V}$$

Cálculo de los cables de retención y de las pilas.

Cada pila soporta dos cables, como ya se sabe; y como nosotros hacemos los cálculos para un solo cable, obtendremos la carga que soporta media pila. A cada *media* pila la llamaremos en adelante *columna*, para mayor rapidez y evitar confusiones.

Los cables de retención tan sólo aguantan su peso propio; por esta razón, por ser poca su luz y por ser grande la distancia vertical entre sus puntos de amarre, poca será la diferencia entre su figura real de equilibrio y una recta que una sus puntos de amarre. Los supondremos, pues, rectos.

Las tres fuerzas de las figuras 11 y 12 deben hacerse equilibrio, y esto exige que cada una debe ser igual y contraria á la resultante de las otras dos. No hay más, por lo tanto, que descomponer la tracción F , cambiada de signo según las direcciones de la pila y del cable de retención, para tener los esfuerzos que soportan estas piezas.

Para no tener que hacer entrar en nuestros cálculos la inclinación de la tangente al cable principal en sus amarres ó puntos de articulación con las pilas, sustituiremos el cable por su componente horizontal $Q = 102.040$ kilogramos, y tomaremos para el esfuerzo del cable de retención el esfuerzo que resulte en esta hipótesis (toda vez que ningún efecto produce en este cable la componente vertical del esfuerzo del principal), y para carga sobre la columna, el que obtengamos en la misma hipótesis + la componente vertical $V = 15.000$ kilogramos que íntegramente soporte la columna.

Así tendremos:

$$F = \frac{Q}{\cos. 45^\circ} = \frac{102.040}{0,7} = \boxed{145.771 \text{ kilogramos} = F'}$$

$$G = Q \operatorname{tg}. 45^\circ + 15.000 = 102.040 + 15.000 = \boxed{117.040 \text{ kilogs.} = G}$$

El caso considerado de carga simultánea de peso propio y carga móvil sobre el cable da evidentemente el máximo esfuerzo para el cable de retención F' , toda vez que es proporcional á F , y éste es el máximo; pero en cuanto á la columna, no se ve á primera vista que deba también resultar para su esfuerzo el máximo valor posible, y vamos á demostrar que realmente lo es. Otro caso desfavorable para el pilar es aquel en que la carga móvil P esté en la extremidad del cable, directamente sobre la columna (y en este caso sobran aún bastantes metros entre la situación extrema que puede alcanzar la carga P y la columna, lo cual nos favorece) de que se trata. La carga de esta columna será la suma de la componente vertical de la tracción del cable principal, considerado sometido tan sólo á su peso propio, de la componente vertical del cable de retención en el mismo supuesto, y de la carga P íntegra.

La componente vertical de la tracción del cable principal es

$$p \times a = 100 \times 100 = 10.000 \text{ kilogramos.}$$

La componente vertical de la tracción del cable de retención es

$$\frac{\text{componente horizontal tracción cable principal.}}{\cos. 45^\circ}$$

El numerador de este quebrado vale

$$\frac{p a^2}{2 b} = \frac{100 \times 10.000}{20} = 50.000 \text{ kilogramos.}$$

De modo que $\frac{50.000}{\cos. 45^\circ} = 71.428$

Luego la carga total del pilar será $10.000 + 71.428 + 10.000 = 91.428$ kilogramos, bastante inferior, en efecto, á la compresión 117.040 kilogramos primeramente encontrada, obrando además de p , P en el centro del tramo.

La sección empleada para los cables es la misma en los principales que en los de retención. La forman 763 alambres de hierro de cuatro milímetros de diámetro, componiendo en junto $\pi r^2 \times 763 = 3,1415 \times 4 \times 763 = 9.588$ milímetros² de sección útil. El trabajo máximo es $\frac{145.771}{9.588} = 15,20$ kilogramos por milímetro².

La composición de los cables se hace con siete cables elementales, formado cada uno por 109 hilos de alambre de hierro, como indican las figuras 15 y 16. Resultan cables principales y de retención de 200 milímetros de diámetro exterior.

El material empleado puede ser el hierro fabricado al carbón de madera y galvanizado. Trabajando 15,20 kilogramos por milímetro cuadrado, nos mantenemos en un límite de seguridad perfectamente admisible. El puente sobre el Niágara, de 250 metros de abertura, tiene sus cables formados de alambre, que trabaja á 19,60 kilogramos; el tendido sobre el Orio, en Quisinnah, de 322 metros de abertura, hace trabajar sus cables 26,70 kilogramos.

En ambos es hierro fabricado al carbón vegetal lo que forma los cables, cuya resistencia á la rotura es, respectivamente, 70 y 71 kilogramos.

Modo de emplear los materiales para formar un cable.

Cables elementales.—El alambre debe recibir antes de su empleo tres capas de aceite de lino; primeramente debe sumergirse una vez en aceite de lino común, luego dos veces en aceite de lino hervido, pero frío. Cada inmersión debe practicarse cuando esté bien seco el alambre.

Las uniones de los alambres deben hacerse por medio de pequeños manguitos roscados, según indica la figura 13.

Los filetes de rosca en las extremidades de los alambres están hechos de modo que sean exteriores al diámetro normal, en lugar de estar entallados. Para conseguirlo se aplastan ligeramente estos extremos, de manera que es

ensancha el alambre en dirección normal á la del aplastamiento, y adquiere la sección de la figura 14. El filete no.

Este ensamble bien hecho presenta una resistencia igual al 0,95 de la que ofrece la sección llena.

Esta fué la forma adoptada en el puente de Brooklyn, en donde los hilos tenían que ser continuos y arrollados en forma de madeja, puesto que daban la vuelta á unas poleas en los extremos del puente, según lo expresa la figura 18.

Después de arrollar el alambre zincado y recocado, de dos milímetros de diámetro, que une entre sí los alambres de cada cable elemental (fig. 15), debe pintarse con minio, de manera que queden bien llenos todos los espacios.

La solidaridad mutua entre los siete cables elementales (fig. 16) se consigue por medio de dos capas de arrollamiento, hechas con alambre zincado y recocado, de tres milímetros, en la misma forma y con iguales (fig. 17) detalles que los explicados para la formación de los cables elementales.

Determinación del peso real, y justificación de que están bien basados los cálculos relativos á los cables principales.

Peso unitario de un cable elemental: 109 metros hilo, de 4 ^m / _m ,		
á 0,098.....	10,68	
Recubrimiento con una capa de alambre de 2 ^m / _m	2,00	
	<hr/>	
Peso de cada metro lineal de cable elemental.....	12,68 ks.	
	<hr/>	
7 cables elementales, á 12,68.....	88,76	
2 capas de recubrimiento con alambre de 3 ^m / _m	11,24	
Peso de cada metro lineal de cable principal.....	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>100,00 ks.</td></tr></table>	100,00 ks.
100,00 ks.		

exactamente igual al que supusimos al calcular estos cables. Prácticamente, habrá más probabilidades de que pase algo el peso real, que de que sea inferior al cálculo, en atención á los intersticios que habrá que llenar. Si así es, la consecuencia será, por una parte, aumentar ligeramente el trabajo del material, lo cual ningún inconveniente tendrá en atención á que, como hemos visto al comparar este trabajo con el que se produce en obras existentes, es bastante inferior al de éstas, y, por otra parte, favorece la estabilidad de la obra disminuyendo la flecha y las oscilaciones de los cables, toda vez que la relación entre el peso propio y la carga móvil será mayor que la considerada.

Justificación de la resistencia de las pilas.

La máxima compresión ó carga que cada *pilar* recibe en su cúspide es, según vimos antes, 117.040 kilogramos.

Cálculos preliminares muy aproximados nos indican que el peso de cada *pila* será unos 50.000 kilogramos, y así, corresponden 25.000 kilogramos á cada pilar.

Por lo tanto, la carga máxima que á cada pilar corresponderá para su base es $117.040 + 25.000 = 142.040$ kilogramos.

Nosotros partiremos, para justificar la resistencia, del supuesto de que cada pilar se encuentre sometido á 150.000 kilogramos, y de este modo cabe, dentro de esta cantidad, la carga debida á la instalación de la maquinaria, que ya dijimos que había de hacerse en una de las pilas.

Cada pilar tiene la sección horizontal de la figura 19. La trabazón mutua entre los largueros se obtiene por medio de sendos sistemas de cruces de San Andrés, de que están provistas las cuatro caras del pilar, formadas por traviesas horizontales, colocadas á dos metros una de otra, de centro á centro, cada una por un hierro de ángulo de $\frac{80 \times 80}{10}$ y por diagonales planos de $\frac{80}{10}$.

El trabajo por compresión directa es de $\frac{150.000}{4 \times 6.000} = 6,25$ kilogramos por milímetro cuadrado en los largueros.

Considerado cada pilar como pieza larga articulada por sus extremos distantes 55 metros uno de otro y aplicando la fórmula de Euler,

$$\text{Rotura} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}, \text{ resulta sustituyendo valores;}$$

$$\text{Rotura} = \frac{9,85 \times 18 \text{ nueve ceros} \times 0,024}{55^2} = 1.406,677 \text{ ks.},$$

casi diez veces más carga de la que ha de llegar á soportar.

Resta todavía demostrar que, considerado cada larguero del pilar aisladamente, como apoyado libremente por dos vértices consecutivos, distantes entre sí dos metros, sometido á la cuarta parte de la carga total del pilar, ó sean

$$\frac{150.000}{4} = 27.500 \text{ kilogramos, se encuentra en buenas condiciones.}$$

Á este efecto, sustituyendo en la misma fórmula de Euler los valores relativos al larguero, obtenemos

$$I = 0,000.006.920$$

$$\text{Rotura} = \frac{9,89 \times 18 \text{ nueve ceros} \times 0,000.006.920}{2^2} = 306.729 \text{ ks.},$$

valor más de once veces mayor que los 27.500 kilogramos que puede hallarse en el caso de soportar.

De manera que bajo todos conceptos se halla asegurado el equilibrio interior de las pilas.

Los pilares distan de centro á centro 10 metros arriba y 20 metros abajo, de modo que forman con la vertical un ángulo cuya tangente es $\frac{5}{55} = 0,11$, al cual corresponde un valor angular de $6^\circ 20'$.

Se ha supuesto que cada pilar soportaba 150.000 kilogramos; pero como ésta es la componente vertical tan sólo, la carga real por pilar, en dirección de su eje, es $150.000 \times \frac{1}{\cos. 6^\circ 20'} = 150.000 \times \frac{1}{0,99} = 150.000 \times 1,01$; de manera que, en rigor, el trabajo á que está sometido el hierro en las pilas (y dicho queda que de hierro son las pilas), es 1 por 100 mayor que el encontrado en los cálculos anteriores. El aumento es despreciable, puesto que los coeficientes de trabajo se mantienen dentro de límites perfectamente aceptables y las dimensiones fijadas son perfectamente prácticas.

Justificación de la estabilidad de los macizos de mampostería que sirven de apoyos á los cables principales.

Cada cable se encuentra fijado en un prisma recto de mampostería enterrado, cuya cara superior está á flor de tierra, de base rectangular de cuatro metros de anchura paralelamente al eje de la ría, por seis metros de longitud en dirección transversal y de seis metros de altura. Están armados estos macizos de tal manera con tirantes y vigas de hierro, que cada uno constituya un monolito para los efectos de servir de apoyo á los cables. Tiene cada macizo $6 \times 6 \times 4 = 144$ metros cúbicos, que, á 2.000 kilogramos cada uno, constituyen 288.000 kilogramos.

Examinando la figura 21, puede verse la disposición de las diversas fuerzas que entran en juego en el equilibrio de los macizos.

El coeficiente de rozamiento de la mampostería que forma el macizo contra el suelo de la fundación, es 0,75; así es que la resistencia que el rozamiento opondría al movimiento de cada macizo solicitado por una fuerza horizontal es $288.000 \text{ kilogramos} \times 0,75 = 216.000 \text{ kilogramos}$.

Como la componente horizontal del máximo esfuerzo (145.771 kilogramos) de los cables de retención es tan sólo 102.039 kilogramos, es evidente que se está á cubierto de todo resbalamiento.

Esto mismo se observa si se nota que, trazando á escala la figura 21 anterior, la resultante de las dos fuerzas que solicitan el macizo corta al plano de asiento según un ángulo de 64°; para que hubiese resbalamiento sería preciso que este ángulo fuese de 36°,52, que es el de rozamiento correspondiente al coeficiente 0,75 que hemos admitido.

El diagrama de la figura 21 demuestra que el macizo no puede girar alrededor de ninguna de sus aristas, puesto que la resultante de las dos fuerzas que le solicitan corta la base de asiento. Es menester, para terminar, justificar que la presión máxima que se produce en el asiento no pasa del límite práctico que el terreno y la mampostería pueden soportar con seguridad.

La resultante de las dos fuerzas que solicitan el monolito vale 230.000 kilogramos, y corta á la base de sustentación á una distancia de su centro de gravedad de 1,30 metros. La componente vertical de esta resultante es tan sólo la que nos interesa para el cálculo de la presión normal, puesto que normal es á la base. Esta resultante vale 204.000 kilogramos.

Según Mr. Bresse, el coeficiente por el cual hay que multiplicar la presión media en la base para obtener la presión máxima, que en nuestro caso se produce en la arista h , figura 21, es $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{1-u}$, siendo u la relación entre la distancia del punto de aplicación de la presión al centro de gravedad del rectángulo (en este caso 1,30), y el semilado, ó distancia entre el mismo centro de gravedad y la arista h (que vale tres metros). De modo que u viene á tener un valor de $\frac{1,30}{3} = 0,43$.

Así, pues, $\frac{4}{3} \frac{1}{1-u} = \frac{4}{3} \frac{1}{1-0,43} = 2,34$. De modo que la presión en la arista h será 2,34 veces mayor que si la fuerza obrase en el centro de gravedad del asiento. La presión media será, teniendo la base de sustentación $4 \times 6 = 24$ metros cuadrados, $\frac{204.000}{24} = 8.500$ kilogramos, y la presión máxima en la arista h , $8.500 \times 2,34 = 19.890$ kilogramos por metro cuadrado, ó 1,99 kilogramos por centímetro cuadrado; presión perfectamente aceptable sin ningún inconveniente en nuestro caso, puesto que para terrenos no excelentes, sino simplemente buenos, 1,99 kilogramos por metro cuadrado no es demasiada.

Cimientos de las pilas.

Sabemos que cada pila está constituida por dos pilares de ejes convergentes en un plano vertical transversal al puente, y que la separación de centro á centro de estos pilares es 20 metros abajo y 10 metros arriba. Se sabe también que cada pilar se compone de cuatro aristones (figuras 19 y 20), cuyos ejes son las aristas de una pirámide de sección cuadrada de dos metros de lado, con las caras (dos verticales y dos oblicuas) formadas por sistemas de cruces de San Andrés.

Hemos visto asimismo que la solidaridad mutua entre los dos pilares de cada pila se obtiene igualmente por medio de cruces de San Andrés.

La componente vertical de la carga de cada pilar es 150.000 kilogramos, que se reparten entre los cuatro aristones á razón de 37.500 kilogramos para cada uno.

Cada aristón lleva en su extremidad inferior un zapato de hierro colado de 0,50 metros de lado (cuadrado) y, por lo tanto, de 2.500 centímetros cuadrados de superficie, asegurado por medio de cuatro pernos de 50 milímetros de diámetro, que apoyan su cabeza en platos colocados en la parte más baja ó el asiento de la fundación. Cada zapato descansa en un cubo de sillería (un solo sillar) de un metro de lado, de manera que corresponda su centro con el eje del sillar. El trabajo de la sillería en su asiento con el zapato es de $\frac{37.500 \text{ ks}}{2.500 \text{ cm.}} = 15$ kilogramos por centímetro cuadrado, perfectamente práctico.

Estos cuatro sillares transmiten su carga á la mampostería que forma el cuerpo de la cimentación, consistente en un prisma de base cuadrada de cuatro metros de lado y tres metros de altura, pues el intervalo entre los sillares está lleno de mampostería; de manera que hay cuatro metros desde la cara superior de los sillares hasta el asiento del cemento, que viene á estar formado por un cubo de cuatro metros de lado.

La carga que recibe esta mampostería resulta ser $\frac{37.500 \text{ ks.}}{100 \times 100} = 3,75$ kilogramos por centímetro cuadrado, que dista mucho de ser exagerada.

El asiento de la cimentación soportará los 150.000 kilogramos que provienen del pilar, más el peso del cubo de cuatro metros de lado, que tiene 64 metros cúbicos, y á razón de 2.000 kilogramos uno, pesa 128.000 kilogramos. Soporta, pues, 278.000 kilogramos, que, repartidos en 160.000

centímetros cuadrados, dan 1,74 kilogramos por centímetro cuadrado, carga perfectamente admisible.

Entre los zapatos y los sillares se interponen planchas de $\frac{3 \times 0,50 \text{ m.}}{15 \text{ }^m/m}$, que van de uno á otro zapato, con agujeros por donde pasan los pernos, cuyo objeto es asegurar la solaridad de las bases de las piernas, impidiendo toda dislocación. Estas planchas se hallan recubiertas de una capa de mamposería hidráulica de 0,50 metros de espesor, que impide la acción corrosiva que la humedad produciría en ellas.

La figura 22 representa la cimentación de un pilar. En ella se indican las planchas referidas por medio de líneas de trazos.

Articulaciones de las pilas en sus bases.

Porqué de su adopción.—En todo puente colgante cuyos cables principales deban su firmeza á cables de retención, es menester facilitar á los extremos de los primeros el movimiento longitudinal originado por el cambio de longitud ó de tensión de los segundos; de lo contrario, ocurrirían roturas ó deformaciones peligrosas en las torres ó pilas que, por el mero hecho de emplearse cables de retención, se considera que no son aptas para soportar componentes transversales de la tensión del cable, sino tan sólo componentes en dirección del eje de la pila. Á este efecto, cuando las pilas son de fábrica, se emplean rodillos colocados en su cúspide, sobre los cuales va el asiento de los cables. Cuando las pilas son metálicas es más conveniente el empleo de una articulación en la base, y de este modo no existen componentes horizontales que obren en la cúspide debidas al rozamiento de los rodillos y con tendencia á derribar la pila. Tal puede ser la *flexibilidad* de la pila que pueda sustituir á la articulación. Pero en este caso siempre resultará una resistencia mayor al movimiento y, como consecuencia de esto, un momento de flexión en el empotramiento, expresado por el producto del esfuerzo que la rigidez de la pila necesite emplear arriba para moverse, por la altura de la pila, momento de flexión que producirá tracción en una parte y compresión en la otra del macizo de la fundación. No criticamos en absoluto el sistema, que puede ser aceptable si está bien estudiado, y los cálculos demuestran que del modo que realmente pasen las cosas no puede resultar para los materiales un trabajo excesivo; mas nosotros creemos que no responde al objeto tan bien como la articulación. Se necesita *facilitar* el giro de

la pila alrededor de su base, y para esto lo que se ocurre primero es establecer un eje de giro. Así se consigue lo más completamente posible lo que se pretende, y no hay que preocuparse de los efectos de la flexión, de que hemos hecho mérito, producidos en el macizo de la fundación. Hacer lo contrario es parecido á salvar la distancia entre dos puntos siguiendo trayectoria curva, en vez de recta, que es más corta.

Por esta razón se propone la articulación en la base de cada pilar, de manera que sea común el eje de giro de cada par de pilares que forma una pila.

SEGUNDA SOLUCIÓN.

Viga en forma de \square , en cuyo interior se establece una vía de 0,17 metros de anchura.

Esta solución no difiere de la tercera, que describiremos con todo detalle, más que en la organización de la vía horizontal y organización del transbordador. Por lo tanto, lo referente á los pilares y cables de suspensión puede verse más adelante.

Los cables se agrupan (fig. 23), y de ellos cuelgan tres varillas de suspensión que soportan la viga en forma de \square , dentro de la cual se mueve una viga **I**, en la que van unidos varios juegos de rodillos que se mueven sobre una vía colocada en el interior de la viga, y de la que pende, por medio de cables, el transbordador.

Respecto á la resistencia en sentido vertical de todo el sistema nada de particular hemos de decir, pues se encuentra en condiciones casi iguales á las del sistema adoptado y construido; pero no ocurre otro tanto con relación á los esfuerzos horizontales producidos por el viento. La viga \square tiene muy poca resistencia transversal, y para darle rigidez se establece, por medio de cables, la triangulación indicada en la figura 24, en la que *P* representa uno de los pilares y la línea *A A* el centro del puente. El transbordador, por la suspensión adoptada, queda en perfecta libertad de balancearse por la acción del viento, y para evitarlo le agrega un timón *T* (fig. 25), que puede tomar diversas posiciones, según la intensidad de los vientos y las corrientes, y contrarrestar la acción que los primeros ejerzan sobre el transbordador. En casos extremos, el timón es sustituido por una viga que penetre en la arena de la ría. Funda el autor esta solución en la conveniencia de que la resistencia que haya de contrarrestar la acción del viento se ejerza en punto próximo á aquel en que ésta se produzca, y realmente lo consigue, pues el transbordador sobre

que actúa la fuerza del viento está muy próximo al agua que proporciona la resistencia que ha de contrarrestarla.

Otra modificación introduce, y es la de establecer unas plataformas *B* voladas sobre la ría (fig. 24) al nivel de los muelles, con lo cual consigne evitar que la aglomeración de gente, esperando el transbordador, entorpezca la circulación en los muelles, acorta el camino que éste tiene que recorrer y no tiene que prolongar la viga horizontal para que quede apoyada la viga **I** *A B* que sirve de sostén y que, como se ve en la figura 25, es más larga que el transbordador *C D* para evitar oscilaciones longitudinales de éste. Ningún inconveniente presenta esta disposición, aceptada en el proyecto construído á causa del poco fondo, pues por las mismas orillas de la ría nunca marchan las embarcaciones, á no ser alguna lancha, que puede, sin inconveniente ninguno, pasar por debajo de las plataformas *B*.

El movimiento se transmite por los cables sin fin *cc' cc'* (fig. 23), que de trecho en trecho se apoyan en los rodillos *R*, destinados exclusivamente á este objeto.

En *E* está indicado el engrasador del eje de uno de los juegos de rodillos.

TERCERA SOLUCIÓN.

Dos vigas horizontales suspendidas y bastante separadas para evitar las oscilaciones transversales del transbordador.

La solución más práctica de las tres imaginadas por el Sr. Palacio es, sin duda alguna, la de que ahora vamos á ocuparnos, llevada á la práctica, con ligeras modificaciones de detalle, en la ría de Bilbao para unir Portugalete y las Arenas, según se indica en la figura 1.^a Para definirla en pocas palabras, diremos que es sencillamente un puente colgante, sin tablero, colocado á 45 metros de altura, que sirve de soporte á dos vías sobre que rueda el bastidor de que cuelga el transbordador.

Las figuras 26 y 27 indican su organización de un modo claro. Se compone de un solo tramo, sostenido por medio de dos pilares construídos en las orillas, á 45 metros de altura sobre el nivel de las pleamares equinocciales, y de 160 metros de luz de eje á eje de los pilares. El tablero (aceptando este nombre, si bien no en su más genuina expresión) se suspende á la altura citada, de modo que ninguna de sus piezas, por quedar más baja, pueda entorpecer la navegación; en toda su longitud lleva carriles, sobre los cuales

se mueve un bastidor del que arrancan varios tirantes de los cuales pende una plataforma llamada «transbordador», cuyo tablero, situado á dos metros de altura sobre las mayores pleamares, queda al nivel de los muelles y fuera de la acción de las olas. Puede recibir movimiento por medio de un piñón fijo en el mismo, que engrana en una cremallera colocada debajo del tablero en toda la longitud de él. El piñón, á su vez, puede recibir movimiento de rotación, por una transmisión teledinámica, de un motor situado en el transbordador bajo la inmediata vigilancia y dirección del maquinista conductor. Por este medio, y pudiendo el motor funcionar en uno ú otro sentido, podrá el bastidor y el transbordador de él colgado pasar de una á otra orilla en la dirección que se desee, y aun cambiar ésta si cualquier circunstancia obligara á ello durante el paso.

Dando al transbordador dimensiones convenientes podrán transbordarse personas, animales, carruajes de todas clases, y hasta si se quiere, poniendo vía en su tablero, coches y vagones del ferrocarril. En previsión de esto último se calcula para que pudiera soportar una carga útil de 10 toneladas, que es suficiente dadas las dimensiones de los vagones que habian de transbordarse.

De este modo el transbordador hace el efecto de un bote que se mueve fuera del agua, por el aire, sin los inconvenientes producidos por las mareas corrientes y el oleaje, y con todas las facilidades de acceso posibles; los tirantes de suspensión, debidamente triangulados, contrarrestan la acción de los vientos sobre él y evitan las incomodidades ó peligros que pudiera ocasionar.

La descripción de las distintas partes, de cuyo cálculo nos ocuparemos más adelante, es la siguiente:

Pilares.—El tramo se halla soportado por cuatro pilares metálicos, cuyos aristones ó pies derechos se apoyan directamente sobre los muelles, sobre cuatro dados ó macizos de mampostería, de cuya cimentación nos ocuparemos más adelante.

En el sentido transversal á la ría (fig. 26), los aristones, que son convergentes, se hallan espaciados siete metros en su base, enlazados por medio de arcos, para no interrumpir la circulación sobre los muelles, y tienen un talud ó inclinación de 0,047 metros por 100, de modo que al llegar á la cúspide su separación es de 1,20 metros únicamente.

En el sentido paralelo (fig. 27) están espaciados seis metros en la base y en la cúspide 1,20 metros; los exteriores llevan un talud de 0,094 por 100, y los interiores permanecen verticales para dejar más expedita la circulación

en este sentido para el embarque y desembarque y para el paso del bastidor.

La separación central de los dos pilares es de 7,65 metros en toda su altura. Se enlazan, haciéndolos solidarios, por medio de tres arcos dispuestos convenientemente para no entorpecer las maniobras, y por el tablero que pasa entre ellos á 43 metros sobre el nivel de los muelles. Terminan estos pilares en su parte superior por una plataforma que recibe una placa de vértice, en la cual se empalman los diferentes órganos de suspensión, como se indica en las figuras 28 y 29.

Estos pilares no deben resistir más que á la componente vertical; el bastidor de dilatación que se monta sobre rodillos no puede girar de ningún modo en el sentido del eje del puente ni producir esfuerzos de flexión.

Para contrarrestar los efectos del viento en el sentido transversal se proyectan contravientos, que se amarran en macizos de obra de suficiente resistencia situados sobre los muelles, como se indica en la figura 27.

Nuestros cálculos demuestran que los contravientos deben soportar por tracción un esfuerzo de 60.096 kilogramos para resistir al impulso de los mayores huracanes, en que la velocidad del viento se supone de 45 metros por segundo; en este caso, los macizos de fábrica deberán tener cada uno 39 metros cúbicos de volumen.

Los cuatro aristones de un mismo pilar tienen secciones diferentes, que varían con las alturas; según la presión que deben soportar, y están debidamente arriostros horizontal y verticalmente á alturas convenientes para que resulten á 45° por hierros en \square de 80/40 de 8, 9 y 19 kilogramos por milímetro, según se hallan en la cúspide, en el centro ó en la base del pilar.

En sustitución de los remaches, que son siempre dispendiosos y difíciles de ejecutar, las distintas piezas se unen por medio de pernos, con el objeto de facilitar el montaje y poderlas reemplazar fácilmente si en cualquier tiempo hubiera de renovarse una cualquiera por vejez ó por cualquier defecto.

Para facilitar el examen y la conservación del bastidor móvil y de las suspensiones que se apoyan en los vértices de los pilares se dispone sobre la arcada superior un tablero con pretilas en forma de paseo seguro y cómodo, al cual puede subirse por una escalera metálica formada por una serie de tramos y mesetas situados en el interior de uno cualquiera de los pilares.

Los pilares se construirán de hierro laminado de buena calidad, iguales á los que se emplean en la construcción de puentes de ferrocarriles, en que se hace trabajar éste á razón de seis kilogramos por milímetro cuadrado. Como no

se alcanza este coeficiente en nuestros cálculos de resistencia, se encontrará la obra en mejores condiciones que aquéllos y, por consiguiente, dentro de un límite de seguridad completamente satisfactorio.

Cimientos.—En la margen izquierda, lado de Portugalete, se establecen los cimientos de los pilares sobre los macizos del bajo de Santa Clara que afloran en la ladera contigua.

Estas peñas constituyen un excelente lecho para la cimentación de nuestras pilas, después de enrasarlas debidamente, para recibir los macizos de mampostería de los ocho pilares de 1,35 metros de diámetro, que deben elevarse hasta dos metros sobre el máximo nivel de la pleamar, á cuya altura se sentará la coronación de asiento de las zapatas en que se apoyan los aristones ó pies derechos de los pilares.

Para hacer solidarias estas pilas se enlazan entre sí las zapatas citadas por medio de planchas empotradas en las mamposterías.

En la margen derecha, lado de Las Arenas, el subsuelo está formado por gravillas con mezcla de cantos y fango en la superficie, constituyendo un fondo bastante firme, pero que puede ser fácilmente socavado por la acción de las mareas. Para salvar este inconveniente, los cuatro pilares de mampostería más próximos á la ría se profundizarán hasta 3,50 metros debajo del nivel de la bajamar por los medios que las circunstancias del momento aconsejen. Estos pilares, contruidos de mampostería hidráulica ú hormigón, de 1,35 metros de diámetro mínimo, macizando toda la excavación que se hubiese abierto, se prolongarán hasta 10 metros de altura para alcanzar la cota de asiento de las zapatas. Por la parte de la ría se protegerán además con los trabajos de consolidación que se juzgen necesarios.

Como los cuatro pilares posteriores están protegidos por los muros del muelle, será suficiente bajarlos hasta un metro por debajo de la bajamar: su altura total será de 7,50 metros, y su diámetro de 1,35 metros también.

Los cálculos demuestran que la carga máxima sobre cada pila es de 47.444 kilogramos, y por tanto, la compresión no excederá de 3,29 kilogramos, ofreciendo la obra toda la seguridad apetecible.

Suspensión.—El sistema de suspensión se compone de dos partes distintas:

1.^a Ocho cables oblicuos de rigidez sobre cada cabeza, que avanzan 34,50 metros hacia el centro del tramo.

2.^a Cuatro cables parabólicos sobre cada cabeza, sosteniendo por medio de 94 péndolas los 91 metros de la parte central del puente.

Unos y otros se amarran en el vértice de los pilares sobre una placa de unión general situada sobre la de dilatación (figuras 28 y 29), que se fija

por medio de cinco cables de retención que descienden hasta las amarras de la conformidad que se indica en las figuras 30, 31, 32 y 33.

Además, estas amarras soportan los dos cables que equilibran la diferencia de carga de los oblicuos, de los cuales se hablará más adelante.

Todos estos cables terminan en sus extremidades por tuercas roscadas en forma de estribos, con las que se templan, y están debidamente dispuestos para facilitar su montaje y desmontaje, obteniéndose de este modo, á la vez que con las péndolas, todas las ventajas de la «amovilidad», cuyos principios se han aplicado recientemente en Francia por la casa «Arnodin», y que se resumen en la nota A que se acompaña al final de este trabajo.

Más adelante se determinan las tracciones de los cables y la sección que les corresponde para resistir sus esfuerzos con toda seguridad. De ello resulta que los cables parabólicos deberán tener una sección de 1.710 milímetros cuadrados, y las péndolas 1.140 milímetros cuadrados.

De los cables oblicuos que trabajan en sentidos diferentes, tendrán 294 milímetros cuadrados los situados cerca de los pilares, 362 los que les siguen, 452 los siguientes, y los últimos 555 milímetros cuadrados.

Necesitan los cables de retención una sección de 1.777 milímetros cuadrados, péndolas de 44 milímetros en la cúspide, y tirantes de amarre de 33 milímetros de diámetro.

Los cables que equilibran los oblicuos tendrán 771 milímetros cuadrados, 257 las péndolas y 128 los tirantes.

Todos los cables son de alambre de acero dulce, capaz de resistir 75 kilogramos por milímetro cuadrado. El esfuerzo máximo que deberán soportar en la carga de prueba no pasará de 16 kilogramos por milímetro cuadrado; por consiguiente, el coeficiente de seguridad no excede de $\frac{1}{4}$ del de rotura, cuando en los puentes suspendidos se admite hasta $\frac{1}{5}$.

Estos cables, fabricados por torsiones alternativas, ofrecen todas las garantías: véase la nota B que también se acompaña al final.

Las péndolas y los tirantes son de acero dulce, que resiste 56 kilogramos por milímetro cuadrado con 18 por 100 de alargamiento. Se hallan sometidos á un trabajo máximo de 12 kilogramos por milímetro cuadrado, es decir, que no llega á $\frac{1}{4}$ del de rotura.

El empleo de los cables oblicuos de rigidez, siguiendo el método francés, queda justificado por nuestro deseo de obtener una gran rigidez en el tablero para contrarrestar los efectos ó las inflexiones que podría producir la carga móvil.

De su aplicación resultan las ventajas siguientes:

1.^a El trabajo de los cables parabólicos queda reducido al peso de la parte de tablero que soportan, bastante menor que el peso total del mismo.

2.^a Los 34,50 metros de puente que sostienen los cables oblicuos adquieren una rigidez relativa igual á la de un puente fijo, por ser evidente que los pilares, los cables oblicuos y el tablero forman entre sí una triangulación, un sistema indeformable dentro del límite de elasticidad de la materia.

Más aún: como el tablero se prolonga más allá de los cables oblicuos sin solución de continuidad, forma, por decirlo así, en la parte de enlace de los cables oblicuos con la parábola una sección de empotramiento que da una gran rigidez al sistema que sostiene la parte parabólica de los cables de suspensión.

De manera que la rigidez del conjunto se halla notablemente aumentada por este procedimiento.

3.^a Esta mayor rigidez tiene la inmensa ventaja de evitar que los vientos huracanados puedan derribar el puente y de facilitar el movimiento del carro transbordador.

El empleo de este procedimiento, ó de procedimientos análogos en muchos de los puentes construídos recientemente, demuestra hasta la evidencia su indiscutible ventaja. Estos cables rígidos, como los parabólicos, están dispuestos de manera que sean de fácil sustitución, y pueden templarse á discreción.

Fiadores.—Los fiadores tienen por objeto producir las reacciones necesarias para mantener en equilibrio los cables de suspensión. Están emplazados en terreno firme, como lo indican el alzado general (fig. 26) y el de un pilar (fig. 27). Los fiadores están representados en las figuras 34 y 35.

Se construirán de mampostería hidráulica y mampuestos ordinarios suficientemente densos; sólo serán de sillería los blocs que reciben la acción directa de los cables de amarre.

Estos macizos de fábrica sólo trabajan por su propio peso. La presión sobre su base será tanto menor cuanto mayor sea la reacción que deban soportar; así es que no necesitan ningún cimiento especial: basta sencillamente que estén cimentados en terreno seco y de consistencia ordinaria.

Del lado de Las Arenas existe una torre, un antiguo molino de viento, en el emplazamiento de los fiadores, y aprovechamos esta circunstancia para la mayor solidez de la obra, colocándolos detrás y adyacentes á la misma, siendo su peso un exceso de resistencia para las reacciones que se han de contrarrestar.

Los cálculos del siguiente capítulo demuestran:

1.º Que cada uno de los macizos principales necesita un peso de 470.111 kilogramos y un cubo de 213,68 metros cúbicos para poder resistir los esfuerzos que los solicitan.

2.º Que los macizos de los fiadores transversales deben pesar 85.960 kilogramos y cubicar 29 metros cúbicos.

Tablero.—El tablero, cuyo detalle está representado en las figuras 38 y 39, está sostenido por las varillas de suspensión *AA*, que en su parte inferior se unen dos á dos por medio de un pasador de acero, *BB*, de 80 milímetros de diámetro, provisto de dos agujeros en sus extremidades para el paso de las varillas *AA*, las cuales están terminadas en rosca y atirantadas por tuercas, que se templan y se sustituyen en caso de reparación; estos pasadores constituyen la base del sistema, atraviesan las almas de los largueros que soportan los rails, y reciben además, en la parte que queda libre entre los dos largueros, los tirantes *CC* de la triangulación de la viga rígida, que los atraviesan por taladros hechos á 45°. Sirven además de apoyo para los pilares verticales *P*, de modo que en ellos se enlazan todas las piezas del conjunto.

Se duplican las varillas de suspensión con el objeto de ofrecer una seguridad completa al sistema; pues aun dado el caso, muy poco probable, de producirse la ruptura de una de ellas, siempre queda la otra para sostener el tablero.

Los largueros van de una orilla á otra, rebasando ambos pilares 1,30 metros hacia tierra, suplemento que se destina á apoyar el último juego de rodillos en el momento en que se halla el transbordador en contacto con el muelle de embarque ó desembarque.

La longitud total de los largueros es de 165,60 metros. Están apoyados por medio de 54 puntos que corresponden á los pasadores de las varillas de suspensión y de los cables oblicuos, y para evitar que puedan separarse se enlazan de cuatro en cuatro metros por una vigueta sección **I**.

Estas viguetas sostienen en sus extremos tres tablones de pino de 22/8 y un pretil muy ligero que constituye un pequeño paseo ó acera, cuyo objeto es facilitar el entretenimiento de las ruedas y conservación del bastidor móvil y trianguladas en la forma indicada en la figura, constituyendo una viga armada horizontal de suficiente resistencia para oponerse á las deformaciones y al balanceo que pudieran producir los fuertes vientos; el cálculo de resistencias demuestra que es suficiente para resistir á los de 45 metros de velocidad por segundo.

En sentido vertical, la rigidez se obtiene merced á los cables oblicuos, en parte por las razones antes expresadas, y además por la viga armada que hace de pretil, equilibrada en los fiadores por medio de los vientos que van á ellos, partiendo de ambos extremos de ella.

En el eje del tablero, y en su parte inferior, se encuentra la cremallera *D*, figuras 42 y 43, en la que engrana el piñón que produce el movimiento, y sirve además de enlace de todo el sistema en sentido longitudinal. Los cálculos indican que el conjunto tiene resistencia suficiente para soportar con toda seguridad el movimiento del transbordador.

Bastidor móvil.—Los largueros tienen una altura de alma de 600 milímetros, y las dos almas de un mismo larguero están separadas 250 milímetros (fig. 39), y en la parte inferior de ellas, figuras 39 y 42, se roblona una escuadra longitudinal de $\frac{60}{600}$, cuya ala superior lleva un carril de nueve kilogramos por metro.

Sobre estos carriles circulan los rodillos, dos para cada eje, reunidos en grupos de dos ejes, figuras 41 y 42.

Esta disposición tiene por objeto primero evitar descarrilamientos, y repartir la carga en un gran número de puntos de apoyo, logrando de esta manera que cada rodillo soporte una pequeña parte del peso que se transborda.

Cada eje lleva un cojinete y una caja de engrase (fig. 40). El primero, *A A*, está dispuesto de manera que pueda soportar una llanta, sosteniendo en su parte inferior el pasador *B B*, que enlaza dos estribos ó suspensores, que á la vez sostienen sobre sus cabezas el larguero longitudinal del bastidor móvil (fig 41), que se halla reforzado con cruces para asegurar su rigidez.

Á estos largueros, *L, L*, y correspondiendo con el centro de cada grupo de estribos, se fijan los tirantes *T* (figuras 40 y 42), que sostienen el transbordador.

Los trenes de rodillos son siete en cada lado, espaciados de cuatro en cuatro metros de eje á eje; es decir, que resulta una base de apoyo de 24 metros y 56 rodillos, entre los cuales se reparten la carga y la sobrecarga del transbordador. Su disposición es tal, que la marcha seguirá sin alteración alguna aunque falte un rodillo, un eje, una llanta ó los estribos correspondientes, lo que dará una seguridad absoluta al viajero, y previene el caso fortuito, é imposible de evitar, de la ruptura de uno cualquiera de los elementos por una causa imprevista. Estas precauciones tienen también la ventaja de facilitar las reparaciones, y, sobre todo, la sustitución de piezas deterioradas, puesto que, aun suprimiéndolas, continúa el servicio sin alteración.

En el centro del bastidor movable existe una pequeña plataforma que recibe el árbol de transmisión y las ruedas de engrane para imprimir al bastidor la velocidad de uno á dos metros por segundo (fig. 43).

Transbordador.—El transbordador está formado de un bastidor con largueros y traviesas, sosteniendo un tablero; su longitud total es de 10 metros, suficiente para dar cabida á un coche enganchado, á un vagón ó á mercancías, y su anchura interior entre pretilas es de cinco metros: 2,30 para los vehículos, y 1,35 por cada lado para las personas.

La parte central es de madera (á propósito para el ganado), con vía de un metro para el paso de vagones y tranvías.

Á fin de dar mayor comodidad á los viajeros se colocan en las aceras laterales bancos donde puedan sentarse y un pavimento de chapa estriada con sus pretilas correspondientes. Además, si la práctica demuestra su utilidad, podrán cobijarse por una cubierta de fácil instalación.

Este conjunto se halla suspendido del bastidor movable por medio de 14 cables metálicos de 178 milímetros de sección, dispuestos en triangulación, como lo indica la figura 26.

En el sentido transversal habrá seis cables puestos diagonalmente, que sirvan para contrarrestar dentro de lo posible el balanceo que pudiera producir el viento en circunstancias normales; se han multiplicado los puntos de apoyo ó de suspensión para evitar que se interrumpa el servicio con la ruptura de uno cualquiera de los cables, puesto que siempre resistirá el cable vecino del mismo grupo.

La longitud de los cables de suspensión puede graduarse muy fácilmente por medio de los suspensores que terminan en rosca; por este medio se logra que la plataforma coincida exactamente con los muelles.

Se disponen en los embarcaderos de las orillas topes elásticos para atenuar el choque al atracar, y unos poyos de amarre para sujetar al transbordador mientras se embarcan y desembarcan los viajeros.

El transbordador, sus piezas de movimiento y la suspensión, así como todas las del tablero, pueden resistir un peso total de 40.000 kilogramos, 10.000 de los cuales quedan absorbidos por el peso bruto del aparato. Resulta, por tanto, que para llegar á la carga calculada habría que poner en el transbordador un peso de 30.000 kilogramos; por consiguiente, no admitiendo más que 10.000, quedamos con creces dentro del límite de seguridad.

Este exceso de resistencia prestará, no obstante, grandes servicios en algunas ocasiones, cuando soplen transversalmente fuertes vientos huracanados. En este caso, impelida la plataforma á un lado, toda la carga

tenderá á apoyarse en el lado opuesto del puente á causa de los tirantes diagonales. En esta hipótesis, que podrá ocurrir cuando el viento tenga una velocidad de 36 metros por segundo, ó sea en momentos en que la navegación será nula, y la circulación de viajeros en todos sentidos casi nula también, el transbordador podrá funcionar todavía con una carga máxima de 10.000 kilogramos, sin que resulte excesiva para ninguna de las piezas del sistema. Aun en este caso, si se añaden á esta carga los 10.000 kilogramos de peso muerto, se obtendrá un total de 20.000 kilogramos, que actuará en un solo lado y en todos los órganos del puente; es decir, que este peso es el mismo que resultaría al hacer la prueba con una carga en bruto de 40.000 kilogramos en tiempo de calma.

Se admite generalmente:

Que un viento moderado corre por segundo.....	2 metros.
Ídem íd. fresco ó brisa.....	6 »
Ídem íd. fresco más intenso, bueno para la navegación..	9 »
Ídem íd. que obliga á recoger las velas superiores.....	12 »
Ídem íd. muy fuerte.....	15 »
Ídem íd. impetuoso.....	20 »
Una gran tempestad.....	27 »
Un huracán.....	36 »
Un viento huracanado, capaz de derribar edificios.....	45 »

Así es que la seguridad del puente quedará siempre garantida, aun en los casos de tempestad más excepcionales.

Sin embargo, es cierto que el transbordador experimentará movimientos oscilatorios con vientos mucho más flojos que los que corren 36 metros por segundo; pero estos movimientos nada tienen de peligrosos, y son, por el contrario, mucho más suaves que los de los vehículos de mejores muelles. Por otra parte, la práctica nos proporcionará medios fáciles, que desde ahora podemos prever, para evitar por completo estas oscilaciones.

Movimiento.—Los aparatos de movimiento están representados en las figuras 42 y 43. Se componen de un piñón *A*, que engrana en la cremallera *D*, montada debajo del tablero, movido por un árbol de acero, *E*, puesto en movimiento por una rueda dentada, *B*.

Esta rueda está accionada por el piñón *C*, que recibe su movimiento de un árbol movido á su vez por otra rueda dentada, *F*, que engrana en el piñón *H*, cuyo eje rebasa el bastidor movable, en la que se monta una polea

de garganta, G , que recibe el cable teledinámico, movido desde el transbordador, tanto si en él instalamos el motor, como si aplicamos el sistema de aire comprimido.

Á reserva de aplicar en definitiva para el movimiento del transbordador el sistema que los adelantos aconsejen como más conveniente, se proyectó el procedimiento Mekarski por aire comprimido, del que daremos una ligera idea.

El aire comprimido, considerado como agente motor, es un fluido elástico, aplicable lo mismo que el vapor, con la sola diferencia de que el primero no puede trabajar más que á plena presión en el actual estado de la ciencia, y el último trabaja hasta por triples y cuádruples expansiones.

Los fenómenos que se verifican durante la compresión ó la acción directa del aire sobre un émbolo, por ejemplo, se dividen en dos categorías: los puramente mecánicos, y los dinámicos ó calóricos.

La ley de Mariotte es exacta, y permite apreciar los primeros cuando se trata del trabajo del aire á una misma temperatura. En esta hipótesis, un caballo de vapor produce

$$75 \times 3.600 = 275.000 \text{ kilográmetros por hora;}$$

un metro cúbico de aire comprimido á 100 atmósferas, produce

$$\frac{4.758.522}{270.000} = 17 \text{ caballos } 626,$$

ó sea que, un caballo de vapor, en una hora, comprimirá á 100 atmósferas

$$\frac{1}{17.624} = 0^{\text{m}3},566 \text{ de aire.}$$

Prescindiendo de fórmulas, el siguiente estado, debido á Mr. Lindelof, expresa el trabajo mecánico que puede producir el aire comprimido, y el trabajo necesario para comprimirlo.

TRABAJO DE 1^m DE AIRE COMPRIMIDO.

PRESIÓN en atmósferas.	Kilogrametros.	CABALLOS por hora.	UN CABALLO produce en una hora metros cúbicos.
1		0,000	
2	14.330	0,053	18,845
3	34.060	0,126	7,926
4	57.310	0,212	4,716
5	83.170	0,308	3,246
6	111.110	0,412	2,430
7	140.780	0,521	1,918
8	171.930	0,637	1,570
9	204.380	0,757	1,321
10	237.970	0,821	1,135
15	419.800	1,555	0,643
20	619.200	2,293	0,436
50	2.021.500	7,487	0,134
100	4.758.522	17,614	0,566

Los fenómenos dinámicos tienen grandísima importancia; pero no entraremos en el examen de las fórmulas que condensan la teoría de todos los empleos posibles del aire comprimido, problema perfectamente resuelto, ni al cálculo del trabajo que pueda desarrollar. Indicaremos sólo que el procedimiento Mekarski da buenos resultados económicos en todas sus aplicaciones, especialmente como agente motor, en Nantes, en donde se aplican desde 1878 motores de aire comprimido en la línea de tranvías de Vincennes á Ville-Evrard.

Este sistema consiste en emplear como fluido una mezcla de aire y de vapor de agua, no exclusivamente de aire frío y seco, como se hacía antiguamente. Trabajando el aire desciende su temperatura, y el vapor de agua, abandonándole su calórico latente, limita esta baja, que es la causa de una gran pérdida de potencia.

Prácticamente resulta que con un volumen determinado de aire comprimido á alta presión se dobla la potencia que puede producir sobre un organismo motor cualquiera, mezclándolo en el momento de obrar sobre los émbolos con una pequeña cantidad de vapor.

Por el procedimiento Mekarski se interpone entre los depósitos de aire y la maquinaria motriz: 1.º Un recalentador, que sirve para obtener el fluido motor en buenas condiciones. 2.º Un regulador, que tiene por objeto sostener la mezcla gaseosa en los cilindros motores á una misma presión automática

y constante, sea cual fuere la de los depósitos, y además poderla modificar á voluntad en función de las resistencias á vencer, ó de la velocidad que se desea obtener.

De las experiencias hechas resulta que la tracción por aire comprimido es actualmente un procedimiento económico. En Nantes se han obtenido resultados satisfactorios en un tranvía con rampas del 5 por 100, siendo sólo de 29 céntimos el coste por kilómetro recorrido.

La instalación debería componerse : 1.º De aparatos para producir el aire comprimido, almacenarlo y distribuirlo que se establecerían en uno de los pisos del pilar de Las Arenas. 2.º De un mecanismo motor montado en el bastidor transbordador, obrando directamente sobre el árbol de la polea motriz del bastidor movable.

Los aparatos fijos se compondrían de dos bombas de simple efecto, accionando cada una un compresor de aire, cuatro acumuladores capaces de almacenar el trabajo de las máquinas en los intervalos de toma de aire, durante una hora por ejemplo, y dos calderas, una de auxilio, con los accesorios necesarios para reparaciones. Los aparatos de carga se componen solamente de cuatro tubos: uno para el aire procedente de los compresores, otro para el aire de los acumuladores, y otros dos para la toma de vapor y agua caliente para el recalentador que se habría de establecer en el bastidor.

Este contendría, además, dos cajas de aire, una de repuesto, de plancha de acero, de 10 centímetros de espesor, debajo de los asientos. El recalentador de 200 litros de capacidad y el maquinista-conductor se colocarían en el emplazamiento señalado en el bastidor con la palabra *motor*, así como los cilindros y los órganos de movimiento, todo ello cubierto por una ligera marquesina de chapa.

Maniobrando el regulador puede el maquinista regular la admisión de aire y, por consiguiente, la presión de los depósitos. Por medio de una llave de distribución colocada en una tubería del regulador, se haría obrar el aire á una presión conveniente sobre los émbolos ó sobre los frenos; una sencilla maniobra permite parar casi instantáneamente el bastidor. Hay además una palanca para el cambio de marcha.

El bastidor se cargará de hora en hora con aire á la presión conveniente, y nada más fácil que organizar la toma de aire de un modo completamente sencillo.

Por otra parte, como por este procedimiento el maquinista no tiene calderas que alimentar ni fuegos que sostener, ni presión que vigilar, puede

fijar toda su atención en conducir prudencialmente su máquina; así es que un solo individuo basta para todo el servicio.

Con esta disposición se logra, con una pequeña fuerza ejercida en el cable de transmisión *T*, un movimiento de avance. Además se puede, en caso necesario, modificar la velocidad variando la relación de los engranajes, cuyas ruedas pueden sustituirse con gran facilidad. La maquinaria motriz se emplaza en el transbordador fuera de los paseos, á fin de no obstruir la plataforma.

En resumen: la máquina motriz puede ser lo mismo una máquina de vapor de reducidas dimensiones, como las de los torpederos, que una dinamo-eléctrica, ó bien la de aire comprimido que hemos descrito.

La velocidad media del bastidor transbordador puede ser la de dos metros ó de un metro por segundo, es decir, que se recorrería el trayecto de los 151,60 metros en unos dos minutos y medio. Si se considera el poco tiempo que se necesita para hacer este recorrido (unos cuatro minutos entre ida y vuelta) y la poca fuerza que se ha de desarrollar, se comprende que puede almacenarse bajo un pequeño volumen y poco peso la potencia necesaria para esta marcha, ya proceda del aire comprimido, de la electricidad ó del vapor.

Como hemos dicho en las consideraciones generales, el fondo de la ría del lado de Las Arenas está más elevado, hallándose la canal desviada hacia Portugalete; por consiguiente, los buques no pueden navegar en la proximidad del muelle de Las Arenas, y ésta es la margen indicada para la instalación de los acumuladores y para el amarre del transbordador en las horas de parada.

Si pudiera preverse que una falsa maniobra de un buque, estando el transbordador amarrado, pudiera embestirle y causar averías, bastaría para evitarlo amarrar á cada lado una gabarra.

Aunque no es éste el sistema adoptado en definitiva, no vacilamos en darlo á conocer, pues en determinadas condiciones pudiera ser el más aceptable.

CÁLCULO DE RESISTENCIAS.

Peso por metro lineal de tablero.

Pretilas —(separación entre montantes 2 ^m ,00).		
2 llantas de 600/9 × 1 ^m ,00 =	ks.	84
4 ángulos de 60/60, peso 10 ks. por m. . .		40
2 carriles de 9 k. por m. l.		18
2 hierros \square de 140/50, peso 15 k. por m. .		30
1 llanta sobre las \square h.º de 200/10.		15,600
1 montante de fundición de $\frac{50 \text{ ks.}}{2}$		25
1 chabeta cuadrada superior $\frac{8 \text{ ks.}}{2}$		4
1 ídem inferior redonda de 80 ^m / _m , longitud 0 ^m ,40, peso = $\frac{15 \text{ ks. } 6}{2}$		7,800
2 pasamanos acero de 38 ^m / _m , long. 6 ^m ,200, de peso $\frac{60 \text{ ks.}}{2}$ pernos comprendidos. . .		30,000
2 soportes, $\frac{40 \text{ ks.}}{2}$		20,000
Remaches, pernos y accesorios.		23,600
Total por metro lineal.	298,000	} ks. 596,000
Otro igual.	298,000	
1 vigueta cada 4 ^m , h.º de 200/100, de longitud = 8 ^m ,20, peso = 25 ks. por m. $\frac{205}{4}$		51,500
Contravientos, peso aproximado.		30,000
2 tableros-paseos, maderamen compuesto de 6 largueros pino 8/22.	ks. 73,000	} 100,000
Pretil, salvavidas de cuerda metálica.	» 27,000	
Peso permanente del tablero, sin la sobrecarga. . .		777,500

<i>Suma anterior.</i>	ks. 777,500
Cables parabólicos, varillas y accesorios, peso aproximado.	150,000
Peso permanente del tablero con la suspensión. . .	ks. 927,500
Peso permanente del bastidor transbordador y del mecanismo, que se detallan más adelante.	ks. 10.000
Sobrecarga de prueba del bastidor.	» 30.000
Total.	ks. 40.000
Peso que, con relación á los cables parabólicos, puede considerarse como uniformemente repartido para los efectos de la viga rígida: $\frac{40.000}{91}$ ks. de sobrecarga por m. l. =	
	439,500
Peso total: $P =$	ks. 1.367,000

Cálculo de la cuerda y de la flecha de la parábola.

Datos:

La distancia horizontal del punto de apoyo al centro del tramo: $D = 80^m,00$. (Fig. 44.)

El desnivel entre el punto inferior de la curva y el apoyo de los cables: $F = 17^m,00$.

La parte de tableros soportada por los cables oblicuos en uno de los pilares: $d' = 34^m,50$.

Resulta:

$$d = D - d' = 80,00 - 34,50 = 45^m,50.$$

El valor de f se halla por la fórmula

$$f = F \frac{d}{D + d'}$$

Sustituyendo valores, tendremos

$$f = 17,00 \frac{45,50}{80,00 + 34,50} = 6^m,74.$$

Tensión de los cables parabólicos.

Siendo $P = 1.367$ ks.
la semicuerda $d = 45^m,50$ (fig. 45),
y la flecha $f = 6^m,74$,

tendremos para la tensión horizontal T_o que se produce en el punto más bajo de la curva

$$T_o = \frac{P d^2}{2 f}.$$

Sustituyendo valores, resulta

$$T_o = \frac{1.367 \times 45,50^2}{2 \times 6,74} = 209.943 \text{ ks. (1).}$$

La tensión ó esfuerzo máximo T_m que se produce en el punto más alto de la parábola, que es la resultante de la tensión horizontal y de los pesos verticales transmitidos por las varillas de suspensión, tendrá por valor

$$T_m = \sqrt{209,943^2 + 1.367^2 \times 45,50^2} = 218.962 \text{ ks.}$$

y siendo ocho el número de cables, cuatro en cada cabeza, la tensión que les corresponde es

$$\frac{218.962}{8} = 27.370 \text{ ks.}$$

Si admitimos, como se acostumbra para el cálculo de los puentes colgantes, que el trabajo mecánico máximo, en las condiciones más desfavorables por la carga de prueba, no debe exceder de $1/4$ del que produce la rotura, el trabajo del metal puede llegar á 18,75 kilogramos. Por exceso de seguridad admitimos en nuestro caso tan sólo 16 kilogramos como coeficiente de trabajo para todos los cables de alambres de acero por tracción sin arrollamiento.

La sección de cada uno de los cables será

$$\frac{27.370}{16} = 1.710 \text{ m}^2,$$

que corresponde á 91 alambres de $18,79 \text{ m}^2$ de sección.

Las péndolas ó suspensiones de estos cables son de acero dulce, capaz de resistir 56 kilogramos por m^2 , con 18 por $\%$ de alargamiento. En la práctica, su trabajo, en las peores condiciones, no deberá exceder de $\frac{56}{4}$ por m^2 . Á pesar de esto, admitimos como coeficiente de seguridad solamente 12 kilogramos.

Su sección será

$$\frac{27.370}{12} = 2.280 \text{ m}^2$$

para ambos ramales, ó 1.140 m^2 para cada uno, espesor que corresponde á un diámetro de 38 m en el macizo de la varilla y 44 m en la rosca.

Tensión de los cables oblicuos.

La carga permanente que deben soportar estos cables es la del tablero.	ks. 927,500
Deduciendo el peso de los cables parabólicos y el de las varillas.	<u>150,000</u>
Restan.	ks. 777,500

En cifras redondas 800 kilogramos.

La separación de los puntos de amarre ó de aplicación de los cables oblicuos es de cuatro metros. La carga permanente que corresponde á cada uno es

$$\frac{800 \times 4}{2} = \dots \text{ ks. } 1.600,000$$

La sobrecarga máxima ó el momento de rotura tiene lugar cuando el transbordador con su carga de prueba se halla apoyado sobre los *diez y seis cables* de una misma cabeza, ó sean

$$\frac{40.000}{16} = \dots \text{ ks. } \underline{2.500,000}$$

Carga máxima que obra verticalmente. . . . (2) ks. 4.100,000

La tensión de los cables oblicuos se verifica en distintas direcciones según ciertos ángulos, cuyos valores son:

18°	para el más próximo al pilar.	
29°30'	» el	2.°
38°	» el	3.°
45°	» el	4.°
51°	» el	5.°
55°30'	» el	6.°
59°	» el	7.°
62°30'	» el	8.°

El esfuerzo máximo que deberán ejercer es:

$$\begin{aligned} \text{El } 1.^\circ & \frac{4.100}{\cos. 18^\circ} = 4.311 \text{ ks.} \\ \text{» } 2.^\circ & \frac{4.100}{\cos. 29^\circ 30'} = 4.711 \text{ »} \\ \text{» } 3.^\circ & \frac{4.100}{\cos. 38^\circ} = 5.203 \text{ »} \\ \text{» } 4.^\circ & \frac{4.100}{\cos. 45^\circ} = 5.798 \text{ »} \\ \text{» } 5.^\circ & \frac{4.100}{\cos. 51^\circ} = 6.515 \text{ »} \\ \text{» } 6.^\circ & \frac{4.100}{\cos. 55^\circ 30'} = 7.238 \text{ »} \\ \text{» } 7.^\circ & \frac{4.100}{\cos. 59^\circ} = 7.961 \text{ »} \\ \text{» } 8.^\circ & \frac{4.100}{\cos. 62^\circ 30'} = 8.880 \text{ »} \end{aligned}$$

Admitiendo un trabajo de 16 kilogramos por m^2 para la parte de acero y de 12 kilogramos para las péndolas de acero dulce, lo mismo que los cables parabólicos, la sección necesaria á cada pieza será:

$$\begin{aligned} \frac{4.311}{16} & = 269 \text{ m}^2 \text{ para el cable } 1.^\circ, \text{ y } \frac{4.311}{12 \times 2} = 179 \text{ m}^2 \text{ por cada rama.} \\ \frac{4.711}{16} & = 294 \text{ » } \text{ » } \text{ } 2.^\circ, \text{ y } \frac{4.711}{12 \times 2} = 196 \text{ » } \text{ »} \\ \frac{5.203}{16} & = 325 \text{ » } \text{ » } \text{ } 3.^\circ, \text{ y } \frac{5.203}{12 \times 2} = 216 \text{ » } \text{ »} \end{aligned}$$

$\frac{5.798}{16} = 362$	»	»	4.º, y $\frac{5.798}{12 \times 2} = 241$	»	»
$\frac{6.515}{16} = 407$	»	»	5.º, y $\frac{6.515}{12 \times 2} = 271$	»	»
$\frac{7.238}{16} = 452$	»	»	6.º, y $\frac{7.238}{12 \times 2} = 301$	»	»
$\frac{7.961}{16} = 497$	»	»	7.º, y $\frac{7.961}{12 \times 2} = 331$	»	»
$\frac{8.880}{16} = 555$	»	»	8.º, y $\frac{8.880}{12 \times 2} = 370$	»	»

Componente horizontal desarrollada por los cables oblicuos.

La tensión de los cables oblicuos ejercida en diferentes direcciones, hace trabajar por tracción la parte del larguero que enlaza los cables oblicuos de la margen opuesta.

Su componente horizontal alcanza al máximo cuando el bastidor transbordador descansa completamente sobre los cables oblicuos, y á medida que el bastidor avanza separándose de uno de los pilares, su peso se reparte en todos ellos.

Los ángulos de inclinación de los cables oblicuos son, respectivamente, de 18º, 29º30', 38º, 45º, 51º, 55º30', 59º, 62º30', y la carga que experimentan, hallada anteriormente, es de 4.100 kilogramos. En esta hipótesis tenemos:

Para el 1.º, partiendo del pilar,	$4.100 \times \text{tg. } 18^\circ$	=	1.332 ks.
» 2.º	» $4.100 \times \text{tg. } 29^\circ 30'$	=	2.319 »
» 3.º	» $4.100 \times \text{tg. } 38^\circ$	=	3.202 »
» 4.º	» $4.100 \times \text{tg. } 45^\circ$	=	4.100 »
» 5.º	» $4.100 \times \text{tg. } 51^\circ$	=	5.062 »
» 6.º	» $4.100 \times \text{tg. } 55^\circ 30'$	=	5.965 »
» 7.º	» $4.100 \times \text{tg. } 59^\circ$	=	6.823 »
» 8.º	» $4.100 \times \text{tg. } 62^\circ 30'$	=	7.875 »

(3) Total. . . . 36.678 ks.

Siendo el peso por metro del larguero que soporta esta tensión

por las llantas. 84 ks.

por los ángulos. 40 »

en junto. 124 ks.

resulta la sección que se busca de

$$\frac{124}{7.800} = 15.897 \text{ m}^2 \quad (4).$$

El trabajo por tracción no excede, pues, de

$$\frac{36.678}{15.897} = 2,30 \text{ ks. por m}^2$$

Pero cuando el transbordador se halla en una de las orillas, los cables oblicuos opuestos no resisten más que la carga permanente, y entonces la componente horizontal que resulta es insuficiente para equilibrar ó contrarrestar la producida por la carga permanente y la sobrecarga.

La carga permanente es de 1.600 kilogramos por cada cable, y los esfuerzos desarrollados horizontalmente son:

Para el cable	1.º	$1.600 \times \text{tg. } 18^\circ$	=	519 ks.
»	»	$2.º \ 1.600 \times \text{tg. } 29^\circ 30'$	=	905 »
»	»	$3.º \ 1.600 \times \text{tg. } 38^\circ$	=	1.249 »
»	»	$4.º \ 1.600 \times \text{tg. } 45^\circ$	=	1.600 »
»	»	$5.º \ 1.600 \times \text{tg. } 51^\circ$	=	1.975 »
»	»	$6.º \ 1.600 \times \text{tg. } 55^\circ 30'$	=	2.328 »
»	»	$7.º \ 1.600 \times \text{tg. } 59^\circ$	=	2.662 »
»	»	$8.º \ 1.600 \times \text{tg. } 62^\circ 30'$	=	3.073 »
(5)	Total.			14.311 ks.

La diferencia entre esta suma de esfuerzos y la (3) es

$$36.678 - 14.311 = 22.367 \text{ ks.} \quad (6)$$

Y para que esta diferencia no obre sobre la pila haciéndola trabajar por flexión, la cabeza de cada larguero se fija por medio de dos cables (fig. 26) amarrados en los fiadores, los cuales contrarrestan el citado esfuerzo. Estos cables forman un ángulo de 25° con la horizontal. Su tensión es de

$$\frac{22.367}{2 \times \cos. 25^\circ} = 12.339 \text{ ks.,}$$

y para que su trabajo no exceda de 16 kilogramos por m² necesitan tener una sección de

$$\frac{12.339}{16} = 771 \text{ m}^2,$$

que corresponde á 37 alambres de 20,83 m² cada uno.

Las suspensiones de acero que apoyan los largueros tendrán

$$\frac{12.339}{12 \times 2 \times 2} = 257 \text{ m/m}^2 \text{ de sección,}$$

que corresponde á 22 m/m de diámetro en el cuerpo de la varilla.

Los tirantes extremos

$$\frac{12.339}{12 \times 4 \times 2} = 128 \text{ m/m}^2,$$

ó sean 17 m/m de diámetro en el cuerpo de la varilla.

Barrotes de suspensión.

El trabajo máximo de las varillas ó barrotes de suspensión tiene lugar en el momento en que pasa el transbordador con la sobrecarga.

En este caso, la carga permanente que gravita sobre cuatro barrotes es de 777 kilogramos por metro. En dos metros será de

$$777 \times 2 = 1.554 \text{ ks.}$$

sobrecarga del transbordador = 40.000 kilogramos repartidos

entre 14 apoyos (*). 2.857 »

En junto. 4.411 ks.

Y para cada uno de los cuatro barrotes. 1.103 ks.

Estas piezas se construirán de hierro forjado, trabajando á razón de seis kilogramos por m/m² de sección útil. Esta será

$$\frac{1.103}{6} = 184 \text{ m/m}^2,$$

que corresponde á 16 m/m de diámetro en el fondo de la rosca, ó 20 m/m en el cuerpo de la varilla.

Suspensión del transbordador.

Las cuerdas de alambres de acero que sostienen el transbordador son en número de 14. Su carga máxima es

(*) En esta hipótesis no tenemos en cuenta que la repartición de cargas se verifica constantemente en un mayor número de barrotes.

$$\frac{40.000}{14} = 2.857 \text{ ks.}$$

Trabajando á razón de 16 kilogramos por m^2 , les corresponde una sección de

$$\frac{2.857}{16} = 178 \text{ m}^2$$

equivalentes á 19 alambres núm. 18.

Cálculo de los cables de retención de la suspensión.

El objeto de estos cables es evitar que el bastidor situado en los vértices de los pilares ruede hacia adelante al hallarse solicitado por la tensión de los parabólicos y los oblicuos en ellos amarrados. Esta acción tiene por potencia la componente horizontal de las diversas tensiones que obran simultáneamente cuando entra en funciones el bastidor.

Hemos hallado anteriormente (1) que la tensión horizontal de los cables parabólicos con sobrecarga era de 209.943 kilogramos, y que la suma de las componentes horizontales de los cables oblicuos, sin sobrecarga (5), era de

$$14.311 \times 2 = 28.622;$$

la tensión total es, por consiguiente,

$$209.943 + 28.622 = 238.565 \text{ ks.}$$

Como el ángulo de inclinación de los cables de retención es de 33° , la tensión resultante será

$$\frac{238.565}{\cos. 33^\circ} = 284.480 \text{ ks.}$$

Siendo estos cables en número de 10, cinco en cada cabeza, y debiendo trabajar 16 kilogramos por m^2 , dado el material de que se componen, la sección útil de cada uno será

$$\frac{284.480}{16} = 1.777 \text{ m}^2,$$

que corresponden á 91 alambres de 19 m^2 , 52 de sección.

Las péndolas de acero bifurcadas en que terminan los cables en su unión

con la chabeta de reunión general, deben trabajar á 12 kilogramos por m^2 . La sección práctica de cada ramal será

$$\frac{284.480}{10 \times 2 \times 12} = 1.185 \text{ m/m}^2,$$

equivalentes á un diámetro de 39 m/m en la rosca, y en el cuerpo de la barra 44 m/m .

Los tirantes de acero dulce que completan estos cables en su empotramiento en los macizos de mampostería que constituyen los fiadores son en número de cuatro, y para que trabajen á 12 kilogramos, la sección útil de cada uno ha de ser de

$$\frac{284.480}{10 \times 4 \times 12} = 592 \text{ m/m},$$

que corresponden á un diámetro de 28 m/m en el fondo de la rosca, y 33 en el cuerpo de la varilla.

Pilares.

Los pilares deben resistir dos clases de esfuerzos:

1.º Uno de compresión vertical, producido por la carga y la sobrecarga del tablero. Este esfuerzo, que podríamos llamar estático, tiene sensiblemente por valor el doble del peso del tablero y su sobrecarga, aumentando del vértice á la base con el peso propio del pilar.

2.º Otro esfuerzo transversal, que puede llamarse dinámico, debido á la acción de los vientos, cuya componente vertical, resultante de la tensión de los contravientos que se oponen al giro del puente, se añade al esfuerzo de compresión antes citado.

La disposición que adoptamos para el carro de expansión situado en los vértices mantiene en equilibrio perfecto todo el sistema en sentido longitudinal.

Teniendo en cuenta los contravientos transversales del tablero y la pequeña superficie que ofrece la suspensión comparada con la del tablero, podemos admitir que el punto de aplicación del esfuerzo del viento sobre el tablero y el mecanismo de la suspensión se verifica al nivel ó altura de aquél, y que este esfuerzo es despreciable en los vértices ó cúspides de los pilares.

Para contrarrestar la tendencia á girar del puente, los vientos transversales deben fijarse precisamente á la altura del tablero.

Admitiendo que la velocidad del viento durante los mayores huracanes alcanza 45 metros por segundo, la presión P por metro cuadrado será:

$$P = 0,135 V^2 = 273,375 \text{ ks.}$$

ó sean 275 kilogramos para todas las superficies que puedan recibirlo directamente (*).

En estas condiciones, el esfuerzo estático de compresión que experimenta el vértice de cada uno de los pilares es igual á:

1.º Por la carga permanente

$$\frac{927,5 \times 166}{2} = \dots\dots\dots 76.982 \text{ ks.}$$

2.º Por la carga adicional, considerando que el transbordador en estas circunstancias excepcionales se halla apoyado en una de las orillas (**).. 40.000 »

(7) En junto. 116.982 ks.

Para averiguar el esfuerzo dinámico producido por la presión del viento, debemos calcular la superficie de las piezas que le oponen resistencia,

En el tablero esta superficie se halla representada por:

	m ² .	
Parte superior.	0,150 × 1,00 = 0,150	}
Parte inferior.	0,600 × 1,00 = 0,600	
Montantes de pretilas y pasamanos.	= 0,205	
Largueros de paseos.	0,08 × 1,00 = 0,080	
Cables, varillas, vignetitas, etc.	= 0,165	
		1m ² ,200

La presión por metro lineal de tablero es de

$$1,200 \times 275 = 330 \text{ ks.,}$$

y en cada mitad de tramo

$$83 \times 330 = \dots\dots\dots 27.390 \text{ ks.}$$

(*) El Comité nombrado por el Gobierno inglés á raíz de la catástrofe del puente *Dundee* en el golfo de la *Tay*, admitió en sus conclusiones que la máxima presión del viento que debe tenerse en cuenta en los cálculos de las obras metálicas es de 273 kilogramos, 43 por metro cuadrado. Nosotros admitimos de 250 á 280 kilogramos, según los casos.

(**) Esta hipótesis produce un peso algo mayor que el de la realidad. La componente vertical de la tensión del cable de retención de la viga no debe tenerse en cuenta, toda vez que es menor que el peso de 40.000 kilogramos y que su efecto no es simultáneo con el previsto.

Suma anterior. 27.390 ks.

La superficie que opone el bastidor transbordador situado en una orilla es:

Superficie del bastidor movable debajo del tablero.

Un larguero h.º I de $150 \times 25,00 =$	3,75	}	4,00
Péndolas de suspensión y chapas de rodillos =	0,25		

<i>Péndolas, cables y placas de unión del bastidor movable con el transbordador.</i>	6,00
--	------

Bastidor transbordador.

Parte superior : $0,100 \times 10,00 =$	1,00	}	9,72
Larguero inferior: $0,250 \times 10,00 =$	2,50		
Montantes \square del pretil.	1,22		
Cruz de San Andrés.	1,80		
Larguero del paseo.	1,20		
Asiento y cubierta.	2,00		

Suma m².	19,72
--------------------	-------

á razón de 275 kilogramos por metro cuadrado..	5.423 ks.
--	-----------

En junto.	32.813 ks.
-------------------	------------

de presión total á la altura del tablero.

La superficie media de las piezas que componen uno de los frentes de los pilares, expuesta á la acción de los vientos, puede evaluarse en:

1.º 2 aristones de ángulo (término medio) $62 \times 0,20 =$ m²	24,80
2.º 17 traviesas horizontales (id.) $4 \times 0,10 =$ »	6,80
3.º 36 riostras (id.) $5 \times 0,10 =$ »	18,00
4.º 1 bastidor de expansión en el vértice.	0,80

En junto. m²	50,40
----------------------	-------

á 275 kilogramos por metro.	ks. 13.860
-------------------------------------	------------

Es preciso que los vientos transversales amarrados en los pilares á 43,70

metros sobre el suelo, puedan oponerse por sí solos al giro del puente. Como la altura total de un pilar es de 62,00 metros sobre los muelles, y el tablero está á 43,50 metros, el momento de giro tiene por valor, en el punto de aplicación de los vientos,

$$\frac{32.813 \times 43,50}{43,70} + \frac{13.860 \times 62}{2 \times 43,70} = 42.494 \text{ ks.}$$

resultado que determina el valor del empuje ó componente horizontal en el punto de unión de los vientos con el tablero.

La tensión de estos vientos en el citado punto está representada por

$$\frac{42.494}{\text{sen. } 45^\circ} = 60.096 \text{ ks.},$$

toda vez que el ángulo es de 45°, que se igualan las dos componentes y que la compresión vertical es de 42.494 ks.

Desde el vértice al punto de unión de los vientos la compresión es sólo la producida por el esfuerzo que hemos llamado estático, y vale, como hemos visto,

$$116.982 \text{ ks.};$$

pero desde este punto hasta la base del pilar se suman ambos esfuerzos, produciendo uno de compresión de

$$116.982 + 42.494 = 159.476 \text{ ks.},$$

sin contar el peso propio.

Para evitar detalles de construcción minuciosos con motivo del aumento de secciones que corresponderían á los hierros todos que componen cada pila en función de esos esfuerzos sucesivamente mayores desde el vértice á la base, adoptamos solamente tres secciones:

1.^a La superior, de 18,40 metros de altura, desde el vértice al nivel del tablero, con aristones angulares formados por escuadras de 150/150/18, de 40 kilogramos por metro, enlazadas por medio de llantas horizontales de 80/40 en forma de \square , que pesan ocho kilogramos por metro, y por riostras verticales de 80/40, también de igual sección y del mismo peso.

El peso de esta sección resulta, para un pilar, de 7.200 kilogramos; la carga que ha de soportar en su parte inferior no pasa de

$$116.982 + 7.200 = 124.182 \text{ ks.},$$

peso que soportan cuatro aristones ó pies derechos, que pesan en junto 160 kilogramos por metro lineal, con una sección de

$$\frac{160}{7.800} = 20.512 \text{ m/m}^2.$$

El trabajo de compresión máximo sobre los mismos es de

$$\frac{124.182}{20.512} = 6 \text{ ks. por m/m}^2.$$

2.^a El segundo cuerpo ó sección arranca del punto de aplicación de los vientos longitudinales, y termina en la arcada intermedia á 17 metros de altura. Sostiene su propio peso, y además todo el de la primera sección, aumentado de 42.494 kilogramos, que ejercen por tracción los contravientos.

Siendo el peso propio de esta sección 8.100 kilogramos, tendremos

$$8.100 + 124.182 + 42.494 = 174.776 \text{ ks.}$$

Los aristones de que se componen estos cuerpos centrales se forman con ángulos de 150/150/27, dobleces comprendidos, de 64 kilogramos por metro, con una sección de

$$\frac{256}{7.800} = 32.820 \text{ m/m}^2.$$

El metal trabaja á

$$\frac{174.776}{32.820} = 5,3 \text{ ks. por m/m}^2.$$

3.^a El último cuerpo que principia en la 2.^a arcada y acaba sobre el macizo de fundaciones, debajo del suelo ó firme de los muelles, sostiene el peso de las partes superiores más su peso propio = 1.500 kilogramos: en junto 189.776 kilogramos.

Los ocho aristones se forman también con ángulos de 150/150/29, que pesan 75 kilogramos por metro. Su sección es

$$\frac{300}{7.800} = 38.461 \text{ m/m}^2.$$

Y el trabajo máximo

$$\frac{189.776}{38.461} = 4,9 \text{ ks., por m/m}^2 (*).$$

(*) El trabajo de cada pilar decrece del vértice á la base para aumentar el coeficiente de seguridad de la obra; por ello el trabajo de los aristones será inferior al calculado, toda vez que el arriostrado produce rigidez contra los esfuerzos de flexión y contra el aplastamiento por compresión.

El arriostrado de los pies de los pilares hasta el nivel de la primera arcada, equivale á un aumento de sección más que suficiente para soportar el peso de la máquina en el supuesto de que se instalara el motor en la citada arcada.

Considerando el trabajo de los pilares por compresión directa, ya hemos visto que no pasaba de 6 ks. por m^2 .

Considerando cada pilar como pieza larga articulada por sus extremos, distantes 62 metros uno de otro, aplicando la fórmula de Euler,

$$\text{Rotura} = \frac{\pi^2 E I}{L^2},$$

resultaría una carga de rotura diez veces mayor que la que debe soportar el puente en las peores condiciones, lo cual demuestra que bajo todos conceptos se halla asegurado el equilibrio interior de los pilares.

Teniendo en cuenta que la componente vertical que hemos hallado para peso total que ha de soportar cada pilar debería multiplicarse por $\frac{1}{\cos. Z (*)}$, la carga real en la dirección del eje sería $1/150$ mayor que la encontrada anteriormente; aumento despreciable, puesto que los coeficientes de trabajo se mantienen dentro de límites perfectamente aceptables y que las dimensiones fijadas son perfectamente prácticas.

Cimientos.

Los macizos de mampostería que reciben y soportan la presión de los pilares metálicos son en número de cuatro. Á cada uno le corresponde la siguiente carga:

$$\frac{189.776}{4} = 47.444 \text{ ks.}$$

Para no pasar de una carga de cuatro kilogramos por m^2 estos pilares de obra han de tener, por lo menos, $1,18 \text{ m}^2$ de superficie; y siendo las dimensiones acotadas en los dibujos

$$1,20 \times 1,20 = 1,44 \text{ m}^2,$$

el trabajo por centímetro cuadrado es sólo de 3,29 kilogramos.

Además, cada arístón de los que componen las pilas llevará una zapata en su extremidad inferior, de hierro colado, de

$$0^{\text{m}},50 \times 0^{\text{m}},50 = 2.500 \text{ } \text{m}^2$$

de superficie, asegurada por medio de cuatro tornillos de 50 milímetros de

(*) Angulo de inclinación que forman los aristonos con la vertical.

diámetro, que apoyan sus cabezas en placas colocadas en el asiento de la fundación. Cada zapata descansa en un cubo de sillería de un metro, de modo que su eje corresponda con el de la zapata y el del aristón. El trabajo de esta sillería no pasará de 15 kilogramos por m^2 .

Estos sillares transmiten su carga á las mamposterías que forman el cuerpo de la fundación. Entre las zapatas y los sillares se interponen planchas de

$$3^{\text{m}},00 \times 0^{\text{m}},50 \times 0^{\text{m}},015,$$

que van de una á otra zapata, con agujeros por donde pasan los pernos, al objeto de asegurar la solidaridad de los aristones é impedir toda dislocación. Estas planchas se recubrirán con un macizo de fábrica para impedir la acción corrosiva de la humedad.

Tensión de los vientos transversales.

Anteriormente hemos calculado estas tensiones: su valor es 60.096 kilogramos; y siendo estos vientos en número de dos, trabajando el acero dulce que los compone á razón de 16 kilogramos por m^2 , su sección será

$$\frac{60.096}{2 \times 16} = 1.878 \text{ m}^2,$$

correspondiente á 127 hilos de $14,78 \text{ m}^2$ de sección.

Los estribos en que terminan los cables deben trabajar á 12 kilogramos por m^2 . Su sección será

$$\frac{60.096}{2 \times 2 \times 12} = 1.252 \text{ m}^2,$$

que corresponden á un diámetro de 40 m en el alma de la rosca y de 46 m en el cuerpo del barrote.

Contravientos horizontales del tablero.

Tiene por objeto este arriostrado contrarrestar los empujes del viento en sentido transversal al eje del puente, evitando su deformación horizontal: los pretiles y los cables oblicuos se oponen por su parte á las deformaciones verticales.

En los cálculos de estabilidad de los pilares (3) hemos encontrado que la

superficie del tablero expuesta á la acción de los vientos era de $1^m,20$ por metro lineal.

Tomando por base ahora, como anteriormente, la presión de 275 kilogramos por m^2 como esfuerzo máximo durante los temporales más impetuosos, la fuerza que obligaría á todo el sistema á moverse lateralmente en uno ú otro sentido, según fuere la dirección de los vientos, sería

$$\frac{156,50 \times 1,20 \times 275}{2} = 25.822 \text{ ks.};$$

y añadiendo la superficie que también opone el bastidor movable,

$$\frac{4,00 \times 275}{2} = 550 \text{ ks.},$$

resulta un total de

$$25,822 + 550 = 26,372 \text{ ks.}$$

Admitiendo que en la práctica las resistencias pasivas de todos los ensamblajes y del peso propio del tablero podrán vencer la cuarta parte del esfuerzo calculado para el viento, restan para los contravientos

$$\frac{26.372 \times 3}{4} = 19.779 \text{ ks.}$$

Las piezas que deben contrarrestar este esfuerzo trabajan bajo un ángulo de 45° y han de resistir, por consiguiente,

$$\frac{19.779}{\cos. 45^\circ} = 27.971 \text{ ks.}$$

Como serán de acero dulce, cuyo trabajo admisible es de 12 kilogramos por m^2 , les corresponde una sección de

$$\frac{27.971}{12} = 2.331 \text{ m}^2.$$

Para compensar las deficiencias por uniones y taladros, se puede aumentar algo la sección y adoptar llantas de 140/18 en las cabezas del tramo.

La sección peligrosa del tramo para los efectos del viento se halla cerca de los apoyos ó pilares, y decrece hacia el centro. Esas llantas de la triangulación horizontal pueden ser de dimensiones variables, según sea la distancia á que se hallan de las cabezas del puente.

Fijamos á la 1. ^a triangulación llantas de 140/18				
»	2. ^a	»	»	140/16
»	3. ^a	»	»	140/14
»	4. ^a	»	»	140/12
»	5. ^a	»	»	140/10
»	6. ^a	»	»	140/ 9
»	7. ^a	»	»	140/ 8
»	8. ^a	»	»	140/ 7
»	9. ^a	»	»	140/ 6

Fiaadores de los cables de suspensión.

Los macizos de obra de la suspensión tienen por objeto resistir la máxima tensión de los cables parabólicos y oblicuos.

Esta tensión puede descomponerse en dos fuerzas:

1.^a La componente horizontal de los cables parabólicos y oblicuos, que tiende á hacer rodar el macizo de obra alrededor de su base arrastrándolo hacia adelante.

Por lo que se refiere á los cables parabólicos, la componente horizontal hallada anteriormente (1) es de. 209.943 ks.

Para los cables oblicuos, la suma de las componentes horizontales de la tensión que experimentan bajo la acción de la carga permanente, suponiendo al transbordador aplicado ó descansando en esa parte parabólica, es (5):

$$14.311 \times 2. \underline{28,622 \text{ ks.}}$$

$$\text{En junto} 238.565 \text{ ks.}$$

Admitiendo que el macizo puede resbalar ó deslizarse sobre su base y que el coeficiente de resbalamiento sea de 0,76, tendremos:

$$\frac{238,565}{0,76} = 313,901 \text{ ks.}$$

2.^a La componente vertical que tiende á arrancar ó á arrastrar el macizo obra bajo un ángulo de 57°, que es el que corresponde á la inflexión de los cables. Su valor es:

$$(209,943 + 28,622) \cos. 57^\circ = 129,922 \text{ ks.}$$

Este macizo tiene por objeto además equilibrar la tensión producida por la viga cuando trabaja, esto es, la tensión transmitida por los cables de retención.

Esta tensión, que calcularemos más adelante, es de 7,300 kilogramos (8) para cada cable. Son, pues, 14.600 kilogramos bajo un ángulo de 61°. El esfuerzo para el resbalamiento es

$$\frac{7,300 \times 2}{0,76} = 19,210 \text{ ks.},$$

y al levantamiento,

$$7,300 \times 2 \times \cos. 61^\circ = 7,078 \text{ ks.}$$

El peso mínimo del macizo debe ser, pues, de

$$313,901 + 129,922 + 19,210 + 7,078 \text{ ks.} = 470.111 \text{ ks.},$$

para que pueda resistir á estos diferentes y simultáneos esfuerzos.

Como la densidad del metro cúbico de mampostería es de 2,200 kilogramos, se necesitará un cubo mínimo de

$$\frac{470,111}{2,200} = 213^{\text{m}^3}, 686.$$

Las cotas que fijamos en los dibujos correspondientes demuestran que el cubo proyectado es superior al que se necesita, puesto que llega á 231 m³, comprendiendo la sillería.

Justificación de la estabilidad de los fiadores de los cables de suspensión.

Cada serie de cuatro cables se fija en los prismas trapezoidales de mampostería que acabamos de calcular, enterrados á flor de tierra, de base rectangular, cuyo volumen es 231 m³, que, multiplicados por la densidad del metro cúbico, 2.200 kilogramos, dan un peso de 508.200 kilogramos.

Estos macizos se arman de tal manera, con tirantes y vigas de hierro, que cada uno constituye un monolito.

La disposición de las diversas fuerzas que obran en estos macizos se manifiesta en la figura 42.

Siendo el coeficiente de resbalamiento de la mampostería que forma los

macizos, contra el fondo de la fundación, de 0,76, la resistencia que el rozamiento opone al movimiento viene representada por

$$386.232 \text{ ks.} \times 0,76 = 508.200 \text{ ks.}$$

Como la componente horizontal del máximo esfuerzo de los cables de retención es sólo de 209.943 kilogramos, es evidente que estamos á cubierto de todo resbalamiento.

Esto mismo se nota en la figura trazada á escala; la resultante de las dos fuerzas que solicitan el macizo corta el plano de asiento según un ángulo de 65°.

Para que hubiese resbalamiento sería preciso que este ángulo fuese de 37°15', que es el ángulo de rozamiento correspondiente al coeficiente 0,76 que hemos admitido.

El diagrama demuestra, pues, que el macizo no puede girar alrededor de ninguna de sus aristas, puesto que la resultante de las dos fuerzas que le solicitan corta la base de asiento.

Sería menester, para terminar, justificar que la presión máxima que se produce en el asiento no pasa del límite práctico que el terreno y la mampostería pueden soportar con seguridad.

La resultante de las dos fuerzas que solicitan el monolito vale 350.000 kilogramos, y corta á la base de sustentación á una distancia de su centro de gravedad igual á 1^m,57.

La componente vertical de esta resultante es tan sólo la que interesa para el cálculo de la presión normal; su valor es 320.000 kilogramos.

Según Mr. Bresse, el coeficiente por el cual hay que multiplicar la presión media en la base para obtener la presión máxima, que en nuestro caso se produce en la arista Z, es:

$$\frac{4}{3} \times \frac{1}{1-n},$$

siendo n la relación entre la distancia del punto de aplicación de la presión al centro de gravedad del rectángulo (1^m,30), y el semilado ó distancia entre el mismo centro de gravedad y la arista Z (5^m,50). De modo que

$$n = \frac{1,30}{5,50} = 0,24.$$

Así, pues,

$$\frac{4}{3} \times \frac{1}{1-n} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{1-0,24} = 1,74.$$

La presión en la arista Z será 1,74 veces mayor que si la fuerza obrase en el centro de gravedad del asiento. La presión media será:

$$\frac{320,000}{3 \times 11} = 9.696 \text{ ks.},$$

y la presión máxima en la arista Z

$$9.696 \times 1,74 = 16.871 \text{ ks.}$$

por metro cuadrado, ó 1,68 kilogramos por centímetro; presión perfectamente aceptable en la práctica si de los sondeos que se verifiquen en el lugar del emplazamiento de los fiadores resulta que la resistencia del terreno es superior al límite calculado.

Fiadores para la estabilidad transversal del puente.

En el cálculo de los pilares hemos encontrado que la componente horizontal en el punto de unión de los vientos con el tablero era de 42.494 kilogramos.

Siendo el coeficiente de resbalamiento del macizo sobre su base de 0,76, para equilibrar aquella componente necesitaremos

$$\frac{42,494}{0,76} = 55.913 \text{ ks.}$$

El esfuerzo vertical que tiende á levantar el macizo actúa bajo un ángulo de 45° y tiene por valor

$$42,494 \times \cos. 45^\circ = 30.047 \text{ ks.}$$

El peso mínimo de este macizo será, pues,

$$55.913 + 30.047 = 85.960 \text{ ks.};$$

y siendo la densidad del metro cúbico 2.200, el volumen habrá de ser

$$\frac{85.960}{2.200} = 39^{\text{m}^3},000.$$

En los detalles correspondientes fijamos á estos macizos

$$6,00 \times 4,00 \times 1,80 = 43^{\text{m}^3},200,$$

para colocarnos prudentemente en la mejores condiciones.

Viga armada.

El arriostrado que constituye el pretil, ó, mejor dicho, una viga rígida, se proyectó de conformidad con las disposiciones de conjunto y de detalle y con la teoría del conocido sistema *Arnoldin*. Los cálculos siguientes se fundan en la dicha teoría.

Las dos vigas rígidas, una en cada cabeza del tablero, deben resistir el peso propio y el adicional ó de prueba del bastidor movable: en junto 40.000 kilogramos, y 20.000 para cada viga.

Para evitar que los pilares trabajen de otro modo que el previsto, más claro, para conseguir que trabajen constantemente por compresión, las reacciones necesarias al debido funcionamiento de esas vigas se toman de los macizos fiadores por la mediación de los cables de retención.

Recordando, por otra parte, que la longitud del bastidor movable es de 24 metros, con montantes espaciados de dos en dos metros, resulta que la longitud del bastidor corresponde á 12 varillas.

La misión de la viga rígida es repartir la presión en toda la longitud de la parte parabólica. Una vez satisfecha esta condición, las 44 varillas de un mismo lado se reparten los 20.000 kilogramos á soportar, y en esta hipótesis sostiene cada una

$$\frac{20,000}{44} = 450 \text{ ks. de carga.}$$

Las 12 varillas correspondientes á la longitud del bastidor soportan

$$450 \times 12 = 5.401 \text{ ks.}$$

El esfuerzo de deformación que la rigidez de la viga debe contrarrestar es de

$$20.000 - 5.400 = 14.600 \text{ ks.}$$

En estas condiciones la tracción de los tirantes AB , $A'B'$ (fig. 47), inclinados á 45° , tiene por valor

$$\frac{7.300}{\cos. 45^\circ} = 10.323 \text{ ks.}$$

La tracción sobre la parte inferior BB' , y sobre las superiores MA y $A'M'$, es igual á

$$7.300 \times \text{tg. } 45^\circ = 7.300 \text{ ks. (8).}$$

En fin, la compresión vertical sobre los montantes $A C$ y $A' C'$ es, asimismo, de 7.300 kilogramos.

Los pasamanos arrancan del vértice, transmitiendo sus esfuerzos á los sucesivos, con la misma intensidad, de cuadro á cuadro, hasta la otra extremidad de la viga, que descansa sobre el otro pilar.

Todos los elementos de que se compone esta viga deberán, pues, poder resistir los esfuerzos que hemos determinado.

Estando amarrados los cables de retención á estos largueros invariables y á los fiadores, resulta evidente que éstos deberán soportar y equilibrar las componentes debidas á los esfuerzos calculados.

Estos cables y los macizos de fábrica se establecen con el objeto de vencer los efectos de la desigualdad de las componentes horizontales de la tensión de los cables oblicuos, desigualdad que alcanza 22,367 kilogramos. Á este fin les hemos señalado una sección más que suficiente para hacer reacción á la viga rígida, obrando simultáneamente sobre los anexos de retención por la desigualdad de las componentes horizontales.

La tensión de los tirantes es de 10,323 kilogramos, y, por lo tanto, para que el metal de que se componen trabaje á lo sumo á 12 kilogramos por m^2 de sección útil, deberán tener

$$\frac{10,323}{12} = 860 \text{ m}^2$$

de sección, ó bien 33 m de diámetro en el alma de las roscas, y 38 en el cuerpo de la varilla.

La parte inferior de la viga se halla formada por el larguero que soporta los carriles, cuya sección es

$$15,897 \text{ m}^2 (9),$$

trabajando tan sólo 0,45 kilogramos.

La parte superior está formada por dos] [de 15 kilogramos por metro. Su sección es

$$\frac{15 \times 2}{7,800} = 3,846 \text{ m}^2.$$

Deduciendo 960 m^2 por huecos ó taladros, restan de sección útil 2886 m^2 , sometidos á un trabajo de

$$\frac{7,300}{2,886} = 2,52 \text{ ks.}$$

OBSERVACIÓN. — En ninguno de los cálculos anteriores se han tenido en cuenta las resistencias pasivas, de muy difícil apreciación, que el conjunto del tablero y la suspensión producirán bajo la acción consecutiva de las cargas, y, por lo tanto, los esfuerzos encontrados son superiores á los que resultarán en la práctica.

SEGUNDA PARTE.

Estudio analítico de la solución adoptada y de las modificaciones en ella introducidas para hacerla esencialmente práctica.

I.

PRELIMINARES

Acordada la construcción de la obra y constituida la Sociedad que había de explotarla, se impuso como primera necesidad el hacer un detenido estudio de la idea y de los medios propuestos en embrión para llevarla á cabo, para perfeccionarla y formar un verdadero proyecto que, á su vez, habría de ser modificado á medida que la marcha de la construcción y las dificultades sucesivas que se presentasen en ella lo aconsejaran. El detalle de todos estos trabajos, largos y minuciosos, que para su ejecución exigieron, no sólo grandes conocimientos teóricos, sino también uno muy exacto de los materiales que habían de emplearse, y medios prácticos y económicos para colocarlos en obra y obtener de ellos todo su efecto útil, no lo conocemos de un modo completo; pero creemos que el que tenga la paciencia de seguir paso á paso los cálculos y razonamientos que á continuación exponemos podrá darse cuenta de la importancia de la labor llevada á cabo, y formarse idea bastante exacta de las distintas partes de la construcción, y de cómo se llegó á determinar sus condiciones de resistencia y la organización de sus detalles más interesantes.

Aunque pueda tildárenos de pesados, haremos una ligerísima descripción del conjunto de la obra, cosa que no dejará de reportar utilidad á aquellos,

poco aficionados á buscar una idea en su origen y seguir su evolución hasta su completo desarrollo, que empiecen por esta parte, más esencialmente práctica, la lectura. Se reduce á un puente suspendido á 45 metros de altura sobre el nivel de las pleamares, que por la parte inferior soporta cuatro filas de carriles agrupados dos á dos, por los cuales han de moverse las ruedas de un bastidor movable de 24 metros de longitud, del que cuelga, por medio de cables, un transbordador que tiene su piso al nivel del pavimento de los muelles que encauzan la ría, y que con toda sobrecarga pesa, según lo calculado, 40.000 kilogramos. En cada lado del tablero hay, para facilitar el servicio y entretenimiento de la obra, una pasarela, á que se sube por escaleras de mano fijas á los pilares por su parte interior.

El tablero está suspendido por medio de cables amarrados á bastidores de dilatación colocados en la parte superior de cuatro pilares metálicos, á 17 metros de altura por encima de él, bastidores á su vez sujetos por medio de cables de retención á fiadores de mampostería situados á conveniente distancia de una y otra orilla. Á estos mismos fiadores están amarrados cables que parten del extremo de las vigas laterales que soportan el tablero y reparten más uniformemente la carga esencialmente móvil entre los distintos cables y varillas de suspensión.

Los pilares, en número de cuatro, se unen dos á dos para constituir (fig. 46) una sola torre de estructura completamente metálica, que tiene por base, medida de eje á eje de las semitorres exteriores, una superficie de 13,65 metros en sentido transversal al puente, y de siete metros en el longitudinal. Tienen 61 metros de altura, distan una de otra 160 metros de eje á eje, y á la altura del tablero están sujetas por medio de cables ó vientos de sujeción transversales amarrados á pequeños fiadores situados á distancia apropiada agua arriba y agua abajo del eje del puente.

El peso de los cables, tablero y transbordador transmiten á los bastidores de dilatación un esfuerzo que, al descomponerse en dos, da lugar á uno horizontal que ha de ser contrarrestado por los cables de retención amarrados á los fiadores principales. La oblicuidad de éstos con relación á la horizontal da lugar á su vez á una fuerte presión vertical sobre los pilares, superior al doble de las cargas permanente y de prueba, elemento importantísimo del cual en modo alguno podría prescindirse. Agregado á esto el peso propio de los pilares, resulta una carga total de 405 toneladas, equivalente á 2,881 kilogramos por milímetro cuadrado de la base calculada como resistente. Aparte de esto, los pilares han de resistir acciones horizontales de mucha consideración, porque los bastidores de dilatación, montados sobre rodillos

cilíndricos de poco diámetro, no se pondrán en movimiento sino cuando se haya ejercido un esfuerzo horizontal importante en el vértice ó cima de los pilares, y por otra parte el viento, cuya presión se estima en 275 kilogramos por metro cuadrado, al ejercer su acción sobre el tablero, cables y pilares, producirá esfuerzos horizontales de importancia. Á contrarrestarlos tienden los cables de contraviento, pero desde luego se comprende que no sería prudente fiar á ellos solos en cada momento la conservación del equilibrio de los esfuerzos producidos en sentidos horizontales: podrían al entrar en acción llegar á tener tensiones cuyas componentes horizontales pasaran del máximo de las acciones previstas; la seguridad y estabilidad de la obra dependería de la mayor ó menor vigilancia que se hubiera tenido al dar á los contravientos las tensiones iniciales, porque la rotura de uno de ellos originaría la total ruina del puente, y, por otra parte, á causa de su inclinación, producirían grandes esfuerzos de compresión sobre los pilares. En el anteproyecto se calcula que ésta compresión será de 1,920 kilogramos por milímetro cuadrado, carga que, unida á la anteriormente indicada de 2,881 kilogramos, da una de 4,801 kilogramos por milímetro cuadrado.

Las acciones del viento y de las dilataciones no se ejercen por igual sobre todas las partes de una construcción, lo que dará lugar, no sólo á variaciones en la intensidad de las tensiones de los contravientos, sino también en la situación de los puntos de aplicación de sus componentes verticales, y conocidas son las malas condiciones de resistencia en que se encuentra una pieza prismática de grande altura con relación á su base bajo la acción de cargas variables, cuyos puntos de aplicación varían de lugar, y su dirección con relación al eje es también variable.

Aunque se admitiera que el pilar tuviera un punto perfectamente fijo, el de amarre del contraviento á la altura del tablero, no se podría prescindir nunca del esfuerzo producido por el viento entre él y la base situada á distancia relativamente considerable. El pilar se encontraría en iguales condiciones que una pieza apoyada por sus extremos sometida á esfuerzos de flexión, pues no puede considerarse como empotramiento la unión con el cimiento formada por largos pernos sólidamente unidos á él. En estas condiciones, supuesto un viento de 275 kilogramos por metro cuadrado, habrían de soportar los aristones de los pilares, tan sólo por este concepto, una sobrecarga por tracción ó compresión, según los casos, de 1,078 kilogramos por milímetro cuadrado, que al poder sumarse á la anterior, da 5,878 kilogramos por milímetro cuadrado.

Estas consideraciones, expuestas sólo en general, sin penetrar en el detalle de cada cálculo, indicaron desde luego la conveniencia de modificar la organización de los pilares propuesta en el anteproyecto formado tan sólo por vía de tanteo.

Desde luego se pensó, como solución más apropiada, la de aumentar la dimensión de bases en sentido transversal á la ría, para darle 15 metros en lugar de siete; pero á esto se opusieron, por una parte, la Compañía del tranvía de Bilbao á Las Arenas, cuya vía pasa inmediata á uno de los pilares, y que hubiera podido seguir en el mismo sitio, y por otro, el Ingeniero director de las obras del puerto, quien, tal vez por desconfianza hacia el resultado de una obra de carácter esencialmente distinto de las hechas hasta entonces, se resistía á que se hiciera en este sentido. Estas dificultades, unidas á la de que, por razones meramente comerciales y de Empresa, no se podía dar á los pilares secciones capaces de resistir por sí solas todos los esfuerzos, pues hubieran resultado sumamente costosos, obligaron á limitar el programa de la obra, mediante la reducción á 20.000 kilogramos de la carga móvil, supuesta de 40.000 kilogramos en un principio, y á hacer un estudio detenido de los esfuerzos calculados, para ver si dentro de prudentes limitaciones podría admitirse que alguno fuera exagerado. El peso muerto de la obra era desde luego elemento nada susceptible de sensibles modificaciones, con el que había que contar de todos modos. Quedaba, pues, únicamente la acción del viento, que se supuso pudiera llegar á ejercer una presión de 275 kilogramos por milímetro cuadrado, y un estudio atento de las condiciones topográficas y meteorológicas de la localidad produjo la convicción de que en determinadas direcciones no podía llegar á soplar con semejante violencia. Los vientos más fuertes en la localidad son, generalmente, del Oeste y del Noroeste, orientaciones de las que está protegida la obra por los montes de Portugalete. Establecido esto por el estudio atento de datos suministrados por los Observatorios de Burdeos, Bayona, San Sebastián, Bilbao, Santander, etc., situados en puntos de la costa próximos á la obra, vino á deducirse que, en sentido normal á la ría, podría tomarse como fuerza máxima del viento la de 100 kilogramos por metro cuadrado.

El primitivo programa quedó de este modo reducido al siguiente: un puente suspendido de 160 metros de luz, cuyo tablero se halle á 43 metros de altura sobre el nivel de los muelles, sostenido por cuatro pilares metálicos de 61 metros de altura, de seis metros de base en sentido paralelo al río y siete en el transversal á él, separados 7,65 metros para dejar paso al tablero, y unidos entre sí los dos de cada orilla (fig. 46), y un transbordador

de 20.000 kilogramos de peso (*), bajo el supuesto de que el viento puede llegar á producir una presión de 275 kilogramos por metro cuadrado en sentido paralelo á la ría cuando enfile á ésta, y tan sólo de 100 kilogramos por metro cuadrado en el normal á ella.

II.

SUSPENSIÓN.—RETENCIÓN.

I.—Equilibrio de los cables de suspensión.

El tablero en su parte central, en una longitud de 92 metros, está suspendido, por medio de péndolas ó varillas verticales, de cables que van de uno á otro vértice de los pilares situados en las dos orillas, y el resto, hasta completar la luz, lo está por medio de cables oblicuos que van á amarrarse directamente á los bastidores de dilatación situados en los vértices de los pilares de la orilla más próxima. Habrá, pues, para estudiar las condiciones de equilibrio, que considerar separadamente cada una de estas dos partes (figuras 44 y 45).

Los cables que van de una á otra orilla son ocho; pero para mayor facilidad de cálculo se supondrán reunidos en uno sólo, lo que no trae consigo alteración ninguna en los cálculos de las cargas y resistencias.

Consideremos en primer lugar al cable único así constituido. En su parte central, en una longitud de 46 metros á cada lado del eje, soportará la parte de peso del tablero que le corresponda, y el del transbordador cuando se halle situado en ella; pero en el resto, ó sea en 34 metros á cada lado, sólo habrá de soportar su peso propio, aparte, naturalmente, las tensiones que le sean transmitidas. Sometido, pues, en dos trozos distintos á cargas esencialmente diferentes, su curvatura no deberá considerarse como una, y nunca en toda su longitud, sino que, por el contrario, se formarán dos cur-

(*) Posteriormente, la Empresa cambió de modo de pensar y volvió á la idea del transbordador de 40.000 kilogramos, que sin graves inconvenientes puede establecerse, pues la carga de los cables parabólicos pasará, cuando está situado en medio del puente, de 176.092 á 210.965 kilogramos, ó, lo que es igual, de 14,635 á 17,534 kilogramos por milímetro cuadrado, dada la sección de 12,032 milímetros cuadrados; y cuando esté adosado á los pilares pasará, para los oblicuos, de 14 á 21 kilogramos, cifra algo excesiva, pero no peligrosa, dada la enorme resistencia de los cables.

vas tangentes con ecuaciones diferentes. Puede admitirse que estas curvas sean dos parábolas; veamos sus elementos, bajo la base de que la primera tiene su extremidad en un punto cuya abscisa es 46 metros, y soporta un peso $\pi = 850$ kilogramos por metro, y la segunda, tangente á ésta en el punto $x = 46$ metros, tiene en este punto la misma tensión que la primera, y no soporta más que el peso del cable, que por cálculos preliminares se dedujo que podía reducirse á $\pi' = 94$ kilogramos por metro lineal, dentro siempre de la hipótesis del programa limitado en la forma dicha.

La tensión T en el vértice de la parábola central ha de ser tal, que la flecha de la curva formada por el cable sea muy poco inferior á la altura disponible, 17 metros, con objeto de que la carga móvil no haga que el centro del tablero descienda demasiado por bajo de la horizontal que une sus extremos. Algunos tanteos preliminares hicieron ver que esta condición se cumplirá cuando para el valor de la abscisa extrema $x_0 = 46$ metros, fuese el de la ordenada $y_0 = 6,68$ metros con relación á la tangente horizontal. Su parámetro será, por lo tanto,

$$\frac{y_0}{x_0^2} = \frac{6,68}{46^2} = 0,0031569 = \frac{850}{2 T},$$

de donde

$$T = 134.626 \text{ ks.}$$

$$T_1 = \sqrt{134.626^2 + 46 \times 850^2} = 140.189 \text{ ks.}$$

La inclinación de la tangente á esta parábola en el punto $\begin{cases} x_0 = 46 \\ y_0 = 6,68 \end{cases}$ será

$$2 \times 0,0031569 \times 46 = 0,29043,$$

y la ecuación de la curva

$$y = 0,0031569 x^2,$$

y se tienen al mismo tiempo elementos para determinar la segunda parábola, puesto que la componente horizontal de la tensión en todos sus puntos ha de ser igual á T ; y si se llaman a y b las distancias respectivamente horizontal y vertical entre su vértice y el de la anteriormente calculada, se tendrá

$$6,68 + b = \frac{94 (46 + a)^2}{2 T} \quad (1)$$

$$T^2 + [94 (46 + a)]^2 = 140.189 \quad (2)$$

De esta ecuación (2) se deduce:

$$94(46 + a) = \sqrt{140.198^2 - 134.626^2}$$

$$46 + a = \frac{\sqrt{140.189^2 - 134.626^2}}{94} = 415,952 \text{ metros}$$

$$a = 369,952 \text{ metros,}$$

y de la (1)

$$6,68 + b = \frac{94 \times 415,952^2}{269,952} = 60,402 \text{ metros}$$

$$b = 53,722 \text{ metros.}$$

La ecuación de la parábola será la siguiente:

$$y + 53,722 = \frac{94}{269,952}(x + 369,952)^2 = 0,000349126(x + 369,952)^2 \quad (3),$$

en la que para $x_1 = 80$, se obtiene

$$y_1 = -53,722 + \frac{47}{134,626} \times 449,952^2 = 70,683 - 53,722 = 16,961 \text{ metros,} \quad (4)$$

que nos dice que es aceptable la forma adoptada para la parábola central, pues el tablero, cuando el transbordador no esté en su parte media, tomará una flecha de 0,039 metros volviendo la convexidad hacia la parte superior.

Para el mismo punto $x_1 = 80$ se deduce que la tangente á la parábola determinada por la ecuación (3) tendrá una inclinación

$$\frac{dy}{dx} = \frac{94}{134,626} \times 449,952 = 0,314165.$$

La tensión en el mismo punto será

$$T'_1 = \sqrt{134,626^2 + 94 \times 449,952} = 141,113 \text{ ks.,}$$

y la media del cable de suspensión

$$\frac{141,113 + 134,626}{2} = 137,865 \text{ ks.} \quad (5)$$

La longitud del semiarco de parábola central, obtenida por una fórmula aproximada, será

$$L_0 = 46 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{6,68^2}{46^2} \right) = 46,647,$$

y la de los laterales comprendidos entre los valores $x_0 = 46$ y $x_1 = 80$, será la diferencia que haya entre los arcos L_1 y L'_1 correspondientes á $a + 46$ y á $a + 80$, y se tendrá:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= 415,952 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{60,402^2}{415,952^2} \right) = 421,799 \\ L'_1 &= 449,952 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{70,683^2}{449,952^2} \right) = 457,354 \end{aligned} \right\} L'_1 - L_1 = 35,555 \text{ mtrs,}$$

y por consiguiente

$$L_0 + (L_1 - L'_1) = 46,647 + 35,555 = 82,202 \text{ metros,}$$

y para el cable de suspensión entero

$$2 L_0 = 164,404 \text{ metros.}$$

Ahora bien; dadas la tensión media (5) y la sección de los cables, que es de 12.032 milímetros cuadrados, resultará que éstos sufrirán un alargamiento de

$$\frac{137.865}{12.032} \times \frac{1}{22000} \times 164,404 = 86 \text{ m/m,}$$

y por lo tanto su longitud, antes de estar en tensión, será

$$L = 164,404 - 0,086 = 164,318 \text{ metros.}$$

Hasta ahora se ha hecho caso omiso del peso del transbordador, que al colocarse en la parte del tablero suspendida de los cables parabólicos aumenta la carga de éstos, pues su peso se repartirá por el intermedio de la viga articulada entre los 92 metros centrales de cable. En este caso el valor de π será

$$\pi = 850 + \frac{20.000}{92} = 1.068 \text{ ks.},$$

y se conservará el mismo el de $\pi' = 94$ ks. para el punto $x_0 = 46$, supuesto inextensible el cable de 164.404 metros de longitud. La parábola central deberá dar

$$y_0 = \frac{534}{T} x_0^2 = \frac{534}{T} 46^2 = \frac{1.129.944}{T} \quad (6)$$

$$\frac{d y}{d x} = \frac{1.068}{T} 46 = \frac{49.128}{T} \quad (7),$$

y la lateral

$$y_0 + b = \frac{47}{T} (x_0 + a)^2 \quad (8)$$

$$\frac{d y}{d x} = \frac{94}{T} (x_0 + a),$$

y sustituyendo x_0 é y_0 por sus valores (6)

$$b + \frac{1.129.944}{T} = \frac{47}{T} (46 + a)^2 \quad (9)$$

$$\frac{49.128}{T} = \frac{94}{T} (46 + a) \quad (10).$$

De esta última se deduce:

$$46 + a = \frac{49.128}{7} = 522,638 \text{ metros.} \quad a = 476,638 \text{ metros.}$$

y de la (9)

$$b = \frac{47}{T} 522,628^2 - \frac{1.129.944}{T} = \frac{11.708.106}{T}.$$

La ecuación de la segunda parábola será, por consiguiente,

$$y + \frac{11.708.106}{T} = \frac{47}{T} (\varphi + 476,638)^2 \quad (11),$$

que para $x = 80$ da

$$y_0 + \frac{11.708.106}{T} = \frac{47}{T} \times 556,638^2$$

$$y_0 = \frac{2.854.649}{T}. \quad (12)$$

La longitud del cable estará expresada en la forma siguiente:

$$46 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{534^2}{T^2 46^2} 46^4 \right) + 556,638 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{47^2}{T^2 556,638^2} 556,638^4 \right) \\ - (476,638 + 46) \left(1 + \frac{2}{3} \frac{47^2}{T^2 522,638^2} 522,638^4 \right) = \frac{164,404}{2},$$

puesto que le suponemos inextensible. De esta ecuación se deduce

$$T = 168.138 \text{ ks.},$$

valor que sustituido en la ecuación (7) da

$$y + b = 0,000279352 (x + 476,638)^2$$

y en la (12)

$$y_0 = 16,978 \text{ metros,}$$

valor que comparado con el (5) nos da

$$y_0 - y_1 = 16,978 - 16,971 = 17 \text{ m/m;}$$

es decir, que cuando el transbordador esté en el centro del tablero, tomarán los cables una flecha superior en 17 milímetros á la que tienen cuando está adosado á una orilla.

Si el valor de T se sustituye en la ecuación (11) de la parábola lateral, se tiene

$$y + \frac{11.708.106}{168.138} = \frac{47}{168.138} (x + 476,638)^2,$$

ó bien

$$y + 69,634 = 0,000279532 (x + 476,638)^2.$$

La inclinación de la tangente en el punto $x = 80$, será

$$\frac{dy}{dx} = 0,000279532 \times 556,638 = 0,311196,$$

y la tensión en el mismo punto

$$T'_1 = \sqrt{168.138^2 + 556,638 \times 94^2} = 176,092 \text{ ks.,}$$

que será la máxima que soporten los cables y da una carga de 14,636 kilogramos por milímetro cuadrado para una sección de 12.032 m^2 asignada al cable. Con estos cálculos como base, la tensión media será

$$\frac{176.092 + 168.138}{2} = 172.115 \text{ ks.,}$$

mientras que, cuando el tablero no estaba cargado, era de 138.865 kilogramos, y el alargamiento elástico correspondiente á este aumento de tensión será

$$164,404 \frac{14,305 - 11,458}{22.000} = 21,3 \text{ m/m.}$$

El cálculo de los cables oblicuos no exige tantas operaciones, pues, conocida la carga que cada uno soporta, puede determinarse inmediatamente su

tensión, y, por lo tanto, la superficie resistente que deben tener. Son en número de ocho (fig. 44), y cada uno de ellos soporta una parte de tablero igual á $\frac{34}{8} = 4,25$ metros, cuyo peso es de $850 - 94 = 756$ kilogramos por metro cuadrado, y además la parte alícuota correspondiente del transbordador, es decir,

$$4,25 \times 756 + \frac{20.000}{8} = 3.213 + 2.500 = 5.713 \text{ ks.},$$

y sus tensiones, dada la menor inclinación que cada uno tiene, serán, respectivamente:

$$\frac{5.713}{0,970} = 5.890 \text{ ks.}$$

$$\frac{5.713}{0,894} = 6.390 \text{ »}$$

$$\frac{5.713}{0,800} = 7.141 \text{ »}$$

$$\frac{5.713}{0,707} = 8.080 \text{ »}$$

$$\frac{5.713}{0,625} = 9.140 \text{ »}$$

$$\frac{5.713}{0,555} = 10.294 \text{ »}$$

$$\frac{5.713}{0,496} = 11.518 \text{ »}$$

$$\frac{5.713}{0,447} = 12.780 \text{ »}$$

Por consideraciones parecidas á las anteriores, se determinan todos sus elementos contenidos en la tabla siguiente:

Secciones en m/m ²	Peso por metro lineal en kilogramos.	Longitud en metros.	Peso de cada uno en kilogramos.
403	3,224	17,52	57
437	3,496	19,00	67
488	3,904	21,25	83
552	4,416	24,04	106
625	5,000	27,21	136
703	5,624	30,62	172
787	6,296	34,26	216
873	6,984	38,00	265
TOTAL.....			1.102

II. Equilibrio de los cables de retención y de los bastidores de dilatación de los vértices de los pilares.

Veamos ahora el efecto que las tensiones y alargamientos determinados producirán sobre los bastidores de dilatación situados en las cimas de los pilares, y para ello consideremos en primer lugar los cables parabólicos que van de uno á otro. La tensión hallada, supuesto el transbordador soportado por los cables inclinados, es

$$T_t = 141.113 \text{ ks.},$$

y la inclinación de la tangente

$$\frac{dy}{dx} = 0,314165;$$

luego la componente horizontal será

$$\frac{141.113}{\sqrt{1 + 0,314165^2}} = 134.126 \text{ ks.},$$

y la vertical

$$\frac{141.113 \times 0,314165}{\sqrt{1 + 0,314165^2}} = 42.295 \text{ ks.}$$

Por otra parte, las componentes horizontales de las tensiones de los cables

oblicuos serán, dados los pesos propios y soportados por ellos, ya determinados, las siguientes:

$$(5.713 + 57) \frac{4,25}{17} = 1.443 \text{ ks.}$$

$$(5.713 + 67) \frac{8,50}{17} = 2.890 \text{ »}$$

$$(5.713 + 83) \frac{12,75}{17} = 4.347 \text{ »}$$

$$(5.713 + 106) \frac{17}{17} = 5.819 \text{ »}$$

$$(5.713 + 136) \frac{21,25}{17} = 7.311 \text{ »}$$

$$(5.713 + 172) \frac{25,50}{17} = 8.828 \text{ »}$$

$$(5.713 + 216) \frac{29,75}{17} = 10.376 \text{ »}$$

$$(5.713 + 265) \frac{34}{17} = 11.956 \text{ »}$$

$$\text{Total.} = 52.970 \text{ ks.,}$$

y la suma de las verticales

$$8 \times 5.713 + 1.102 = 46.806 \text{ ks.}$$

Se producirá, pues, en la cima de los pilares un esfuerzo horizontal de

$$134.626 + 52.970 = 187.596 \text{ ks.,}$$

y uno vertical de

$$42.295 + 46.806 = 89.101 \text{ ks.}$$

Los cables de retención deberán producir una componente horizontal igual á 187.596 kilogramos; y como forman con la horizontal un ángulo de $28^{\circ}32'$, habrán de estar sometidos á una tensión de

$$\frac{187.596}{\cos. 28^{\circ}32'} = 213.578 \text{ ks.,}$$

y tener una sección de

$$\frac{213.578}{15} = 14.240 \text{ m}^2.$$

Pesarán 110 kilogramos por metro lineal y producirán una componente vertical de

$$187.596 \text{ tg. } 28^{\circ}32' = 101.998 \text{ ks.}$$

Consideremos ahora el efecto que el viento ejerce sobre los cables al soplar transversalmente á la ría. Dará lugar á componentes verticales en los extremos de los pilares, de las cuales serán las producidas por los cables de retención de sentido contrario á las transmitidas por los de suspensión. La producida por los primeros será

$$\frac{2}{3} 10 \times 61 \times 0,045 \times 100 = 1.830 \text{ ks.}$$

Los oblicuos de suspensión producirán

$$\frac{2}{3} 2 \times 17 \times 0,033 \times 100 = 75 \text{ ks.,}$$

y los parabólicos

$$\frac{2}{3} 8 \times 17 \times 0,045 \times 100 = 408 \text{ ks.};$$

es decir, que los cables de suspensión transmitirán, en total, 483 kilogramos. Según el viento sople en uno ú otro sentido, el pilar resultará, por consiguiente, cargado ó aliviado en

$$1.830 - 483 = 1.347 \text{ ks.}$$

Con todos estos datos ya se puede determinar la carga que el bastidor de dilatación producirá sobre los pilares, que será la siguiente:

Componente vertical de la tensión de los cables parabólicos de suspensión	42.295 ks.
Ídem íd. de las tensiones de los ídem oblicuos de ídem.	46.896 »
Ídem íd. de la tensión de los ídem de retención.	101.998 »
Ídem de la acción del viento sobre los cables.	1.347 »
Peso de los bastidores: 2 á 4.500 kilogramos.	9.000 »
Total.	201.446 ks.

Si los bastidores de dilatación pudieran moverse con gran facilidad, y á la menor diferencia que se produjera entre las tensiones que los solicitaran en

uno ú otro sentido se desplazaran hasta llegar á la posición de perfecto equilibrio, podría darse por terminada esta parte del estudio de los esfuerzos que vienen á ejercer su acción sobre el extremo de los pilares, que, por efecto de las causas de que hasta ahora nos hemos ocupado, sólo estarían sometidos á esfuerzos de compresión. Pero no sucede así, porque los bastidores de dilatación no se mueven hasta que están solicitados por un esfuerzo superior á un límite determinado, que depende de la resistencia al rodamiento. Los datos conocidos sobre este particular son muy deficientes, pues la cifra de 3,75 kilogramos por tonelada indicada por Nordling sólo puede ser aceptada cuando se trate de aparatos nuevos en buenas condiciones de engrase; pero al emplear, como en este caso, rodillos de pequeño diámetro, expuestos constantemente á la intemperie, es preciso contar con una gran resistencia al rodamiento, pues se observa que hasta llegan á formarse canales en la parte de la placa sobre que se mueven los rodillos, que los inmovilizan, lo que da lugar á la producción de grandes esfuerzos horizontales en los extremos de los pilares. Estas consideraciones determinaron al autor del proyecto á aceptar como bueno un coeficiente de 50 (1) kilogramos por tonelada, que da para la resistencia al rodamiento de los bastidores un valor de

$$0,05 \times 201.446 = 10.032 \text{ ks.}$$

Esto establecido, supongamos que el transbordador se desliza y se coloca en el centro del puente. La carga del cable parabólico pasa, como hemos visto, de 850 á 1.068 kilogramos por metro, y este cable adquiere una tensión de 176.092 kilogramos, con una inclinación cuya tangente es 0,311196. La componente horizontal será 168.138 kilogramos y la vertical 52.324 kilogramos. Á su vez la suma de las componentes horizontales de los cables oblicuos pasa á ser de 30.470 kilogramos, y la de las verticales de 26.806. El cable de retención habrá de producir, por una parte, una componente horizontal de

$$168.138 + 30.470 = 198.608 \text{ ks.},$$

que, comparada con la de 187.596 que para él exigía el primer estado de equilibrio considerado, determina un exceso de

$$198.608 - 187.596 = 11.012 \text{ ks.}$$

(1) Se funda su determinación en que el primer día que se amarraron los cables de retención para contrarrestar el efecto de los parabólicos se venció uno de los pilares hacia tierra, y por la apreciación de su desplazamiento se dedujo el esfuerzo necesario para producirlo.

El bastidor tenderá, pues, á rodar hacia el río solicitado por un esfuerzo de 980 kilogramos, diferencia entre el que acabamos de determinar, de 11.012 kilogramos y la resistencia al movimiento que hemos calculado en 10,032 kilogramos, partiendo de la hipótesis de que sea exacto el coeficiente de 0,05 por kilogramo.

Para poder apreciar con más exactitud el movimiento que tomaría, hay que analizar la forma del cable de retención. Consideremos el del lado de Las Arenas, que pesa 110 kilogramos por metro y cuya cuerda tiene una longitud de 128 metros, que forma con la horizontal en ángulo $\varphi = 28^{\circ}32'$. Sus proyecciones serán, respectivamente,

$$128 \cos. 28^{\circ}32' = 112,458 \text{ metros}$$

y

$$128 \text{ sen. } 28^{\circ}32' = 61,142 \text{ metros.}$$

Habrá tres posiciones principales de equilibrio correspondientes á otras tantas del transbordador.

- (a) Cuando el transbordador esté adosado al muelle de Las Arenas.
- (b) Cuando esté situado en el centro del puente.
- (c) Cuando esté adosado al muelle de Portugaleta.

Las componentes horizontales de las tensiones que experimente el cable de retención serán, respectivamente, en cada uno de estos tres casos:

$$\left. \begin{array}{l} a. 187.596 \text{ kilogramos.} \\ b. 198.608 \\ c. 134.626 + 30.470 = 165.096 \end{array} \right\} \text{ los valores de } \frac{\pi}{2T} \text{ serán } \left\{ \begin{array}{l} \frac{110}{2 \times 187.596} = 0,0002931830 \\ \frac{110}{2 \times 198.608} = 0,0002769270 \\ \frac{110}{2 \times 165.596} = 0,0003331395; \end{array} \right.$$

$$\text{las ecuaciones de las parábolas } \left\{ \begin{array}{l} y = 0,0002931830 x^2 \\ y = 0,0002769270 x^2 \\ y = 0,0003331395 x^2 \end{array} \right\} \text{ y las de las tan-}$$

$$\text{gentes } \left\{ \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = 0,0005863660 x \\ \frac{dy}{dx} = 0,0005538540 x \\ \frac{dy}{dx} = 0,0006662790 x \end{array} \right\} (13).$$

Si tienen tres parábolas de las que están determinados dos puntos, los de amarre del cable. El superior, que corresponde á la cima de los pilares, tendrá por ordenadas con relación á la tangente horizontal c y $d + 61$, si se

representa por d la distancia medida en la vertical que hay desde dicha tangente al pie del pilar. Se verifica, por lo tanto,

$$d + 61 = m c^2 \quad (14).$$

El inferior, de amarre en el fiador, tendrá por coordenadas $d = 0,142$ y $c = 112,453$, toda vez que la proyección vertical de la cuerda que une ambos puntos excede en $0,142$ á la altura del pilar, y que la horizontal es, como hemos dicho, $112,453$. Se tendrá, por consiguiente,

$$d - 0,142 = m (c - 112,453)^2 \quad (15).$$

Si se elimina d entre las ecuaciones (14) y (15), se obtiene

$$61,142 = m (224,906 c - 112,453^2).$$

$$c = \frac{112,453^2 + \frac{61,142}{m}}{224,906}$$

valor deducido en función del parámetro m que ya hemos determinado para las tres posiciones de equilibrio, para las que resulta, respectivamente,

$$\begin{aligned} a. \dots c &= 983,483 \text{ metros.} \\ b. \dots c &= 1.037,914 \quad \gg \\ c. \dots c &= 872,268 \quad \gg \end{aligned}$$

valores que sustituidos en la ecuación (14) dan:

$$\begin{aligned} a. \dots d + 61 &= 283,578 \dots d = 222,578 \text{ metros.} \\ b. \dots d + 61 &= 298,324 \dots d = 237,324 \quad \gg \\ c. \dots d + 61 &= 253,470 \dots d = 192,470 \quad \gg \end{aligned}$$

Sustituidos á su vez los valores de c en lugar de x en las expresiones (13) que dan las inclinaciones de las tangentes, se obtendrán las de las correspondientes al punto superior de amarre, que serán:

$$\begin{aligned} a. \dots 0,000586366 \times 983,483 &= 0,576681 \\ b. \dots 0,000553854 \times 1.037,914 &= 0,574853 \\ c. \dots 0,000666279 \times 872,268 &= 0,581174 \end{aligned}$$

y los valores de las tensiones á que estarán sometidos los cables en los tres casos serán, puesto que se conocen las componentes horizontales,

$$\begin{aligned} a. \dots 187,596 \sqrt{1 + 0,576681^2} &= 216,554 \text{ kilogramos.} \\ b. \dots 198,608 \sqrt{1 + 0,574853^2} &= 229,085 \quad \gg \\ c. \dots 165,096 \sqrt{1 + 0,581174^2} &= 190,953 \quad \gg \end{aligned}$$

lo que da una variación de

$$229.085 - 190.953 = 38.132 \text{ kilogramos.}$$

Si se representan por δ y δ' las longitudes de los arcos desde el punto de tangente horizontal hasta los dos puntos de amarre, expresadas en metros, y se suponen los cables inextensibles, se obtiene:

$$a. \dots \delta = 983,483 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{283,578^2}{983,483^2} \right) = 1.037,994$$

$$b. \dots \delta = 1.037,914 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{298,324^2}{1.037,914^2} \right) = 1.095,078$$

$$c. \dots \delta = 872,268 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{253,470^2}{872,268^2} \right) = 921,371$$

y

$$\delta' = 871,030 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{222,436^2}{871,030^2} \right) = 908,899$$

$$\delta' = 925,461 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{237,182^2}{925,461^2} \right) = 965,985$$

$$\delta' = 759,815 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{192,328^2}{759,815^2} \right) = 792,270$$

Las diferencias $\delta - \delta'$ serán las longitudes de los arcos entre los dos puntos de amarre, cuyos valores son en cada caso

$$\delta - \delta' = 129,065$$

$$\delta - \delta' = 129,093$$

$$\delta - \delta' = 129,101$$

La diferencia máxima de estas longitudes es, por lo tanto, sólo de 8 milímetros.

Repetidos los mismos cálculos para el cable de retención del lado de Portugaleta, que tan sólo tiene una cuerda de 106^m,40 con igual inclinación, se obtendrían las mismas parábolas, tensiones y componentes horizontales, y para las longitudes una diferencia máxima de 6,7 milímetros.

Si ahora se supone que las variaciones de las tensiones medias sean las mismas que la de las correspondientes al punto de amarre superior, para las cuales hemos hallado un valor máximo de 38.132 kilogramos, el exceso de carga por milímetro cuadrado de sección, debido á este exceso de tensión, será de

$$\frac{38.132}{14.240} = 2,6785 \text{ kilogramos,}$$

y el alargamiento elástico por metro de cable

$$\frac{2,6785}{22000} = 0,0001217.$$

El alargamiento total será, pues, de $129,093 \times 0,0001217 = 15,7$ milímetros para el cable de Las Arenas, y $107,310 \times 0,0001217 = 13$ milímetros para el de Portugalete.

III. Deformaciones que por la acción de la carga móvil experimentarán los cables amarrados á los bastidores de dilatación.

Una vez conocidas de un modo completo las formas y tensiones de los cables de suspensión y retención para las distintas posiciones del transbordador, puede estudiarse el juego que tendrán por efecto del desplazamiento de la carga.

Supongamos el transbordador adosado al muelle del lado de Portugalete. La componente horizontal de las tensiones opuestas que se ejercen sobre el bastidor de dilatación es, sin tener en cuenta las resistencias al rodamiento, de 187.596 kilogramos. El cable de retención del mismo lado afectará la forma de una parábola, cuya ecuación es

$$y = 0,000293183 \cdot x^2,$$

y la longitud del arco comprendido entre sus dos puntos de amarre es de 107,310 metros.

La tensión en el punto superior de amarre es 216.554 kilogramos, y en el inferior, es decir, en el del fiador de retenida,

$187,596 \sqrt{1 + [2 \times 0,000293183 \times (983,483 - 93,477)]^2} = 211.608$ ks., y la media será

$$\frac{216.554 + 211.608}{2} = 214.081 \text{ ks.}$$

El cable de suspensión tiene 164,404 metros de longitud, la componente horizontal de su tensión es 134.626 kilogramos, la tensión media 137.865 kilogramos y la flecha mínima 16,961 metros.

El bastidor de dilatación del pilar de Las Arenas estará solicitado por dos componentes horizontales, que por ahora supondremos iguales y contrarias,

de 165.096 kilogramos. El cable de retenida tomará la forma de la parábola determinada por la ecuación

$$y = 0,0003331395 x^2,$$

que será la menos tendida y más larga; la longitud del arco entre los puntos de amarre, es 129,010 metros; la tensión en el amarre superior 190.953 kilogramos; en el inferior 185.056 kilogramos, y la media 188.005 kilogramos.

Supongamos ahora que el transbordador viene á colocarse en el centro del puente. La componente horizontal de las tensiones opuestas ejercidas sobre el bastidor de dilatación de la orilla izquierda (Portugalete) pasa, de 187.596 kilogramos que era en el caso anterior, á ser de 198.608 kilogramos. Ha aumentado, por lo tanto, 11.012 kilogramos. El bastidor quedará sometido á un esfuerzo mayor hacia el río; y como se supone que presenta una resistencia al rodamiento igual á 10.072 kilogramos, se pondrá en movimiento hasta que la componente horizontal tome un valor igual á

$$198,608 - 10,072 = 188,536 \text{ ks.},$$

lo que producirá un aumento de tensión en el cable de retención igual á

$$940 \sqrt{1 + 0,576681^2} = 1.085 \text{ ks.},$$

aumento que puede admitirse que se suma á la retención media, y dará lugar á un alargamiento elástico de

$$\frac{0,076}{22,000} 107,31 = 0,00037 \text{ metros.}$$

La parábola que forma el cable de retenida se hace más rígida, el parámetro pasa de 0,000293193 á $\frac{110}{2 \times 185,536} = 0,000291721$, y su longitud disminuye en 0,00015 metros. La extremidad del cable tiende, por lo tanto, á moverse en sentido de su tangente en

$$0,00037 + 0,00015 = 0,00052 \text{ metros,}$$

cantidad completamente despreciable. Puede considerarse, por lo tanto, que el bastidor de dilatación del lado de Portugalete permanece inmóvil.

La tensión del cable de suspensión aumenta por la acción del transbordador, pues la componente horizontal pasa de 134.626 á 168.138 kilogramos. Tomando como fija la extremidad de Portugalete, y suponiendo que si la de

Las Arenas también lo estuviese, el cable, supuesto inextensible, conservaría la longitud de 164,404 metros antes determinada; y como la flecha aumenta de 16,961 á 16,978 metros, es decir, 17 milímetros, la parábola central resultaría menos tendida y las laterales más, pasando su parámetro 0,000349126 á ser 0,000279352. Pero el cable no es inextensible, y al pasar la tensión media de 137.865 kilogramos á 172.115 sufre un aumento de 34.250 kilogramos, que producirá en él un alargamiento de

$$164,404 \times \frac{34,250}{12,032} \frac{1}{22,000} = 0,0001294 \text{ metros,}$$

con lo que resultará de una longitud de 164,4253 metros. Se producirá por esta causa un nuevo aumento de flecha, cuyo valor vamos á determinar.

En una parábola se verifica aproximadamente que

$$L = x \left(1 + \frac{2}{3} \frac{y^2}{x^2} \right) \quad (19),$$

de donde

$$\frac{2}{3} \frac{y^2}{x} = L - x,$$

y, por lo tanto, si se supone á x constante y se da á L un incremento ΔL , se tendrá á

$$\frac{4}{3x} y \Delta y = \Delta L$$

y

$$\Delta y = \frac{3x}{4y} \Delta L$$

La curva formada por el cable podría para este efecto, y para mayor sencillez, considerarse como una parábola única, en cuyo caso se tendrá

$$\Delta y = \frac{3 \times 80}{2 \times 4 \times 16,978} \times 21,3 = 37,6^m/m,$$

que será el aumento de flecha debido al de longitud del cable. La flecha total será, por lo tanto,

$$16,978 + 0,0376 = 17,0156 \text{ metros.}$$

Al mismo tiempo que esto se verifica se produce un aumento de tensión en sentido hacia la ría en el bastidor de dilatación de Las Arenas, pues

pasa de 165.096 á 198.608 kilogramos, y se pondrá en movimiento hasta que la componente horizontal del cable de retención sea de

$$198.608 - 10.072 = 188.536 \text{ ks.}$$

Este cable tomará una forma más tendida; su parámetro, que era 0,0003331395 pasa á ser $\frac{110}{2 \times 188.536} = 0,000291721$. Su longitud, supuesto inextensible, pasaría de 129,101 metros á 129,0947 metros, con una disminución de 0,0063 metros; pero como la tensión media pasa de 187.996 kilogramos á 214.418 kilogramos, experimenta un aumento de carga de $\frac{26.442}{14.240} = 1,857$ kilogramos, y un alargamiento total de

$$\frac{1,857}{22.600} \times 129,101 = 0,011 \text{ metros;}$$

habrá, pues, en dirección de la tangente un movimiento de

$$0,3 + 11 = 11,3 \text{ milímetros,}$$

que corresponde á uno de 14,9 milímetros en la horizontal hacia Portugalete.

Este movimiento del bastidor produce una disminución en la cuerda del cable de suspensión equivalente á una en la abscisa de $\frac{14,9}{2} = 7,45$ milímetros. Supuesta la curva como una parábola única, se deduce de la fórmula (19)

$$L - x = \frac{2}{3} \frac{y^2}{x^2} \quad y^2 = \frac{3}{2} (Lx - x^2).$$

Supuesto ahora L constante, si á x se le da un incremento Δx , se tendrá

$$2y \Delta y = \frac{3}{2} (L - 2x) \Delta x$$

$$\Delta y = \frac{3}{4} \frac{L - 2x}{y} \Delta x;$$

y si se substituyé en lugar de Δx su valor 7,45 milímetros,

$$\Delta y = \frac{3}{4} \frac{160 - 82,213}{17,0156} 7,45 = 25,54 \text{ milímetros.}$$

Con este aumento, la flecha pasará á ser

$$17,0156 + 0,02554 = 17,0411;$$

y como su valor, cuando el transbordador no produce carga en el centro, es 16,961, se obtiene una media de

$$\frac{16,961 + 17,0411}{2} = \frac{34,0025}{2} = 17,001,$$

sensiblemente igual á 17 metros.

Supongamos ahora que el transbordador llegue á estar adosado al muelle de Las Arenas. La componente horizontal hacia Portugalete en el bastidor del mismo lado pasa de 198.608 kilogramos á 165.096 kilogramos; la parábola del cable de retención se aflojará; resultará menos tendida; su parámetro, que era 0,000276927, pasa á ser 0,000313960, á lo que corresponde un aumento de longitud de cable de 5,3 milímetros; el bastidor de dilatación se pondrá en movimiento hasta que la componente del cable de retención baje de $198.608 - 10.072 = 188.536$ kilogramos á 165.096 kilogramos, para lo cual ha de disminuir en 23.440 kilogramos; la tensión media disminuye, y se produce un acortamiento elástico de 9 milímetros.

El desplazamiento del bastidor en sentido horizontal será de 12,4 milímetros, el cable de suspensión se elevará 21,25 milímetros y la flecha vendrá á ser

$$17,0411 - 0,02125 = 17,01985 \text{ metros.}$$

El bastidor de dilatación del lado de Las Arenas no se desplazará por ser su resistencia al rodamiento sensiblemente igual al aumento de la componente horizontal.

La tensión del cable de suspensión disminuye de 172.115 á 137.865 kilogramos, y éste experimentará un acortamiento elástico de 21,3 milímetros y una disminución en la flecha de 37,6 milímetros, con lo que se reducirá á

$$17,01985 - 0,0376 = 16,98225 \text{ metros.}$$

La disminución de tensión hará menos tendidas las parábolas laterales, y más la central, lo que producirá otra nueva disminución en la flecha, que vendrá á ser

$$16,98225 - 0,017 = 16,965 \text{ metros.}$$

La diferencia que existe entre este valor y el primeramente fijado, que era 16,961 metros, es de 4 milímetros, y procede de la diferencia de longitud de los dos cables de retenida. Esta diferencia es de $128 - 106,4 = 21,6$ metros, en los que es más corto el de Portugalete que el de Las Arenas. La diferencia de las tensiones medias á que están sometidos es 2,6785 kilogramos

por milímetro cuadrado, que dará lugar á un acortamiento elástico de 2,6309 milímetros, correspondiente á una desviación horizontal del bastidor igual á 2,24 milímetros. Sustituído este valor en la fórmula $\Delta y = \frac{3L-6x}{4y} \Delta x$, da

$$\Delta y = \frac{146,606 - 480}{4 \times 16,961} \times 1,12 = 3,85,$$

valor sensiblemente igual á la diferencia de flecha hallada. Si se repitiesen los cálculos en la vuelta á Portugaleta del bastidor, se obtendría indudablemente una flecha igual á 16,961 metros.

Como resumen de este estudio se deduce:

1.º Por efecto del movimiento del transbordador, la flecha del cable de suspensión varía en 80 milímetros, deformación que es muy aceptable.

2.º Los bastidores de dilatación se desplazan 14,9 milímetros, y producen sobre las pilas un esfuerzo horizontal de 10.072 kilogramos.

El esfuerzo de 10.072 kilogramos ejercido sobre el vértice de las pilas produce en su base un momento de flexión igual á $10.072 \times 61 = 614.392$ kilogramos, que no llega á ser la mitad del producido por la acción del viento longitudinal, que es 1.211.438 kilogramos.

El esfuerzo que al ejercerse sobre la cima de las pilas sería capaz de hacer tomar á éstas transversalmente al río una flecha de un milímetro, será

$$P = \frac{3Eid}{L^3} = \frac{3 \times 22,000000000 \times 2,243622568 \times 0,001}{61^3} = 652,385 \text{ ki-}$$

logramos. Por consiguiente, bajo la acción del de 10.072 kilogramos tomara una de

$$\frac{10.072}{652,385} = 15,4 \text{ milímetros,}$$

y el desplazamiento del bastidor de dilatación será

$$14,9 + 15,4 = 30,3 \text{ milímetros.}$$

IV. Deformaciones que experimentarían los cables en el supuesto de estar amarrados á los vértices de las pilas sin el intermedio de bastidores de dilatación.

Si los bastidores de dilatación no pudieran moverse ó se fijasen en la cima de los pilares, serían éstos los que sufrieran los cambios de valor de las tensiones, bajo la acción de las cuales se flexarían.

Para examinar el problema desde este nuevo punto de vista, consideraremos el momento en que el transbordador, al separarse de Portugalete, llega al centro del puente; las componentes horizontales de las tensiones opuestas sobre el amarre de la pila del lado de Portugalete pasan de 187.596 á 198.608 kilogramos; la parábola del cable de retenida se hará más tendida; su parámetro pasará de 0,000293183 á 0,000276927; su longitud disminuirá en 1,7 milímetros; su tensión en el amarre será

$$198.608\sqrt{1 + (2 \times 0,000276927 \times 1.037,914 - 93,477)^2} = 224.129 \text{ kilogramos, y la media}$$

$$\frac{229.085 + 224.129}{2} = 226.607 \text{ kilogramos,}$$

que representa sobre la primitiva un aumento de

$$226.607 - 211.608 = 14.999 \text{ kilogramos,}$$

ó sea una sobrecarga de

$$\frac{14.999}{14.240} = 1,053 \text{ kilogramos}$$

por milímetro cuadrado, á la que corresponde un alargamiento elástico de

$$\frac{1,053}{22.000} \cdot 107,31 = 0,0051 \text{ metros.}$$

El desplazamiento del punto de amarre será, por lo tanto,

$$\frac{5,1 + 1,7}{\sqrt{1 + 0,574853^2}} = 5,9 \text{ milímetros.}$$

La flecha del cable parabólico aumentará en

$$\Delta y = \frac{3 L - 6 x}{4 y} \Delta x = \frac{246,606 - 480}{67,844} \cdot 2,95 = 10 \text{ milímetros,}$$

y pasará á ser

$$16.961 + 0,010 = 16.971 \text{ metros,}$$

que á su vez, por efecto de la carga y del alargamiento elástico, sufre, como se ha visto, dos nuevos aumentos, para ser en total

$$16,971 + 0,017 + 0,038 = 17.026 \text{ metros}$$

para una longitud de cable de 164,425 metros.

El amarre del lado de Las Arenas es solicitado hacia Portugalete por una componente de 198.608 kilogramos, en lugar de 165.096; el cable de retención se hace más tendido; el parámetro pasa de 0,0003331395 á 0,000276927, á que correspondería una disminución de longitud de 0,008 metros; la tensión media pasa de 187.996 á

$198.608 \sqrt{1 + (2 \times 0,000276927 \times 925,461)^2} = 221.408$ kilogramos; es decir, que aumenta la carga por milímetro cuadrado en

$$\frac{221.048 - 187.996}{14.240} = 2,346 \text{ kilogramos,}$$

á la que corresponde un alargamiento elástico total de

$$\frac{2,346}{22,000} 129,101 = 13,77 \text{ milímetros,}$$

que produciría en el punto de amarre un desplazamiento horizontal de

$$\frac{8,13 + 77}{\sqrt{1 + 574,853^2}} = 18,9 \text{ milímetros.}$$

Esta disminución de la cuerda del cable de suspensión produce á su vez un aumento de flecha de

$$\Delta y = \frac{246,6375 - 479,982}{68,104} 9,45 = 32 \text{ milímetros,}$$

con lo que pasa á ser de

$$17,026 + 0,032 = 17,058 \text{ metros,}$$

que por la acción de la carga experimentalia un aumento total de

$$17,058 - 16,961 = 0,097 \text{ metros.}$$

El desplazamiento del punto de amarre es, como ya hemos dicho, de 18,9 milímetros. Esta flexión en el extremo del pilar corresponde un esfuerzo de

$$P = \frac{3 \times 22.000000000 \times 2,243622568 \times 0,0189}{61,7^3} = 11.915 \text{ kilogramos,}$$

superior en

$$11.915 - 10.072 = 1.843 \text{ kilogramos}$$

á la resistencia al rodamiento antes calculada, aumento que da lugar á un momento de flexión sobre la base de

$$1.843 \times 61,7 = 113.713 \text{ kilogramos,}$$

correspondiente á un aumento de trabajo de 0,185 kilogramos por milímetro cuadrado en los aristones de los pilares.

De este estudio se deduce, que si los bastidores de dilatación se suprimieran ó fijaran al vértice de los pilares, el aumento de la flecha de los cables de suspensión sería de 97 milímetros, en vez de 80, dadas las condiciones en que el metal trabajaría por efecto de su elasticidad, y que los aristones de los pilares soportarían una carga, á la compresión ó á la extensión, superior en 0,185 kilogramos á la correspondiente al caso antes considerado en que se establecen bastidores de dilatación y se supone un coeficiente de resistencia al rodamiento de 50 kilogramos por cada 1.000 de carga.

El trabajo á que estaría sometido el metal de los aristones, cuyo cálculo se verá más adelante, sería de $4,975 + 0,185 = 5,160$ kilogramos, bajo la acción del viento paralelo al puente, siendo así que no lo estaría más que á 4,861 kilogramos cuando soplará transversalmente.

Todas estas razones son las que han aconsejado el empleo de los bastidores de dilatación; y si éstos, en vez de necesitar el esfuerzo calculado para iniciar su movimiento, necesitasen uno algo menor, disminuiría la carga de los aristones de los pilares, que vendría á ser, con viento paralelo al puente, próximamente igual á la de 4,861 kilogramos calculada para cuando el viento sople transversalmente.

V. Deformaciones que experimentarán los cables por efecto de los cambios de temperatura.

La dilatación lineal que experimenta el acero no templado cuando la temperatura varía un grado es 0,000010791, y si se suponen temperaturas extremas en que haya 50° de diferencia, la dilatación de los cables sería de 0,00053955 en cada metro de longitud; pero como las tensiones iniciales se graduarían á una temperatura media, se admitirá solamente un aumento ó disminución de longitud de 0,0003 milímetros por metro.

Al alargarse ó acortarse el cable de suspensión por la acción de la temperatura, no tendrán alteración las componentes horizontales debidas únicamente á su peso, y, por lo tanto, ninguna acción se producirá que tienda á romper el equilibrio en sus puntos de amarre. Á su vez las componentes horizontales de las tensiones de los cables de retenida son debidas en su mayor parte á las producidas por la suspensión, que no alteran, y en una muy pequeña á su peso, que también permanece constante; luego tam-

poco se producirá efecto alguno perturbador sobre sus amarres. Púedese, pues, desde este punto de vista prescindir de los efectos de la temperatura.

La variación total de longitud que experimentará el cable de suspensión será

$$164,404 \times 0,0003 = 0,049 \text{ metros,}$$

á la que corresponde una variación de la flecha

$$\Delta y = \frac{340}{4 \times 16,961} \times \frac{0,049}{2} = 87 \text{ milímetros.}$$

Agregando la de 80 milímetros hallada anteriormente para la variación producida por el desplazamiento de la carga, resulta un total de $80 + 87 = 167$ milímetros, que es muy aceptable.

III.

RESISTENCIA DE LOS PILARES.

I. Esfuerzos de compresión á que estarán sometidos los pilares.

Ya se ha determinado anteriormente el valor de parte de las cargas que han de soportar los pilares. A la suma hallada, que era 201.446 kilogramos, hay que agregar el peso propio, que, según el cálculo preliminar, es de 107.172 kilogramos, y un 5 por 100 en que se calcula el de los roblones, suplementos y cubrejuntas, es decir, 5.359; todo lo cual da un total de 313.977 kilogramos, que dividido por 171.121 milímetros cuadrados, superficie asignada en un principio para la resistente en la base de los pilares, da 1,835 kilogramos por milímetro cuadrado cuando el viento sopla longitudinalmente al puente, y

$$\frac{313.977 - 1.347}{171.121} = 1,827 \text{ kilogs.}$$

cuando sople transversalmente al mismo; valor inferior al de 2,881, que corresponde al caso en que el programa no se hubiera reducido.

II. Esfuerzos transversales á que estarán sometidos los pilares.

Necesidad de aumentar su resistencia.

Era por demás interesante hacer este estudio de una manera concienzuda y minuciosa. Precisamente en los preliminares de este capítulo se ha hecho

notar de un modo explícito la necesidad que había de reforzar considerablemente los pilares para que tuvieran las indispensables garantías de solidez.

La estructura de los pilares, como en un principio se proyectó, es tal que no puede admitirse que estuvieran convenientemente arriostrados, porque los tres enlaces horizontales no son bastantes para conseguirlo.

Para el cálculo se ha admitido que el viento ejerza su acción sobre todas las superficies de la cara que primeramente encuentre, y en la otra sobre aquellas que no estuvieran protegidas por los aristones de la anterior, es decir, todas menos los aristones que de ella forman parte.

Si el tablero se considerara como no roblonado á los pilares, la acción del viento sobre él se transmitiría únicamente á uno de ellos, el que estuviese á sotavento, que precisamente es el más protegido y soporta, por lo tanto, menor carga; pero si ocurriera lo contrario, es decir, que estuviera sólidamente unido á ellos, repartiría la carga entre los dos; caso que es el que consideraremos.

Para el cálculo se suponen las caras divididas en cuatro trozos, separados entre sí por cada uno de los enlaces horizontales y se calcula el esfuerzo del viento sobre cada uno de ellos. Para el cálculo de los momentos se ha supuesto aplicado este esfuerzo en el centro de gravedad de la superficie expuesta al viento en cada uno de los trozos. Los resultados obtenidos están expresados en la tabla siguiente:

VIENTO TRANSVERSAL AL PUENTE.—FUERZA 275 KILOGRAMOS POR METRO ²				
Situación de cada trozo á partir de la base.	Altura del trozo considerado — Metros.	Superficie expuesta al viento. — Metros cuadrados.	Esfuerzo desarrollado por el viento. — Kilogramos.	Altura sobre la base, de los puntos de aplicación de los esfuerzos. — Metros.
1	7,55	18,77	5.161,75	5,200
2	10,24	26,63	7.323,25	12,535
3	12,45	25,97	7.141,75	24,456
4	13,65	25,24	6.941,00	36,754
5	17,11	22,34	6.143,50	52,010
	61,00	118,95	32.711,25	

El bastidor de dilatación presenta al viento una superficie de 0,8250 metros cuadrados, á que corresponde un esfuerzo de 227 kilogramos que tiene

su punto de aplicación 0,385 metros más alto que el vértice del pilar, es decir, á 61,385 metros de altura con relación á la base.

La acción del viento sobre los cables se transmitirá también á los pilares; así es que hubo que calcular su valor, para lo cual se tomó como superficie los $\frac{2}{3}$ de la total expuesta para tener en cuenta su forma cilíndrica. La acción se ejercerá sobre uno de los cuatro parabólicos que hay á cada lado del puente y sobre los diez oblicuos. La superficie de cada uno, teniendo en cuenta sus diámetros de 45 y 33 milímetros respectivamente, es

1 cable parabólico.	4,933 metros ²	
10 idem oblicuos.	9,284	»
á la que hay que agregar la correspondiente á los lin- gotes, estribos y demás piezas de amarre, que es de	2,483	»
y resulta un total de.	<u>16,690</u>	»

á que corresponde un esfuerzo de 4.590 kilogramos, del cual la mitad se transmite á la pila por intermedio del tablero con un brazo de palanca de 43 metros con relación á la base, y la otra mitad directamente á su vértice, á una altura de 61,70 metros.

Los cables de retención con sus piezas de amarre presentan una superficie de 8,96 metros cuadrados, á que corresponde un esfuerzo de 2.463 kilogramos, del cual la mitad se supone soportada por el macizo del fiador, y la otra mitad por la pila á 61, 70 metros de altura con relación á la base.

Supónese también que todos estos esfuerzos se reparten por igual entre los dos pilares de cada lado.

La superficie de tablero expuesta al viento es de 1,40 metros cuadrados por metro lineal, que corresponde á una de 112 metros cuadrados para la mitad de él.

El transbordador, mientras duren los vientos impetuosos, estará fuertemente sujeto al muelle del lado á que se adose, y no habrá para qué tenerlo en cuenta.

El bastidor movable, reducido con arreglo al nuevo programa, presentará al viento una superficie de 6 metros cuadrados.

Los cables de unión del transbordador con el bastidor superior presentan una superficie de 9 metros cuadrados, que para el cálculo se supone de 6. La mitad ejercerá acción sobre el amarre del transbordador, y la otra, es decir, 3 metros cuadrados, sobre el tablero.

Se tienen, pues, por estos últimos conceptos $112 + 6 + 3 = 121$ metros cuadrados de superficie expuesta al viento, á la que corresponde un esfuerzo de $121 \times 275 = 33.275$ kilogramos, aplicado á 43 metros de altura sobre la base de los pilares, y que, como hemos dicho, se repartirá por igual entre los dos que formen la pila del lado que se considere.

En resumen, los esfuerzos y momentos de flexión que se producen son los expresados en la siguiente tabla:

PARTE DE LA CONSTRUCCIÓN Á QUE CORRESPONDE.	ESFUERZO. — Kilogramos.	BRAZO DE PALANCA. — Metros.	MOMENTOS. — Kilogramos.
	5.161,75	5,200	26.841,10
Pilares.....	7.323,25	12,535	91.796,94
.....	7.141,75	24,456	174.658,64
.....	6.941,00	36,754	255.109,52
.....	6.143,50	52,010	319.523,43
Bastidor de dilatación.....	227,00	61,385	13.934,40
Cables $\left(\frac{2.295}{2} + \frac{1.232}{2} \right)$	1.763,50	61,700	108.807,95
.....	1.148,00	43,000	49.364,00
Tablero.....	16.638,00	43,000	715.434,00
	TOTAL.....		1.755.469,98

El valor de $\frac{I}{z}$ en la base del pilar es 0,258970; luego el trabajo del metal será de

$$\frac{1.755.469,98}{258.970} = 6,779 \text{ kilogramos por milímetro cuadrado,}$$

que, agregado á 1,835 kilogramos hallados anteriormente por efecto de las componentes verticales, resulta ser de 8,614 kilogramos; trabajo excesivo por tratarse de piezas muy largas con relación á su base, y que impuso la necesidad, no sólo de añadir nuevas piezas que aumentarían la resistencia de los aristones, sino también de enlazar sólidamente los dos pilares de cada lado, para que pudieran ser considerados como las tablas de una única estructura resistente la pila total.

III. Resistencia á la flexión transversal de una pila reforzada.

En la hipótesis siempre de que el viento sople en dirección del río, se ha supuesto que ejerce su acción sobre la totalidad de la cara que primeramente encuentra y sobre la mitad de la posterior. A su vez, el aumento de sección acordado en principio para los aristones fué:

Primer trozo.—De 7,55 metros de altura.—Roblonando á cada uno de los dos lados del borde exterior del plano de 450×11 milímetros (fig. 51) dos escuadras simétricas de $\frac{60 \times 60}{7}$ y 5,150 kilogramos de peso por metro (1).

Segundo trozo.—De 10,24 metros de altura.—El plano se bordeará en igual forma que en el primer trozo; el de 219×11 (fig. 52) se prolongará hasta la terminación de este trozo, y la cruz se completa con una escuadra más de 150×150 y 24 kilogramos de peso por metro.

Tercero y cuarto trozos.—De una altura total de 26,16 metros.—Se bordeará el plano con escuadras de $\frac{40 \times 40}{6}$ y 3,500 kilogramos de peso por metro; se agregarán además dos escuadras de 150×150 y 24 kilogramos de peso, y dos llantas de 150×11 (fig. 53).

Quinto y sexto trozos.—El plano será bordeado lo mismo que en los anteriores, y se agregarán dos escuadras de 120×120 de 19,500 kilogramos y dos llantas de 120×10 (fig. 58).

El peso total de estas adiciones sin roblones ni cubrejuntas es de 30.676 kilogramos por cada pila completa compuesta de dos pilares, que vendrá á pesar en conjunto

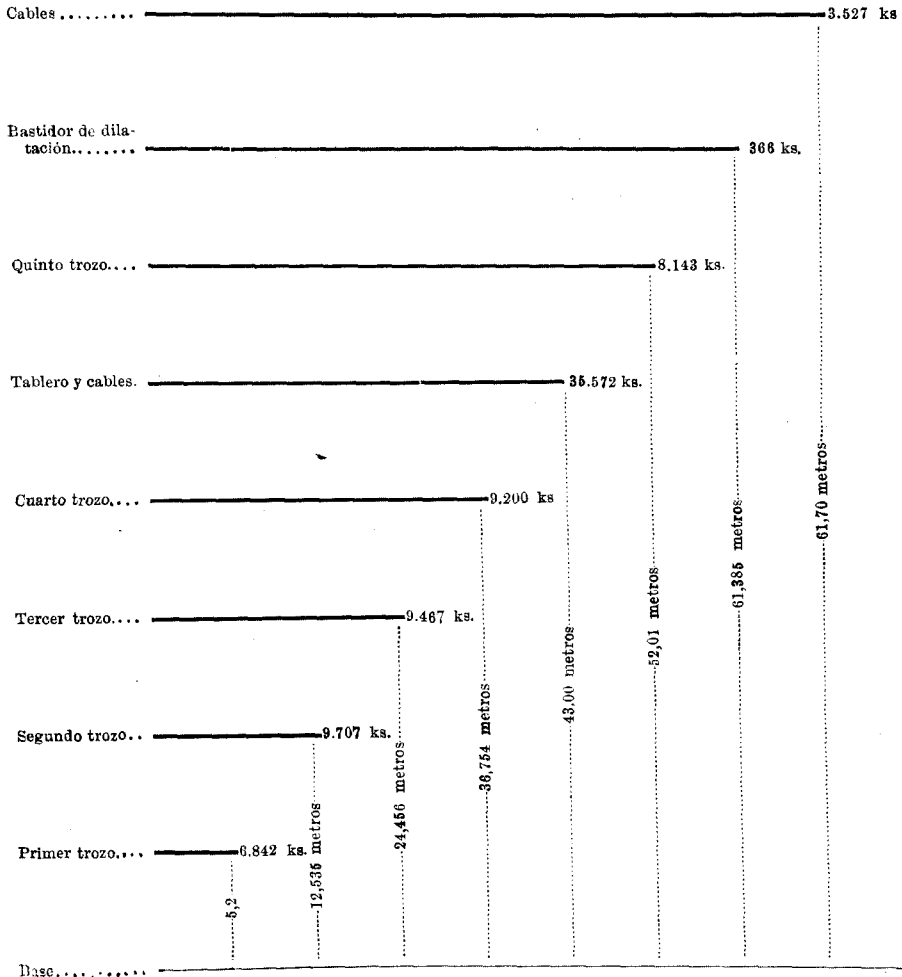
$$121.531 + \frac{105}{100} 30.676 = 153.740 \text{ kilogramos.}$$

En estas condiciones, la sección de los aristones, los momentos de inercia, los valores de n y de $\frac{I}{n}$ se calcularon para la base y las secciones transversales de la pila en los puntos de aplicación de los esfuerzos ejercidos por el viento sobre cada trozo. Los resultados del cálculo son los siguientes:

(1) Por no encontrar en el momento de la construcción de 60×60 , se pusieron de 50×50 .

SECCIONES.	Altura de cada una sobre la base.	Secciones de los aristones.	Momentos de inercia.	Valores de n .	Valores de $\frac{I}{n}$
	<i>Metros.</i>	<i>Milims. cuads.</i>		<i>Metros.</i>	
Base.	0,000	183.784	10,231145468	10,050	1,018024
1. ^a	5,200	183.784	9,494253292	9,642	0,984677
2. ^a	12,535	183.784	8,537546564	9,064	0,941918
3. ^a	24,456	167.760	6,471848604	8,103	0,798698
4. ^a	36,754	167.760	5,265770924	7,135	0,738019
5. ^a	52,010	134.912	3,215770512	5,920	0,543196

Cada pila, en el caso de un viento de 275 kilogramos transversal al puente, soporta los esfuerzos indicados en el diagrama siguiente:



Con estos datos se han calculado los momentos para cada una de las secciones consideradas, y se ha deducido el trabajo á que se somete el metal de los aristones á las diferentes alturas de la pila y obtenido los resultados de la tabla siguiente:

SECCIONES.	Altura á que se encuentran.	Momentos.	Trabajo del metal.
	Metros.	Kilogramos.	Kilogramos por m/m. ²
Base.	0,000	2.919.913	2,868
1. ^a	5,200	2.674.404	2,716
2. ^a	12,535	1.932.101	2,051
3. ^a	24,456	1.142.037	1,430
4. ^a	36,754	443.413	0,600
5. ^a	52,010	37.608	0,069

La flecha que tomaría la pila bajo la acción simultánea de estos esfuerzos sería:

$$f = \frac{P L^3}{3 E I} = \frac{2.919.913}{61} \times \frac{61^3}{3 E 10,231145468} = 0,0177 \text{ metros,}$$

supuesto $E = 20.000.000.000$.

Para que el trabajo del metal de los aristones fuera el calculado, era menester que los dos pilares estuvieran sólidamente unidos. Veamos ahora las secciones que deben tener las barras destinadas á conseguirlo. Supuestas inclinadas á 45°, su longitud sería

$$7,65 \times 1,414 = 10,817 \text{ metros,}$$

que, como se ve, es bastante grande y obligaría al empleo de piezas de secciones apropiadas y de mucho peso, razón por la cual se pensó en emplear una celosía de doble malla formada por hierros en **U**, cuyo peso se apreció en 25 toneladas, y que debía organizarse de modo que el conjunto, en lo posible, resultase estético.

El establecimiento de este arriostado traía como consecuencia inmediata que el transbordador no pudiera adosarse al muelle; pero se acordó salvar este inconveniente con la instalación de dos pequeños tramos de puente fijo que unieran ambas partes.

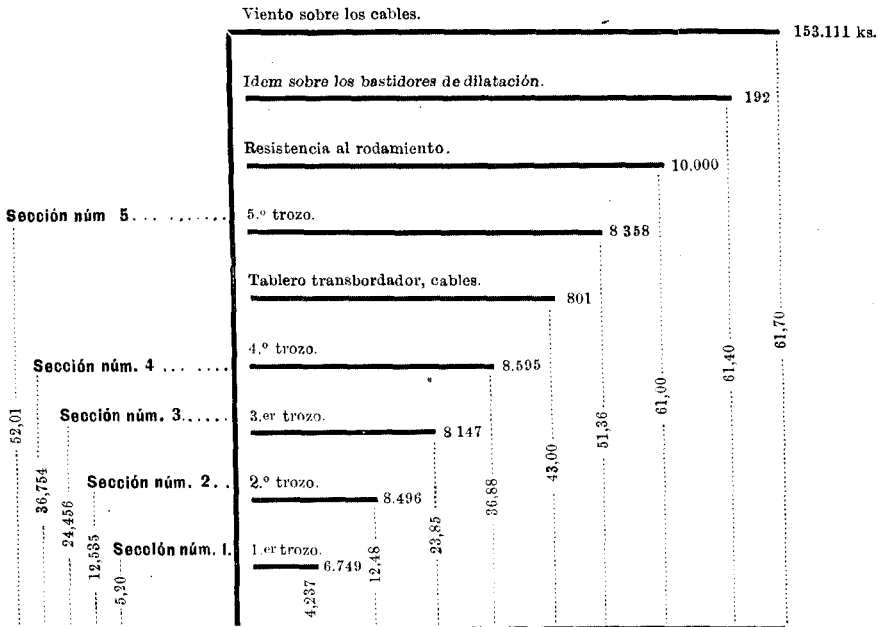
La adopción de hierros en **U** para el arriostado se hizo en atención á

que, expuestos al viento y siendo bastante largos, no resistirían en buenas condiciones á la compresión si fueran sencillas pletinas.

Por último, se hacía de todo punto necesario hacer perfectamente sólida la unión de los cuatro aristones de cada pilar á las chapas superiores destinadas á soportar los bastidores de dilatación, á fin de que todos los esfuerzos horizontales y verticales se transmitieran por igual á todos ellos (figs. 55, 56 y 57).

IV. Resistencia de las pilas al viento longitudinal.

Un estudio análogo al hecho anteriormente nos daría como resultado el siguiente diagrama, en el que se ha tenido también en cuenta el esfuerzo debido á la resistencia al rodamiento de los bastidores de dilatación, y se ha supuesto la fuerza del viento de sólo 100 kilogramos por metro cuadrado.



Para el cálculo del esfuerzo que el viento ejerce sobre la celosía del arriostrado de los pilares se supuso, por comparación con el ejercido sobre éstos, que fuera de 15.000 kilogramos, repartido proporcionalmente á la superficie de los distintos trozos entre los puntos de aplicación de los esfuerzos.

Esto aumenta en $\frac{3}{5}$ el esfuerzo total producido sobre los pilares.

La tabla siguiente contiene los valores de los momentos de inercia, de n , de $\frac{I}{n}$, los de flexión y el trabajo del metal á distintas alturas:

SECCIONES.	Alturas sobre la base. — Metros.	Sección total de los 8 aristones. — Milímetros cuadrados.	Momentos de inercia.	Valores de n . — Metros.	Valores de $\frac{I}{n}$	Momentos de vuelco.	Trabajo en los aristones. — Kilogramos por $m/m.^2$
Base.....	0,000	183.784	2,243622568	3,6555	0,613766	1,825.830	2,975
1. ^a	5,200	183.784	1,937641896	3,4085	0,568532	1,557.458	2,740
2. ^a	12,535	183.784	1,544598000	3,0605	0,504688	1,219.603	2,416
3. ^a	24,456	167.760	0,917018840	2,4935	0,367764	776.056	2,110
4. ^a	36,754	167.760	0,516117304	1,9095	0,270288	413.551	1,530
5. ^a	52,010	134.912	0,143128136	1,1550	0,123920	106.538	0,860

La flecha que por la acción del viento se produciría, sería

$$f = \frac{1.825.830}{61} \times \frac{61^3}{3 E \times 2,243622568} = 46 \text{ milímetros.}$$

V. Trabajo á que, por compresión, se hallará sometido el material en una pila reforzada y arriostrada.

Las cargas verticales que soporta cada pilar son:

Peso de la pila reforzada.....	153.740 kilos.
» del arriostrado con todas las modificaciones.	21.400 »
Componentes verticales.....	191.090 »

TOTAL..... 366.239 kilos,

á que corresponde una carga por milímetro cuadrado de

$$\frac{366.239}{183.784} = 1,993 \text{ kilogramos.}$$

Por efecto del viento transversal al puente, se produce un trabajo por extensión ó compresión de 2,868 kilogramos; luego el metal de los aristones estará sometido á uno de:

$$1,993 \pm 2,868 = \begin{cases} + 4,861 \\ - 0,875 \end{cases}$$

La acción del viento longitudinal produce esfuerzos verticales hasta de 1.347 kilogramos, pero en el sentido de disminuir la carga. Corresponde por esta causa, 0,007 kilogramos por milímetro cuadrado. Á su vez produce esfuerzos horizontales capaces de hacer trabajar el metal á 2,975 kilogramos por milímetro cuadrado. Sufrirá, pues, el metal de los aristones un total de

$$1,993 + 0,007 \pm 2,975 = \begin{cases} + 4,975 \\ - 0,975 \end{cases}$$

inferior al calculado en el primitivo proyecto, aun tenido en cuenta el efecto de los cables laterales de sujeción.

Los valores máximos hallados, 4,861 y 4,975 kilogramos por milímetro cuadrado, lo han sido prescindiendo en absoluto de todo punto intermedio de apoyo de las pilas, y, por lo tanto, merecen toda confianza.

Hay que tener en cuenta la forma de los pilares y su estructura, pues vienen á ser piezas largas sometidas á esfuerzos de compresión según su eje. La relación entre la dimensión de la base y la altura total de la pila es de $\frac{61}{7} = 8,7$, y la que hay entre la sección transversal de un aristón y la longitud libre entre dos de los nudos del ariostrado en el primer trozo es $\frac{3}{0,311} = 9,7$. Veamos ahora las condiciones de resistencia de una pieza en esta situación, y para eso apliquemos la fórmula

$$R' = \frac{R}{1 + 0,0008 \frac{\omega L^2}{I}},$$

en la que

- R' representa el coeficiente práctico de trabajo á que puede someterse en buenas condiciones de resistencia una pieza cargada según su eje,
- R el coeficiente absoluto de resistencia á la compresión admitido,
- ω la sección transversal,
- L la longitud libre,
- I el momento de inercia.

Esta fórmula da, en el caso de que nos ocupamos, $R' = 0,976$; de suerte que

para la mayor carga encontrada, que es de 4,975 kilogramos, resultará al material un trabajo á la extensión por milímetro cuadrado de

$$\frac{4,975}{0,976} = 5,100 \text{ ks.},$$

que es aceptable.

Es indudable que, dadas las cargas determinadas en las tablas anteriores, es el trozo inferior el sometido á mayor trabajo.

Todas estas modificaciones fueron acordadas después de empezada la construcción de los pilares y, por lo tanto, bajo la precisión de aprovechar los materiales puestos en obra ó ya adquiridos; lo que trajo como consecuencia inmediata ciertas limitaciones en la manera de resolver el problema, que, de no ser así, hubiera tenido mejor solución por el empleo de una pila igualmente resistente, menos pesada y, por lo tanto, más económica.

IV.

ESTABILIDAD.

Veamos ahora las condiciones de estabilidad del conjunto de la obra. Un viento capaz de producir 275 kilogramos de presión por metro cuadrado, que sople transversalmente al puente, tendería á derribarlo y produciría un momento de vuelco de 2.919.913 kilogramos; pero las cargas verticales producen uno de estabilidad de 3.598.298, superior en 678.385 kilogramos al anterior, y ésta queda asegurada. Si el viento soplase paralelamente al puente y produjera una presión de 100 kilogramos por metro cuadrado, daría lugar á un momento de 1.825.830 kilogramos, á que sólo se opone el de estabilidad de 1.281.836 kilogramos, que es inferior al anterior en 543.994 kilogramos; esfuerzo que debe ser soportado por la unión con la cimentación y por esta misma, que deberá tener un peso de

$$\frac{543,994}{7} = 77,713 \text{ ks.}$$

para cada cuatro aristones. Más adelante haremos su descripción.

El enlace con la cimentación está hecho por dos largos pernos con tuerca y contratuerca, sólidamente empotrados en las mamposterías, calculados de modo que resulten más de los 77.713 kilogramos que pueden llegar á tener que soportar. Oportunamente volveremos sobre el particular.

V.

ACCIÓN DEL VIENTO SOBRE EL TABLERO.

NECESIDAD DE REFORZAR SU RESISTENCIA.

El viento que enfile el valle ejercerá de lleno toda su acción sobre el tablero del puente, que nada tiene que le resguarde de él, y dará lugar á esfuerzos de importancia, cuyo conocimiento exacto fué por demás necesario para la ejecución de la obra. Á primera vista parece que las piezas de un lado protegerán las del otro; pero no puede esto admitirse de un modo completo, pues la distancia de 7,40 metros basta para hacer inapreciable la protección debida á las piezas de pequeña superficie; así es que sólo se aceptó esta hipótesis para los largueros que soportan los carriles sobre que han de moverse los rodillos del bastidor movable.

En este supuesto, dada la organización general de la obra (fig. 26) y la especial del tablero (figs. 60 y 61), la superficie de éste expuesta al viento será, por metro de longitud, la siguiente:

1 larguero inferior de 0,600 metros de altura .	0,600000	metros cuadrados.	
1 pieza de puente I cada cuatro metros	0,000820		»
2 pilarotes de 0,110 × 1,80 cada 2 metros	0,198000		»
2 I de 100 × 50 cada 4 metros	0,003200		»
2 trozos de largueros superiores	0,300000		»
2 × 280 barras redondas de 0,038 (á los $\frac{2}{3}$) .	0,141833		»
Riostras horizontales	0,012000		»
2 trozos de cables parabólicos (á los $\frac{2}{3}$)	0,060000		»
Pernos, varillas de suspensión, etc.	0,084147		»
TOTAL	1,400000		»

á que corresponde un esfuerzo de

$$1,40 \times 275 = 385 \text{ ks.}$$

por cada metro lineal de tablero.

Se prescinde del transbordador y bastidor superior, que estará adosado á uno de los muelles, como ya se ha dicho anteriormente.

Si el tablero se roblonara sólidamente á los pilares, debería considerarse como una pieza empotrada en sus extremos y uniformemente cargada á razón de 385 kilogramos por metro de longitud. El momento de flexión sería

$$\frac{P L^2}{12} = \frac{385 \times 160^2}{12} = 821.333 \text{ ks.},$$

que dará sobre los aristones reacciones iguales y contrarias; pero la separación de éstos en sentido longitudinal al puente es de 2,90 metros; luego habrá de verificarse

$$L \times 2,90 = 821.333 \text{ ks.}$$

y, por lo tanto,

$$L = 283.598 \text{ ks.},$$

esfuerzo que, aplicado á 43 metros de altura, da un momento sobre la base de

$$283.598 \times 43 = 12.194.714 \text{ ks.},$$

que produciría sobre el metal una carga de

$$\frac{12.194.714}{509.012} = 23,958 \text{ ks.},$$

por completo inadmisibles, que procede de considerar al tablero como empotrado, cuando ni por su modo de sujeción, que más adelante estudiaremos, ni por el efecto destructor que produciría sobre las pilas, debe ser considerado de esa manera.

Veamos ahora lo que ocurriría considerándolo simplemente como apoyado en sus extremos. El momento de inercia de la reacción transversal del tablero es

$$2 \text{ chapas } 0,600 \times 0,009 = 0,0108000$$

$$2 \text{ escuadras de } 10 \text{ ks.} = 0,0076062$$

$$I = 0,0184062 \times 3,7^2 = 0,251980878$$

$$\text{ó sea para las dos vigas.} \dots\dots\dots 0,503961756$$

además

$$n = 3,894$$

$$\frac{I}{n} = \frac{0,503961756}{3,894} = 0,129423.$$

El momento de flexión será

$$\frac{P L^2}{8} = \frac{385 \times 160^2}{8},$$

y, por consiguiente,

$$R = \frac{385 \times 160^2}{8 \times 129.423} = 9,519 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado, que es una carga excesiva para piezas de longitud superior á diez veces su menor dimensión sometidas á compresión.

Bajo esta carga se producirá sobre las pilas una igual á

$$385 \times 80 = 30.800 \text{ ks.}$$

Las riostras trabajarán tanto más, cuanto más próximas estén al apoyo; la más próxima á las pilas sufrirá un esfuerzo de compresión de

$$\frac{30.800}{5,656} \times 8 = 43.564 \text{ ks.,}$$

que, dada la primitiva sección calculada, que era de $140 \times 8 = 2.520$ milímetros cuadrados, corresponde á una carga de 17,93 kilogramos, por completo inadmisibles para una pieza cuya longitud, 5,656 metros, es 314 veces mayor que la menor dimensión transversal.

Por último, basta considerar que el punto de aplicación del esfuerzo producido por el viento está bastante elevado con relación al eje de la viga de 0,60 de altura (fig. 61) para comprender que se producirá siempre algún esfuerzo de torsión.

En resumen: se impuso desde el primer momento la necesidad de reforzar el tablero de una manera considerable, pero no se decidió de un modo completo cuál habría de ser el procedimiento que se emplease.

La flecha que por la acción del viento tomará el tablero, es

$$f = \frac{5 p L^4}{384 E I} = \frac{5 \times 385 \times 160^4}{384 \times 20.000.000.000 \times 0,503961756} = 0,326 \text{ metros,}$$

que correspondería, dada la luz de 160 metros, á un círculo de radio

$$r = 9816 \text{ metros,}$$

en el que, para una cuerda de 24 metros de longitud del bastidor superior móvil, resulta una flecha de 7 milímetros; luego si se deja este juego á los rodillos de dicho bastidor no se interrumpirá la circulación por esta causa.

VI.

UNIÓN DEL TABLERO Á LOS PILARES.

Por efecto de las variaciones de temperatura, el tablero sufrirá variaciones de longitud; y si se admite, como para los cables, que sean de 0,0003 por metro, resultará una total de 48 milímetros, que produciría en las pilas una flecha de 24 milímetros á la altura superior del tablero, es decir, á 43 metros, con un momento en la base de 1.922.057 kilogramos, superior al producido por todas las acciones horizontales anteriormente consideradas, y que produciría sobre el metal una sobrecarga mayor que la debida al viento y á la resistencia al rodamiento del bastidor de dilatación del extremo de las pilas, cosa completamente inadmisibile.

Si las pilas fueran capaces de soportar este esfuerzo sin sufrir deformación alguna, sería el tablero el que la experimentara; al tomar la longitud de 160,048 se produciría una flecha de 1,49 metros, que tampoco es admisible.

De todo esto resulta que no podía admitirse, como ya antes hemos dicho, que el tablero se sujetara invariablemente á los pilares, sino que, por el contrario, debía permanecer libre, para lo cual se adoptó la disposición indicada en la figura 50, según la cual el tablero se suspende por medio de horquillas *H*, de un pasador *A*, en el que se sujetan los rodillos *B*, apoyados en medios redondos *R* dispuestos sobre vignetas Γ *S*, atravesadas sobre una de las vigas de enlace *E* de los dos pilares.

VII.

VIGA TUBULAR.—ORGANIZACIÓN Y RESISTENCIA.

El tablero tal como está constituido (figs. 60 y 61), y dadas las consecuencias establecidas anteriormente, es una viga apoyada en los extremos, en la que hacen efecto de tablas las dos vigas tubulares que en su interior llevan los carriles. Veamos ahora su organización detallada y sus condiciones de resistencia.

I. Sección.

Cada una de estas vigas (fig. 60^{bis}) está formada á su vez por dos almas de chapa de 600×9 milímetros y seis escuadras de $\frac{90 \times 90}{11}$, y están separadas de eje á eje 6,840 metros (fig. 60^{ter.}).

La sección total será, por lo tanto,

2 chapas de $600 \times 9 = 5.400$ m/m. ²	10.800 m/m. ²
6 escuadras de $\frac{90 \times 90}{11} = 1.859$ m/m. ²	11.154 »
TOTAL	21.954 m/m. ²

de la que habrá que deducir la correspondiente á los taladros para la unión de los cubrejuntas, que es:

10 taladros de 20×9 en las almas	1.800 m/m. ²
2 ídem de 20×31 en las escuadras superiores .	1.240 »
4 ídem de 18×11 ídem	792 »
2 ídem de 20×20 en las escuadras inferiores .	800 »
2 ídem de 12×11 ídem	264 »
TOTAL Á DEDUCIR	4.896 m/m. ²

y queda, por lo tanto, una sección útil de 17.058 milímetros cuadrados.

Las vigas estarán sometidas únicamente al esfuerzo producido por el viento; pues si bien se producirá alguno de flexión vertical será despreciable, porque el momento de inercia es muy pequeño y los puntos de apoyo están muy próximos, toda vez que distan sólo dos metros en la parte central y cuatro en las laterales.

El esfuerzo producido por el viento es de 385 kilogramos por metro lineal; luego el momento de flexión en cada punto estará determinado por la expresión

$$385 \frac{x^2}{2} = 192,5 x^2,$$

en la que x representa la distancia del punto considerado al apoyo más próximo.

El momento de inercia de la sección total es

$$2 \times 21.954 \times \left(\frac{6,84}{2} \right)^2 = 513.565,531,$$

y el de la útil resistente á toda clase de esfuerzos

$$2 \times 17.058 \times \left(\frac{6,84}{2}\right)^2 = 399.034,382.$$

Á su vez, el valor de n es

$$n = \frac{6,840}{2} + 0,150 + 0,009 + 0,090 = 3,669,$$

y, por lo tanto,

$$\frac{I}{n} = 139.974 \text{ para la sección total,}$$

$$\frac{I}{n} = 108.758 \text{ para la verdaderamente resistente á la tracción;}$$

de donde se deduce:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{192,5}{139.974} x^2 = 0,001375255 x^2 \\ R &= \frac{192,5}{108.758} x^2 = 0,001769985 x^2 \end{aligned} \right\} \text{según se tome una ú otra sección,}$$

y si se substituyen los valores de x , correspondientes á los distintos trozos (figura 60^{ter.}), se obtiene la tabla siguiente:

	Valores de x	VALORES DE R .		
		Tracción en kilogramos por m/m. ² de la sección útil.	COMPRESIÓN EN KILOGRAMOS POR M/M. ² DE LA SECCIÓN TOTAL.	
			No tenuta en cuenta la longitud libre.	Tenida en cuenta la longitud libre.
1. ^{er} trozo.....	0	0,000	0,000	0,000
2. ^o id.	8	0,114	0,083	0,093
3. ^o id.	16	0,453	0,352	0,372
4. ^o id.	24	1,019	0,792	0,836
5. ^o id.	32	1,812	1,408	1,486
6. ^o id.	40	2,832	2,200	2,322
7. ^o id.	48	4,078	3,169	3,345
8. ^o id.	56	5,551	4,313	4,553
9. ^o id.	64	7,250	5,633	5,947
10. ^o id.	72	9,176	7,128	7,525
	80	11,405	8,801	9,291

En la última columna se indican las cargas que sufrirá el material cuando se tiene en cuenta la longitud libre de prisma comprimido, mediante la aplicación de la fórmula ya citada

$$R' = R \frac{1}{1 + 0,00008 \frac{\omega L^2}{I}}$$

en la que I , en este caso, es igual á 0,000504758304, por ser la suma de los correspondientes á las dos chapas verticales y seis escuadras que la componen, y estar el eje que se considera á 150 milímetros de la cara interior de las piezas.

Basta una ojeada sobre la tabla para ver que el trabajo del material á la extensión varía de 0 á 11,4 kilogramos y á la compresión desde 0 hasta 9,29 kilogramos. Es algo excesiva, pero puede admitirse sin grave inconveniente por tratarse de suposiciones extremas, como la de que el viento sople perfectamente de lleno sobre el tablero y produzca una presión de 275 kilogramos por metro cuadrado de superficie. Á pesar de esto, se convino en mejorar las condiciones de resistencia del material mediante una prudente modificación en la organización de la viga; pues si bien es verdad que en los últimos tramos resulta algo recargado el material, no lo es menos que en los primeros no sufre, ni con mucho, la carga conveniente para su buen aprovechamiento desde este punto de vista, por lo cual se mandó suprimir las escuadras exteriores de la parte superior en los cuatro primeros tramos y añadir la mitad de ellas á la parte inferior de la tabla en los dos tramos centrales, con lo que se introdujo una economía de $8 \times 8 (4 - 2) = 128$ metros de escuadra, que, á razón de 14,50 kilogramos, hace un total de 1.856 kilogramos, y se forma la viga de tres secciones distintas, crecientes de los pilares al centro.

Las secciones mayores correspondientes al centro del puente serán:

$$\begin{aligned} \text{total} \quad & 21.954 + 2 \times 1.859 = 25.672 \text{ m}^2 \\ \text{útil} \quad & 17.058 + 2 \times 1.859 = 20.776 \text{ m}^2; \end{aligned}$$

los momentos de inercia correspondientes:

$$\begin{aligned} I &= 2 \times 25.672 \times 3,42^2 = 600.539,962 \\ I &= 2 \times 20.776 \times 3,42^2 = 486.008,813, \end{aligned}$$

y como $n = 3,669$,

$$\frac{I}{n} = 163.679 \text{ para la sección total,}$$

$$\frac{I}{n} = 132.464 \text{ para la útil resistente;}$$

de donde se deduce, respectivamente:

$$R = 0,001176082 x^2,$$

$$R = 0,001453225 x^2,$$

y si se substituyen en lugar de x los valores 72 y 80, resulta:

Valores de x	Tracción. <i>Kilogramos.</i>	COMPRESIÓN.	
		Si se prescinde de la longitud.	Si no se prescinde.
		<i>Kilogramos.</i>	<i>Kilogramos.</i>
72	7,533	6,097	6,366
80	9,301	7,527	7,860

La supresión de las escuadras en las inmediaciones de las pilas reduce la anchura del tablero en $90 \times 2 = 180$ milímetros; y como siempre es aprovechable el espacio entre los dos pilares, esta disminución puede transformarse en un aumento que contribuirá á hacer mejores las condiciones de resistencia del tablero, pues la distancia de eje á eje de las vigas pasa de 6,840 á 7,020 metros, y todos los valores de R disminuyen en $\frac{7,02^2 - 6,84^2}{6,84^2}$, ó sea próximamente un 5 por 100.

II. Cubrejuntas de las vigas tubulares.

Las almas de las vigas tubulares, que, como repetidas veces hemos dicho, son planos de 600×9 , tienen unidas sus distintas partes por cubrejuntas de $510 \times 350 \times 12$, con 12 remaches de 20 milímetros en cada lado. Otros dos atraviesan además las escuadras superiores. La más alejada del centro del tablero lo está á

$$3,420 + 0,150 + 0,0045 = 3,5745 \text{ metros,}$$

y la fibra extrema á

$$n = 3,669 \text{ metros.}$$

El trabajo por extensión de la sección resistente será

$$0,001769985 \frac{3,5745}{3,669} x^2 = 0,001724397 x^2.$$

Ahora bien; la sección resistente de la pieza de enlace es

$$600 \times 9 - 20 \times 9 \times 7 = 5.400 - 1.260 = 4.140 \text{ milímetros cuadrados;}$$

luego el esfuerzo por tracción que experimente será

$$0,004140 \times 0,001724397 x^2 = 0,0000713900358 x^2,$$

que habrá de ser soportado por los 14 remaches, que trabajarán por esfuerzo cortante. La sección de ellos es

$$\pi \cdot \overline{10}^2 \cdot 14 = 0,004398;$$

luego corresponderá á un trabajo de

$$\frac{0,0000713900358}{0,004398} x^2 = 0,00162324 x^2.$$

Si se aceptan para coeficientes de resistencia 3.000.000 y 4.000.000 kilogramos, se obtienen para x valores iguales á 43 y 50 metros; luego los remaches no trabajarían en buenas condiciones más que sobre las doce ó trece primeras uniones, y habrán de resistir una carga de más de 4 kilogramos por milímetro cuadrado en las ocho últimas. En la central soportarían por milímetro

$$R = 0,00162324 \times 80^2 = 10,389 \text{ kilogramos;}$$

en vista de esto, se comprobó la conveniencia de modificar esta parte de la construcción en la forma siguiente: los cubrejuntas números 1 á 11, hechos con chapa de 9 milímetros de espesor en lugar de 12, con la misma anchura, longitud, número y clase de remaches previstos en un principio; los números 12 y 13 en iguales condiciones, pero de chapa de 12 milímetros; los números 14, 15, 16 y 17 de chapa de 12 milímetros con la misma anchura, pero una longitud de 520 milímetros y tres hileras de remaches de 22 milímetros, y los números 18, 19 y 20 de 12 milímetros, igual anchura, 690 milímetros de longitud y cuatro hileras de remaches de 22 milímetros.

Esta gradación en los cosidos da por resultado las resistencias indicadas en la tabla siguiente:

Número de orden del cubrejuntas.	Valor de π	Esfuerzo. — 7,139 π^2 .	SECCIÓN.	Valor de R.
11	44	13.821	14 π 10 ² = 4.398	3,142
13	52	19.304	14 π 11 ² = 5.322	3,627
17	68	33.011	21 π 11 ² = 7.983	4,135
20	80	45.690	28 π 11 ² = 10.644	4,292

y las variaciones que se introducirán en el peso serán las siguientes:

	<u>Aumento.</u>	<u>Disminución.</u>
Cubrejuntas números 1 á 11, de 9 milímetros de espesor en lugar de 12 : = $3 \times 510 \times 350 = 535.500$ milímetros cúbicos á 4,177 ks. el cubrejuntas....		45.987
Cubrejuntas números 12 y 13 : = 2×28 remaches con 112 cabezas que en vez de 20 milímetros tienen 22: á 87 gramos de aumento por remache.....	4,872	
Cubrejuntas números 14 á 17.		
Chapa : = $(520-350) 510 \times 12 = 1.040.400$ milímetros cúbicos á 8,115 ks. el cubrejuntas.....	32,460	
4 \times 28 remaches de 20 que han de ser de 22, á 87 gramos uno	9,744	
4 \times 14 remaches que se añaden á 174 gramos uno.	19,488	
Cubrejuntas 18, 19 y 20.		
Chapa : = $(690-350) 510 \times 12 = 2.080.800$ milímetros cúbicos á 16,230 ks. el cubrejuntas.....	48,690	
3 \times 28 aumentos de diámetro en los remaches, á 87.	7,308	
3 \times 28 remaches de aumento, á 348 gramos.....	29,232	
	<hr/>	<hr/>
TOTALES.....	151,794	45,947
<i>Disminución</i>	45,947	

Aumento resultante..... 105,847 kilogramos,

que corresponde á uno de los lados de una viga tubular en la mitad del puente. El aumento será, por consiguiente,

Para cada viga tubular en la mitad del puente.	211,694 kilogramos.
Para ídem id. en la totalidad del id.	423,388 »
Para todo el tablero.....	846,776 »

En cuanto á las escuadras, es natural que sus cubrejuntas reciban, en espesor, longitud y cosido, modificaciones análogas á las explicadas, por lo cual puede sensiblemente establecerse proporción entre sus pesos y los aumentos que éstos experimenten. Cada una de las estudiadas de $510 \times 350 \times 12$ pesa 16,708 kilogramos, y las cuatro correspondientes á las escuadras 18,416; luego la relación es de $\frac{18.416}{16.708}$, y el aumento de peso será por este concepto de

$$846,776 \frac{18.416}{16.708} = 933,618 \text{ kilogramos}$$

para todo el tablero.

VIII.

ARRIOSTRADO HORIZONTAL DEL TABLERO.

I. Piezas oblicuas.

El esfuerzo cortante producido por el viento de 275 ks. por m.² sobre los distintos puntos del tablero está dado por la fórmula

$$385 (80 - x),$$

y la componente del esfuerzo transversal que produzca sobre las piezas que componga el arriostado en dirección del eje de éste será

$$\frac{385 (80 - x)}{\cos. \varphi}.$$

y su sección habrá de ser, por lo tanto,

$$\frac{385 (80 - x)}{R \cos. \varphi} = \frac{385 (80 - x)}{R} \frac{\sqrt{6,84^2 + 8^2}}{6,84} = \frac{592,442 (80 - x)}{R};$$

pero como en cada tramo de 8 metros hay dos, se tendrá en definitiva, si se representa por S la sección de uno de ellos,

$$S = \frac{296,221 (80 - x)}{R}$$

ó

$$R = \frac{296,221 (80 - x)}{S}$$

Si se aplica esta última fórmula á los diez tramos en que se divide el tablero, se obtienen los resultados consignados en la siguiente tabla:

Tramos.	Valor de x — — Metros.	Trabajo total sobre cada barra — — Kilogramos.	PROYECTO DEL CONSTRUCTOR				PROYECTO DEL DIRECTOR			
			SECCIÓN.		TRABAJO.		SECCIÓN.		TRABAJO.	
			Total.	Resis- tente.	Compresión S total.	Tracción S resis- tente.	Total.	Resis- tente.	Compresión S total.	Tracción S resis- tente.
			— — Milims. ²	— — Milims. ²	— — Kilogs.	— — Kilogs.	— — Milims. ²	— — Milims. ²	— — Kilogs.	— — Kilogs.
1.º	0	23.698	5.769	5.373	4,108	4,410	5.769	5.389	4,108	4,397
2.º	8	21.328	5.256	4.893	4,058	4,359	5.256	4.876	4,058	4,374
3.º	16	18.958	5.256	4.893	3,607	3,874	5.256	4.876	3,607	3,888
4.º	24	16.588	4.102	3.716	4,044	4,464	4.102	3.722	4,044	4,457
5.º	32	14.219	3.590	3.244	3 960	4,383	3.077	2.283	4,621	5,036
6.º	40	11.849	3.077	2.747	3,851	4,313	2.807	2.553	4,221	4,641
7.º	48	9.479	2.564	2.242	3,697	4,228	2.410	2.227	3,933	4,256
8.º	56	7.109	2.038	1.862	3,488	3 818	1.704	1.487	4,172	4,781
9.º	64	4.740	1.705	1.529	2,780	3,100	1.104	982	4,293	4,826
10.º	72	2.370	1.294	1.140	1,831	2,079	1.104	982	2,146	2,413

Veamos ahora el efecto que sobre los esfuerzos á la compresión producirá la longitud de las barras de arriostrado. De eje á eje de las vigas tubulares, hay, según la diagonal del tramo, una distancia de $\sqrt{8^2 + 7,02^2} = 10,64$ metros. La longitud de cada media barra será 5,32 metros, de la que habrá que descontar la parte ocupada por los platos de cosido del centro y los lados, cuyas longitudes varían de

0,742 á 0,980 en los lados, y
0,480 á 0,920 en el centro,

ó sea

1,222 á 1,900 en total.

Si se toma un término medio y se aplica la fórmula de la pág. 107, se ob-

tiene la tabla siguiente, en que se expresan las dimensiones de las barras, su peso, sección, momento de inercia y cargas totales á la compresión:

Tramos.	Hierros en \perp de	Peso del metro. — Kilogs.	L.	L. ²	ω Total en millim. tros. ²	I En milloné- simas.	$1 + 0,00008$ $L^2 \frac{\omega}{I} = K.$	COMPRESIÓN	
								sin tener en cuenta la longitud.	teniendo en cuenta la longitud.
								Kilogs.	Kilogs.
1.º	$\frac{300 \times 102}{12}$	45	4,31	18,5761	5 764	4,054	3,115	4,108	12,796
2.º	$\frac{300 \times 100}{11}$	41	4,31	18,5761	5.256	3,556	3,196	4,058	12,969
3.º	$\frac{300 \times 100}{11}$	41	4,31	18,5761	5.256	3,556	3,196	3,607	11,528
4.º	$\frac{200 \times 84}{12}$	32	4,31	18,5761	4.102	2,040	3,988	4,044	16,127
5.º	$\frac{200 \times 82}{10,5}$	28	4,31	18,5761	3.590	1,731	4,082	3,960	16,165
6.º	$\frac{180 \times 72}{10}$	24	4,31	18,5761	3.077	1,113	5,108	3,851	19,671
7.º	$\frac{153 \times 65}{9,7}$	20	4,38	19,1844	2.564	0,772	6,097	3,697	22,540
8.º	$\frac{140 \times 60}{8,4}$	15,9	4,45	19,8025	2.038	0,529	7,103	3,488	24,775
9.º	$\frac{120 \times 55}{8}$	13,3	4,60	21,1600	1.705	0,378	8,635	2,780	24,005
10.º	$\frac{100 \times 50}{7}$	10,1	4,65	21,6225	1.294	0,244	10,173	1,831	18,627

Los valores de la última columna indican bien á las claras que el metal llegaría á soportar presiones excesivas si llegara á soplar un viento capaz de producir una presión de 275 kilogramos por metro cuadrado. Es la confirmación de lo indicado anteriormente.

La fórmula empleada para el cálculo de esta columna es debida á Rankine, y es la empleada por la Sociedad de construcción de Batignoles (*Établissements Govin*). Mr. Seyrig, para los cálculos del gran puente sobre el Duero, empleó otra atribuida á Navier:

$$P = \frac{E I n^2}{L^2}$$

que da la carga P de ruptura de una pieza cuyo momento de inercia sea I , la longitud L , y E el coeficiente de elasticidad. Aplicada á las barras de mayor tensión y sección, se deduce que la \square de 300×102 da, si se toma $E = 16.000.000.000$, $P = 34.463$ y la \square de 100×50 , $P = 1.782$ kilogramos. Con un coeficiente de seguridad de $\frac{1}{5}$, la primera no debería cargarse más que con 6.893 kilogramos, siendo así que lo está con 23.698, y la segunda con 356, y ha de soportar 2.369. Resultaría, pues, que esas piezas estarían trabajando en condiciones todavía más desfavorables que las deducidas anteriormente y consignadas en la tabla precedente.

Un examen más atento de la misma tabla demuestra que el peligro estriba en la gran longitud que con relación á su dimensión mínima tienen estas barras; y en la posibilidad de que trabajen por flexión, además de hacerlo por compresión según su eje, y, que por lo tanto, bastaría para mejorar sus condiciones hacerlas más rígidas, con lo que hasta podrían reducirse sus dimensiones, para ello se adosan ligeras armaduras á las caras horizontales de las \square .

Un examen más atento de la misma tabla demuestra que el peligro estriba en la gran longitud que con relación á su dimensión mínima tienen estas barras; y en la posibilidad de que trabajen por flexión, además de hacerlo por compresión según su eje, y, que por lo tanto, bastaría para mejorar sus condiciones hacerlas más rígidas, con lo que hasta podrían reducirse sus dimensiones, para ello se adosan ligeras armaduras á las caras horizontales de las \square .

En el tramo primero podrían ponerse barras de $\frac{200 \times 88}{10,5}$ que pesen 28 kilogramos el metro. Los valores de ω serán 0,003590 total y 0,003244 resistente; el de $I = 0,000001731$ y el de $n = 0,060$. El esfuerzo de tracción ó compresión de 23.698 kilogramos dará lugar á una carga de 7,305 kilogramos á la tracción por milímetro cuadrado, y de 6,601 á la compresión.

Para calcular las armaduras consideremos tres fuerzas verticales P P P' (fig. 66), que tiendan á flexar las \square supuestas de 4 metros de longitud. El momento de flexión será

$$P \frac{4}{4} + 2 P' \frac{1 \times 3}{4} = P + \frac{3}{2} P';$$

el momento resistente $\frac{R I}{n}$ para $R = 6.601.000$, será

$$\frac{6.601.000 \times 0,000001731}{0,060} = 190,439 \text{ ks.},$$

y la ecuación de equilibrio será

$$P + \frac{3}{2} P' = 190,439.$$

Si se supone $P = P'$

$$\frac{5}{2} P = 190,439$$

y

$$P = 76,176.$$

En este cálculo se ha supuesto la \square completamente apoyada en los extremos: si estuviera empotrada daría valores dobles, circunstancia que, hasta cierto punto, se atenderá tomando para P un valor igual á 100 kilogramos. Es indudable que si las manguetas de la armadura ejercieran esfuerzos iguales y contrarios á $P P'$, se conseguiría la deseada rigidez. Sobre los tirantes se producirían esfuerzos de tracción T y T_1 , que estarán determinados por las condiciones de equilibrio en C y B , que serán respectivamente:

$$\frac{T}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{0,120 - 0,090}\right)^2}} = \frac{100}{2}$$

$$\frac{T_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{0,120 - 0,090}\right)^2}} - \frac{100}{2} = 100,$$

de las que se deduce:

$$T = 1.667 \text{ ks.}$$

$$T_1 = 1.673 \text{ »}$$

Resulta, pues, que el tirante más cargado ha de resistir 1.667 kilogramos á la tracción, y las manguetas 100 kilogramos á la compresión; es decir, que serán piezas muy ligeras.

La organización de estas armaduras es la siguiente:

El tirante formado por un redondo de 200 milímetros, acodado en tres puntos con tuercas y clavijas de sujeción en sus extremos, atravesaría dos escuadras algo abiertas (fig. 67), sujetas por tres pernos de 18 milímetros á la tabla de la \square , y las tornapuntas ó manguetas serían trozos recortados en \square de 90 y 120 milímetros de tabla (fig. 67 bis).

El peso del tirante es de 10 kilogramos, los dos de cada armadura pesarán 20; cada escuadra pesa 1,1 kilogramos, y los cuatro 4,40 kilogramos, el

medio de cada mangueta 1,5 kilogramos ; luego las seis pesarán 9 kilogramos: por lo tanto, la armadura doble de una barra del primer trozo pesará

$$20 + 4,4 + 9 = 33,40 \text{ ks.},$$


y el total, para las 80 necesarias, no llegaría á 2.000 kilogramos.

Mediante esta disposición, las longitudes libres de las \square sometidas á compresión se reducen á 1 metro, y los valores de K se modifican según se indica en la tabla siguiente:

Tramos.	PARA L = 4 METROS.		PARA L = 1 METRO.	
	Valor de K	Valor de K-1	Valor de K	Valor de K-1
1.º	3,115	2,115	1,132	0,132
2.º	3,196	2,196	1,137	0,137
3.º	3,196	2,196	1,137	0,137
4.º	3,988	2,988	1,188	0,188
5.º	4,082	3,082	1,193	0,193
6.º	5,108	4,108	1,257	0,257
7.º	6,097	5,097	1,319	0,319
8.º	7,103	6,103	1,382	0,382
9.º	8,635	7,635	1,477	0,477
10.º	10,173	9,173	1,573	0,573

es decir, que los valores de K — 1 resultan 16 veces menores.

Adoptado el sistema de las armaduras en la forma prescrita, el arriostrado del tablero quedaría constituido del modo indicado en la tabla adjunta:

Tramos.....	Esfuerzos por barra..	 d	Peso por metro.....	Sección total.....	Sección resistente....	Trabajo á la tensión en la sección resistente.....	Trabajo á la compresión en la sección total sin tener en cuenta la longitud.....	Valores de K.....	Trabajo á la compresión en la sección total, teniendo en cuenta la longitud.....	PESO
										Kilog.
1.º	23.698	$\frac{200 \times 82}{10,5}$	28	3.590	3.244	7,305	6,601	1,132	7,472	583,00
2.º	21.328	idem	28	3.590	3.244	6,575	5,941	1,137	6,755	583,00
3.º	18.958	$\frac{180 \times 72}{10}$	24	3.077	2.747	6,901	6,161	1,137	7,005	499,00
4.º	16.588	$\frac{153 \times 65}{9,7}$	20	2.564	2.242	7,400	6,470	1,188	7,686	416,00
5.º	14.219	$\frac{140 \times 60}{8,4}$	15,9	2.038	1.862	7,631	6,977	1,193	8,323	331,00
6.º	11.849	$\frac{120 \times 55}{8}$	13,3	1.705	1.529	7,750	6,950	1,257	8,736	278,00
7.º	9.479	idem	13,3	1.705	1.529	6,200	5,560	1,319	7,333	278,00
8.º	7.109	$\frac{100 \times 50}{7}$	10,1	1.294	1.140	6,236	5,494	1,382	7,620	210,00
9.º	4.740	idem	10,1	1.294	1.140	4,158	3,663	1,477	5,410	210,00
10.º	2.370	idem	1,1	1.294	1.140	2,080	1,832	1,573	2,882	210,00
Corresponde á medio puente.....										3.598,00
Idem á todo él.....										7.196,00
Aumento por las armaduras.....										2.000,00
Peso total del arriostrado.....										9.196,00
Había calculado.....										11.246,32
Hay, por consiguiente, una economía de peso de.....										2 050,32

II. Platos para el cosido de las riostras.

En un principio estaba proyectado que las riostras horizontales del tablero se unieran á las escuadras superiores de la viga tubular, y á los travesaños que limitan los distintos tramos, por medio de platos (figs. 62, 63, 64 y 65) de dimensiones variables entre $1.500 \times 880 \times 12$ milímetros

en la proximidad de las pilas y $1.130 \times 730 \times 8$ en el centro del puente, cosidas por medio de roblones de 22 milímetros en número variable de 30 á 6. Asimismo, en el eje del tablero, las cuatro riostras están unidas entre sí, y al larguero central del puente, por medio de platos cuyas dimensiones varían entre $1.400 \times 1.200 \times 12$ milímetros en la inmediación de las pilas á $730 \times 620 \times 8$ en el centro del puente, cosidas en la misma forma que las anteriores. Dado el esfuerzo que sobre ellas habría de actuar, los roblones estarían sometidos al trabajo expresado en la siguiente tabla:

Tramos.	Esfuerzo que ha de resistir cada barra. — Kilogramos.	Número de roblones.	Sección total de los roblones. — Milímetros cuadrados.	Trabajo de los roblones por m/m ² . Esfuerzo cortante. — Kilogramos.
1.º	23.698	30	11.404	2,078
2.º	21.328	30	11.404	1,870
3.º	18.958	30	11.404	1,750
4.º	16.588	21	7.983	2,078
5.º	14.219	21	7.983	1,781
6.º	11.849	15	7.202	1,645
7.º	9.479	12	5.762	1,645
8.º	7.019	9	3.421	2,078
9.º	4.740	6	2.281	2,078
10.º	2.370	6	2.281	1,038

Se ve que el más cargado sólo soportará poco más de 2 kilogramos, carga que es realmente muy pequeña, sobre todo si se emplean remaches de acero dulce de buena calidad, que sin inconveniente ninguno pueden someterse á cargas de 4 kilogramos por milímetro cuadrado, y, por lo tanto, como uno de 22 milímetros tiene una sección de 380 milímetros cuadrados, puede soportar un esfuerzo de tonelada y media sometido á esfuerzo cortante. Fundándose en esto, se decidió la modificación de esta parte de la construcción en la forma indicada en la tabla adjunta:

Tramos.....	Esfuerzo por cada barra en toneladas...	Número de roblones.....	Dimensión de los platos laterales. — Milímetros.	Dimensión de los platos centrales. — Milímetros.	Peso de un plato lateral. — Kilogramos.	Peso de un plato central. — Kilogramos.	Peso de los platos en cada tramo. — Kilogramos.	
1.º	24	16	1.250 × 750	1.050 × 900	73,125	73,710	220	
			10	10				
2.º	22	15	Idem.	Idem.	73,125	73,710	220	
3.º	19	13	1.100 × 700	900 × 800	60,060	56,160	189,35	
			10	10				
4.º	17	12	Idem.	Idem.	60,060	56,160	176,28	
5.º	15	10	1.100 × 700	900 × 800	48,048	44,928	153,04	
			8	8				
6.º	12	8	Idem.	Idem.	48,048	44,928	141,02	
7.º	10	7	Idem.	Idem.	48,048	44,928	141,02	
8.º	8	6	1.050 × 700	800 × 700	45,864	34,944	128,86	
			8	8				
9.º	5	4	Idem.	Idem.	45,864	34,944	126,67	
10.º	3	2	Idem.	Idem.	45,864	34,944	126,67	
Peso para medio tablero.....							1.622,91	
Idem para el tablero entero.....							3.246,00	
Había calculado.....							4.833,00	
y, por lo tanto, hay una economía de.....							2.587,00	

Á esta economía hay que agregar la producida para cada mitad de puente por la supresión de 688 cabezas de roblones ó 1.376 en todo el puente, á 0,374 kilogramos uno, que es de 515 kilogramos, y la debida á la disminución de los suplementos colocados entre los platos, que es de 32 kilogramos.

IX.

VIGA ARMADA QUE CONSTITUYE EL PRETIL.

La viga armada (figs. 60 y 61) es de absoluta necesidad para evitar que se produzcan fuertes oscilaciones verticales por efecto del movimiento del transbordador y para repartir la carga sobre toda la parte central del cable de suspensión. Supuestas estas condiciones, la carga de 20 toneladas se re-

partiría entre 49 péndolas á razón de 408,2 kilogramos cada una; pero como el bastidor movable no tiene más que 24 metros, serán sólo 13 las que lo soporten; y puesto que sólo deben individualmente resistir 408,2 kilogramos, entre las 13 soportarán 5.266,6 kilogramos. La diferencia

$$20.000 - 5.266,6 = 14.733,4 \text{ kilogramos}$$

es la que deberá resistir la viga armada.

El larguero superior estará sometido á una compresión dada por el valor

$$\frac{14.733,4 \times \text{tang. } 45^\circ}{2} = 7.367 \text{ kilogramos.}$$

Según el primitivo proyecto, debía estar formado por dos \square de $\frac{140 \times 60}{8,5}$

y 15,9 kilogramos de peso por metro, cuya sección es de 2.038 milímetros cuadrados, de la que hay que descontar un taladro de 62 milímetros, es decir, 527 milímetros cuadrados, y quedan sólo 1.511 milímetros de sección útil.

Dada la carga de 7.367 kilogramos, á la que deben resistir las dos \square , resulta para R un valor de 2,431 kilogramos por milímetro cuadrado, si no se tiene en cuenta la longitud entre apoyos, es decir, entre tornapuntas. Para tenerla en cuenta habrá que multiplicar el valor anteriormente hallado por

$$1 + 0,00008 \frac{\omega L^2}{I} = 1 + 0,00008 \frac{0,002038}{0,000000533} = 1 + 1,224, \text{ toda}$$

vez que el momento de inercia es 0,000000533. La carga será, por consiguiente, $2,431 \times 2,224 = 5,407$ kilogramos por milímetro cuadrado, que es aceptable.

El apoyo que el larguero tiene cada cuatro metros está proporcionado por tornapuntas de poca sección y poca base en sentido transversal al puente; luego deberá procurarse hacerlas más tendidas y hacer todo lo sólido posible el apoyo; aparte de esto, y para mayor seguridad en este punto, se ha creído como muy conveniente unir las dos \square por una llanta de 240×11 , pues de esta manera, el momento de inercia sería, sin tener en cuenta dicha llanta,

$$0,000076391,$$

es decir, 12 veces superior al anteriormente considerado.

Esta llanta ha de interrumpirse en 30 centímetros en la parte superior de cada pilarote (fig. 61 bis) para dejar paso á las barras y tuercas que forman el enlace de la viga tubular con el larguero superior; de todos modos, aun

en estos espacios, se la enlaza (fig. 61) por medio de pletinas que sólo dejen libre el espacio necesario para las tuercas.

Finalmente, sobre las uniones se colocaron pequeñas cubiertas móviles, para protegerlas de la humedad; estas modificaciones produjeron un aumento de peso de 1.521 kilogramos.

Al mismo tiempo se acordó establecer bridas de empalme entre los trozos de las \square .

X

DETERMINACIÓN DEFINITIVA DE LA SUSPENSIÓN Y RETENCIÓN

I. Cables de suspensión.

Las modificaciones introducidas en el peso del tablero, al cambiar las cargas que han de soportar los cables de suspensión, impusieron la necesidad de rectificar de nuevo y con mucho cuidado todos los cálculos hechos.

El peso por metro de tablero en la parte sostenida por el cable parabólico es de.....	971 kilogramos.
El medio, por metro de proyección horizontal de los cables, determinado por tanteos preliminares.....	148 »
El medio debido á las péndolas y demás elementos de suspensión.....	25 »
TOTAL.....	1.144

Peso á que se agregarán 56 kilogramos para atender á todas las contingencias, con lo que resulta que la carga por metro es de 1.200 kilogramos.

Del mismo modo que la vez anterior, se consideran los 8 cables reunidos en uno solo.

La ecuación de la parábola central con relación á la tangente OX en su vértice, es (fig. 68)

$$y = \frac{n}{2T} x^2,$$

en la que T representa la componente horizontal de la tensión en un punto cualquiera M del cable.

El primer elemento que deberá calcularse, es la flecha que debe darse al cable en su centro. Los aumentos que ésta experimentará son, según los cálculos hechos:

- 1.º Por efecto de la carga móvil..... 17 milímetros.
- 2.º Por el alargamiento debido al mismo efecto.. 63 »
- 3.º Por efecto de la temperatura..... 87 »

TOTAL..... 167 milímetros.

Aunque para la carga de prueba deba emplearse un transbordador de 40 toneladas, para el cálculo de los aumentos de flecha sólo se ha considerado el de 20 toneladas. Como los cables han de ser más resistentes que los primeramente calculados, su alargamiento elástico será menor, y, por lo tanto, la flecha á él debida también lo será; así es que se supuso sólo de 118 milímetros; luego la flecha del cable debería ser aproximadamente de

$$17,000 - 0,118 = 16,882 \text{ metros.}$$

Para los valores x_0 é y_0 de las coordenadas se verifica:

$$y_0 = \frac{n}{2 T} x_0^2 \quad T = \frac{n}{2} \frac{x_0^2}{y_0},$$

y, por lo tanto,

$$y = \frac{y_0}{x_0^2} x^2.$$

Á su vez la inclinación de la tangente en el punto A, en que $x = x_0$ es

$$2 \frac{y_0}{x_0^2} x_0 = 2 \frac{y_0}{x_0}.$$

La ecuación de la parábola lateral será

$$Y = \frac{n'}{2 T} X^2$$

ó

$$y + b = \frac{n'}{2 T} (x + a)^2,$$

y si se reemplaza por T su valor

$$y + b = \frac{n' y_0}{n x_0^2} (x + a)^2.$$

La tangente á esta parábola en el punto $x = x_0$ debe ser igual á la de la central; luego

$$\frac{2 n' y_0}{n x_0^2} (x_0 + a) = 2 \frac{y_0}{x_0},$$

de donde

$$x_0 + a = \frac{n}{n'} x_0$$

y

$$a = \frac{n - n'}{n'} x_0.$$

Á $x = x_0$ corresponderá en el punto A la misma ordenada y_0 ; luego se tendrá

$$y_0 + b = \frac{n y_0}{n' x_0^2} (x_0 + a)^2 = \frac{n' y_0}{n x_0^2} \frac{n^2}{n'^2} x_0^2 = \frac{n}{n'} y_0,$$

ó

$$b = \frac{n - n'}{n'} y_0,$$

y la ecuación de la parábola lateral será

$$y + \frac{n - n'}{n'} y_0 = \frac{n' y_0}{n x_0^2} \left(x + \frac{n - n'}{n'} x_0 \right)^2;$$

pero uno de sus puntos tiene por coordenadas

$$x = 80 \quad y = 16,882;$$

luego se tendrá

$$16,882 + \frac{n - n'}{n'} y_0 = \frac{n y_0}{n x_0^2} \left(80 + \frac{n - n'}{n'} x_0 \right)^2,$$

ecuación de que se puede sacar el valor y_0 , conocidos que sean los de x_0 , n y n' , que en este caso son:

$$n = 1.200 \quad n' = 148 \quad x_0 = 46$$

De ellos se deduce

$$\frac{n - n'}{n'} = 7,108108 \quad \frac{n'}{n} = 0,123333;$$

luego se tendrá sucesivamente:

$$16,882 + 7,108108 y_0 = \frac{0,123333}{46^2} y_0 (80 + 7,108108 \times 46)^2,$$

$$16,882 + 7,108108 y_0 = 0,000058286074 \times 165627 y_0,$$

$$16,882 + (7,108108 - 9,653748) y_0 = 0,$$

$$y_0 = \frac{16,882}{2,54564} = 6,6317 \text{ metros.}$$

Sustituídos los valores de x_0 é y_0 en los de a y b , resulta:

$$a = \frac{n - n'}{n'} x_0 = 46 \times 7,108108 = 326,973$$

$$b = \frac{n - n'}{n'} y_0 = 6,6317 \times 7,108108 = 47,139.$$

La ecuación de la parábola central será:

$$y = 0,0003134073 x^2,$$

y, por lo tanto,

$$\frac{n}{2T} = 0,0003134073$$

y

$$T = 191,444 \text{ ks.}$$

La ecuación de la parábola lateral será

$$y + 47,139 = 0,000058286074 \times 6,6317 (x + 7,108108 \times 46)^2,$$

$$y + 47,139 = 0,0003865358 (x + 326,973)^2$$

para el valor $x = 46$, que corresponde á $X = 326,973 + 46 = 372,973$.

$$y = -47,139 + 0,0003865358 \times 372,973^2$$

$$= -47,139 + 53,7704 = 6,6314 \text{ (para } 6,6317):$$

La inclinación de la tangente en el mismo punto será

$$2 \times 0,0003865358 \times 372,973 = 0,288335,$$

igual en un todo á la de la parábola central, que es

$$2 \times 0,0003134073 \times 46 = 0,288335.$$

En la parábola lateral para $x = 80$, ó sea $X = 406,773$, se obtiene

$$Y = 0,0003865358 \times 406,773^2 = 64,0208,$$

é

$$y = 16,8818 \text{ metros,}$$

que es sensiblemente igual á 16,882.

La tensión en el punto de tangencia es

$$T_1 = \sqrt{191.444^2 + (1.200 \times 46)^2} = 199.243 \text{ kilogramos};$$

la inclinación de la tangente en el punto $x = 80$,

$$\frac{d y}{d x} = 2 \times 0,0003865358 \times 406,973 = 0,314619;$$

la tensión de la parábola lateral, en el mismo

$$T_2 = \sqrt{191.444^2 + (148 \times 406,973)^2} = 200.695 \text{ kilogramos (*),}$$

y la media del cable

$$\frac{1}{2} (191.444 + 200.695) = 196.070 \text{ kilogramos.}$$

La longitud del arco de parábola central es, para $x = 46$,

$$L = 46 \left(1 + \frac{2 \times 6,6314^2}{3 \times 46^2} \right) = 46,6373,$$

y el de la lateral

$$\left. \begin{aligned} L' &= 372,973 \left(1 + \frac{2 \times 53,7704^2}{3 \times 372,973^2} \right) = 378,1407 \\ L'' &= 406,973 \left(1 + \frac{2 \times 64,0208^2}{3 \times 406,973^2} \right) = 413,6871 \end{aligned} \right\} L'' - L' = 35,5464.$$

La longitud de la mitad del cable será, pues,

$$L + (L' - L'') = 82,1837 \text{ metros,}$$

y la longitud total

$$2 \times 82,1837 = 164,3674 \text{ metros.}$$

El peso calculado por metro de proyección de cable es de 148 kilogramos: á los 160 metros les corresponden:

$$160 \times 148 = 23.680 \text{ kilogramos,}$$

(*) La componente vertical es $\frac{200.695 \times 0,314619}{\sqrt{1 + 0,314619^2}} = 60.233 \text{ kilogramos.}$

y á cada metro corriente de él

$$\frac{23,680}{164,3674} = 144,061 \text{ kilogramos.}$$

La sección resistente se fijó, dada la carga de prueba y la mayor tensión á que bajo ella estará sometido, en 17.580 milímetros cuadrados, y la densidad aparente, ó relación del peso á la sección, es de

$$\frac{144,068}{17,580} = 8,195,$$

que es próximamente el peso de un decímetro cúbico de cable fabricado por los procedimientos de Mr. Arnodin. (Nota B.)

La carga por milímetro cuadrado de sección es

$$\frac{200.695}{17.580} = 11,416 \text{ kilogramos.}$$

Pasemos ahora á determinar el trabajo bajo la carga de prueba, es decir, del transbordador de 40 toneladas. Los valores de n y n' serán

$$n = 1.200 + \frac{40.007}{92} = 1.635 \text{ kilogramos,}$$

$$n' = 148 \text{ kilogramos.}$$

Supuesto el cable inextensible, su longitud será la ya determinada de 164,3674.

La ecuación de la parábola central será

$$y_0 = \frac{1.635}{2 T} x_0^2,$$

que para $x_0 = 46$ da

$$y_0 = \frac{1.635}{2 T} 46^2 = \frac{1.729.830}{T}, \quad (1)$$

$$\frac{d y_0}{d x_0} = \frac{1.635}{T} 46 = \frac{75.210}{T}. \quad (2)$$

La ecuación de la parábola lateral será

$$y_0 + b = \frac{148}{2 T} (x_0 + a)^2$$

$$\frac{d y_0}{d x_0} = \frac{148}{T} (x_0 + a);$$

y si se reemplaza en lugar de y_0 y $\frac{d y_0}{d x_0}$ sus valores (1) y (2)

$$b + \frac{1.729.830}{T} = \frac{148}{2 T} (x_0 + a)^2$$

$$\frac{75.210}{T} = \frac{148}{2 T} (x_0 + a).$$

De esta última se deduce

$$46 + a = \frac{75.210}{148} = 508,176,$$

$$a = 462,176;$$

de la anterior

$$b = \frac{148}{2 T} \times 508,176^2 - \frac{1.728.930}{T} = \frac{17.380.140,676}{T}$$

y, por lo tanto, la ecuación de la parábola lateral será

$$y + \frac{17.380.140,676}{T} = \frac{148}{T} (x + 462,176)^2,$$

que para $x = 80$ da

$$y = \frac{74 \times 542,176^2 - 17.380.140,676}{T} = \frac{4.372.515,63^2}{T}.$$

Á su vez hemos dicho que la longitud de cable permanece constante; luego se tendrá:

$$L_1 + (L'_1 - L''_1) = 82,1837$$

$$46 \left(1 + \frac{2 \times 1.729.830^2}{3 \times 46^2 T^2} \right) + 542,176 \left(1 + \frac{2 \times (4.372.515,632 + 17.380.140,676)^2}{3 \times 542,176^2 T^2} \right)$$

$$- 508,176 \left(1 + \frac{2 \times (1.729.830 + 17.380.140,676)^2}{3 \times 508,176^2 T^2} \right) = 82,1837;$$

$$80 + \frac{2}{3 T^2} \left(\frac{1.729.880^2}{46} + \frac{21.752.656^2}{542,176} - \frac{19.109.971^2}{508,176} \right) = 82,1837;$$

$$\frac{2}{3 T^2} = \frac{2,1837}{\frac{1.729.880^2}{46} + \frac{21.752.656^2}{542,176} - \frac{19.109.971^2}{508,176}};$$

$$T^2 = \frac{\frac{1.729.830^2}{46} + \frac{21.752.656^2}{542,176} - \frac{19.109.971^2}{508,176}}{\frac{3}{2} \cdot 2,1837} = \frac{217.158.149.798}{3,27555} = 66.297.710.180;$$

$$T = 257.483 \text{ kilogramos};$$

$$y_{80} = \frac{4.372.515,632}{257.486} = 16,9814.$$

Luego por el paso del transbordador se produce un aumento de flecha de
 $16,981 - 16,882 = 0,099$ metros.

La ecuación de la parábola lateral es

$$y + \frac{17.380.141}{257.483} = \frac{148}{2 \times 257.483} (x + 462,176)^2,$$

ó

$$y = -67,500 + 0,000287396 (x + 462,176)^2,$$

y para el punto $x = 80$ resultará

$$\frac{dy}{dx} = 2 \times 0,000287396 \times 542,176 = 0,311638.$$

La tensión en el punto superior de amarre es

$$T_1' = \sqrt{257.483^2 + 148 \times 542,176^2} = 269.882 \text{ ks.},$$

y la carga del cable por milímetro cuadrado

$$\frac{269.882}{17.580} = 15,351 \text{ ks.},$$

que es algo crecida, pero que corresponde á la carga de prueba de 40 toneladas. En la práctica nunca llegará á este valor; oscilará entre él y 11,402 kilogramos, y tendrá un valor medio de 13,377 kilogramos, que es perfectamente aceptable para cables fabricados cuidadosamente con alambre de acero de buena calidad.

La componente vertical de la tensión es

$$\frac{269.882 \times 0,311638}{\sqrt{1 + 0,311638^2}} = 80.297 \text{ ks.}$$

Si se divide por 8, se obtendrá el peso y sección de cada uno de los cables.

II. Cables oblicuos.

El peso por metro de la parte de tablero que deben soportar estos cables se ha calculado en 714 kilogramos, al que habrá que agregar próximamente 54 kilogramos por el peso propio de los cables, y hasta completar 1.100 kilogramos en total para mayor seguridad. Á cada cable le corresponden 4 metros de tablero, es decir, 4.400 kilogramos y $\frac{40.000}{8}$ kilogramos por la parte correspondiente de la carga móvil. Resulta, por lo tanto, una carga total de 9.400 kilogramos cuando el transbordador está debajo de ellos.

El primero tiene su punto de unión con el tablero á 6 metros de distancia del eje de la pila, y los demás avanzan sucesivamente 4 metros con relación al anterior. Las tensiones á que están sometidos serán:

Número de los cables.	$\frac{1}{\cos \varphi}$	Sin carga móvil, ó sea 4.400 kilogramos.	Con carga móvil, ó sea 9.400 kilogramos.
1	$\frac{\sqrt{6^2 + 17^2}}{17} = \frac{1}{17}$ 18,0278	4.666,00	9.968,30
2	$\frac{\sqrt{10^2 + 17^2}}{17} = \frac{1}{17}$ 19,7231	5 104,80	10 905,70
3	$\frac{\sqrt{14^2 + 17^2}}{17} = \frac{1}{17}$ 22,0227	5.700,00	12.177,20
4	$\frac{\sqrt{18^2 + 17^2}}{17} = \frac{1}{17}$ 24,7559	6.408,20	13.690,00
5	$\frac{\sqrt{22^2 + 17^2}}{17} = \frac{1}{17}$ 27,8029	7.196,00	15.373,30
6	$\frac{\sqrt{26^2 + 17^2}}{17} = \frac{1}{17}$ 31,0644	8.299,00	17.729,70
7	$\frac{\sqrt{30^2 + 17^2}}{17} = \frac{1}{17}$ 34,4819	8.924,50	19.066,00
8	$\frac{\sqrt{34^2 + 17^2}}{17} = \frac{1}{17}$ 38,0132	9.838,70	21.019,10

La corta longitud de estos cables no compensaría el que se construyeran de ocho secciones distintas, y se decidió hacerlos solamente de dos: una

para los cuatro primeros, de los que el más cargado lo está con 13.690 kilogramos, y otra para los cuatro segundos, de los cuales el más cargado lo está con 21.019 kilogramos. De este modo, es natural que algunos resulten de resistencia algo excesiva; pero es pequeño inconveniente, sobre todo si se tiene en cuenta que están sometidos á cargas considerables.

Las secciones elegidas fueron 833 y 1.355 milímetros cuadrados, á las que corresponden las cargas máximas, por milímetro cuadrado, de

$$\frac{13.690}{833} = 15,504 \text{ ks.}$$

$$\frac{21.019}{1.355} = 15,510 \text{ ks.}$$

La longitud total de los cuatro cables más próximos á la pila es de 74,588 metros, y su peso

$$74,588 \times 883 \times 0,000008195 = 539,7 \text{ ks.},$$

y la de los más alejados es de 115,905 metros, y su peso

$$115,905 \times 1.355 \times 0,000008195 = 1.287 \text{ ks.}$$

y el peso total de los ocho es de 1.827,7 kilogramos.

La suma de los componentes verticales es, sin tener en cuenta la carga móvil,

$$4.400 \times 8 = 35.200 \text{ k.};$$

tenida en cuenta la carga móvil,

$$9.400 \times 8 = 75.200 \text{ ks.}$$

Las componentes horizontales están dadas en la tabla siguiente:

Inclinación.	Sin carga móvil.	Con carga móvil.
$\frac{6}{17}$	1.522,90	3.317,60
$\frac{10}{17}$	2.588,20	5.529,40
$\frac{14}{17}$	3.623,50	7.741,20
$\frac{18}{17}$	4.658,80	9.952,90
$\frac{22}{17}$	5.694,10	12.164,60
$\frac{26}{17}$	6.711,80	14.376,40
$\frac{30}{17}$	7.764,70	16.588,20
$\frac{34}{17}$	8.800,00	18.800,00
TOTALES.	41.394,00	88.470,30

III. Cables de retención.

Cuando el transbordador esté adosado á una de las pilas, el esfuerzo horizontal que se producirá sobre el vértice de ésta será la suma de las componentes horizontales producidas por el cable parabólico, en el caso de no estar debajo de aquél la carga móvil, y por los oblicuos sometidos á la de prueba, es decir,

$$191.444 + 88.470 = 279.914 \text{ ks.};$$

y cuando dicha carga esté en el centro, será la suma de los que se produzcan en el parabólico que resiste la sobrecarga, y por los oblicuos libres de ella, es decir,

$$257.483 + 41.398 = 298.877 \text{ ks.},$$

Esta, por ser la mayor, ha de servir de base para el cálculo de los cables de retención, que en este supuesto estarán sometidos á una tensión de

$$\frac{298.877}{\cos. 28^{\circ}32'} = \frac{298.877}{0,87854} = 340.197 \text{ ks.}$$

La sección asignada á estos cables es de 24.617 milímetros cuadrados; luego la carga á que estarán sometidos por milímetro cuadrado será

$$\frac{340.197}{24.617} = 13,818 \text{ ks.},$$

que parece algo pequeña; pero no debe perderse de vista que, por efecto del viento según el eje del puente y de la resistencia al rodamiento del bastidor, se produce sobre estos cables un aumento de carga fácil de apreciar. Las componentes verticales que actúan sobre el bastidor de dilatación serán:

	Kilogramos.
Por el cable parabólico no cargado.....	60.233
Por los oblicuos con la carga móvil.....	75.200
Por el de retenida $340.197 \times \operatorname{tg} 28^{\circ} 32' = 340.197 \times 0,54496..$	185.394
TOTAL.....	320.827

Que, aun suponiendo un coeficiente muy pequeño para la resistencia al rodamiento un 5 por 100 por ejemplo, representa una sobrecarga horizontal de 16.000 kilogramos, que produce un aumento de tensión de

$$\frac{16.000}{\cos 28^{\circ} 32'} = \frac{16.000}{0,87854} = 18.200 \text{ ks.},$$

que es más del 5 por 100 de la total, razón por la cual no se conceptuó conveniente disminuir la sección de los cables de retenida.

Este motivo de aumento de carga por efecto del viento no existe para los cables parabólicos, puesto que se ejerce por igual sobre las pilas de los dos lados, separadas entre sí 160 metros, y por eso no se ha tenido en cuenta.

IV. Contravientos de las vigas armadas.

Los contravientos (fig. 26) de las vigas armadas deben estar bien tendidos; si se supone que su componente horizontal deba ser igual al esfuerzo de compresión á que está sometido el larguero de esta viga, habrá de ser de 7.367 kilogramos.

El de mayor inclinación es el del lado de Portugalete, pues la tangente es de

$$\frac{43 - 10,62}{94} = 0,33447,$$

y, por lo tanto, la tensión que deberán soportar será

$$7.367 \sqrt{1 + 0,34447^2} = 7.792 \text{ ks.},$$

á que corresponde una componente vertical de

$$7.367 \times 0,34447 = 2.538 \text{ ks.}$$

Á pesar de ésto, y á fin de contrarrestar el esfuerzo por flexión que el tablero produzca sobre la pila, se ha supuesto una tensión de 10.000 kilogramos, que, con una carga de 15,351 kilogramos por milímetro cuadrado, exige una sección de

$$\frac{10.000}{15,351} = 651 \text{ m/m}^2,$$

y se producirá sobre la pila una componente vertical de

$$\frac{10.000 \times 0,34447}{\sqrt{1 + 0,34447^2}} = 3.257 \text{ ks.}$$

V. Amarres.

Todos los amarres de los cables fueron calculados con arreglo á los esfuerzos y tensiones determinadas. Como su cálculo se hizo al principio y su comprobación es por demás elemental, prescindimos de exponerla detalladamente.

XI

COMPROBACIÓN DE LA RESISTENCIA Y ESTABILIDAD DE LOS PILARES. CONTRAVIENTOS DE LOS MISMOS

Las modificaciones que sucesivamente se introdujeron en las distintas partes de la construcción vinieron á ejercer la correspondiente influencia sobre las pilas y á alterar sus condiciones de equilibrio. Era, pues, necesario comprobar si realmente satisfacían á las necesarias para su estabilidad y resistencia.

La suma máxima de componentes verticales se obtiene cuando el trans-

bordador está colocado debajo de los cables oblicuos y está formada de la manera siguiente:

1.º Componente vertical de la tensión del cable parabólico, sin tener en cuenta la carga móvil.....	60.233	ks.
2.º Suma de las componentes verticales de los cables oblicuos, tenida en cuenta la carga móvil.....	75.200	»
3.º Peso de dos metros de tablero, que soportará el apoyo de él sobre la pila.....	1.828	»
4.º Componente vertical de los cables de retención, tenida en cuenta la carga móvil de prueba.....	185.394	»
5.º Componentes verticales de los contravientos de la viga armada, 2×3.257	6.514	»
<u>TOTAL.....</u>		329.169 ks.

de carga, que los cables transmitirán á las pilas el día de la prueba con el transbordador de 40 toneladas; pero hay que tener en cuenta que los ensayos con esta carga no podrán hacerse en un día tempestuoso y de gran viento, sino, por el contrario, en uno sereno y tranquilo; si hubiera de considerarse el viento con una presión de 275 kilogramos por metro cuadrado, habría que admitir el transbordador vacío y amarrado á uno de los muelles, es decir, con un peso igual únicamente al suyo propio, que se calcula en 12 toneladas. En este caso los esfuerzos transmitidos por los cables serán:

1.º Componente vertical de los cables parabólicos.....	60.233	ks.
2.º Componentes verticales de los cables oblicuos 35.200 + 12.000.....	47.200	»
3.º Peso de 2 metros de tablero.....	1.828	»
4.º Componente vertical de los cables de retención (191.444 + $\frac{41.394 \times 47.200}{35.200}$) $\frac{0,54496}{0,87854}$	153.184	»
5.º Componente vertical de los contravientos de la viga armada, 2×2.538	5.076	»
<u>TOTAL.....</u>		267.521 ks.

Establecidos estos datos, es muy fácil repetir los cálculos anteriormente hechos; pero antes es preciso determinar los esfuerzos producidos por el viento sobre los cables, toda vez que el calculado para el tablero no sufre modificación.

Los cables parabólicos de 2.197,5 milímetros cuadrados de sección, tienen un diámetro de unos 53 milímetros; la superficie herida por el viento será

$$2 \times \frac{2}{3} 0,053 \times 82,1837 = 5,808 \text{ mets}^2.$$

Los oblicuos supuestos á un diámetro medio de 40 milímetros, la presentarán de

$$2 \times \frac{2}{3} 0,040 \times 190,50 = 10,160 \text{ mets}^2.$$

es decir, un total de 15,968 metros cuadrados, al que se agregarán, por varillas de suspensión, estribos, etc., 4,032 metros cuadrados, y resultará un conjunto de 20 metros cuadrados, al que corresponde una presión de $275 \times 20 = 5.500$ kilogramos, de la que la mitad se ejerce sobre el tablero y la otra mitad sobre los pilares.

Los cables de retención presentan una superficie de 15,40 metros cuadrados, á que corresponde un esfuerzo de 4.235 kilogramos, del cual la mitad se transmitirá á la pila, y la mitad al amarre en el fiador.

Los momentos que se producirán sobre la base de los pilares serán los siguientes:

PARTE DE LA CONSTRUCCIÓN.	Esfuerzos.	Brazo de palanca.	Momentos.
	Kilogramos.	Metros.	
Pilares.....	»	»	867.929,63
Bastidor de dilatación.....	»	»	13.934,40
Tablero y transbordador...	»	»	715.434,00
Cables $\frac{2.750}{2} + \frac{2.118}{2}$..	2.434	61,70	150.177,80
Idem.....	1.375	43,00	59.125,00
TOTAL.....			1.806.600,83

El valor de $\frac{I}{n}$ en la base de la pila, tomado con relación al eje de figura paralelo al tablero, es

$$\frac{I}{n} = 0,258970,$$

y, por lo tanto, la carga por milímetro cuadrado

$$R = \frac{1.806.600,83}{258.970} = 6,976 \text{ ks. por m/m.}^2$$

Las cargas verticales que ha de soportar un pilar son:

Peso del pilar	$\frac{155.140}{2} = \dots\dots\dots$	77.570 ks.
Componentes verticales en cada pilar	$\frac{267.521}{2} = \dots\dots\dots$	133.761
Suma.....		211.331 ks.

que da por milímetro cuadrado una carga de

$$\frac{211.331}{91.892} = 2,300 \text{ ks.}$$

luego el metal de los aristones sufrirá una carga de

$$6,796 + 2,300 = 9,276 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado, sin tener en cuenta la longitud de la pieza sometida al esfuerzo. La relación de la altura total del pilar á la dimensión mínima

de su sección es de $\frac{61}{6} = 10,3$, y la de la longitud entre dos nudos del

arriostrado y la dimensión transversal mínima del aristón es $\frac{7,5}{0,45}$, es decir, próximamente 16. En estas condiciones, la carga que una pieza debe

soportar es sólo de $\frac{4}{5}$ de la calculada, sin tener en cuenta la longitud ó

siendo muy corta; luego puede asegurarse que la carga del material sea mayor de

$$\frac{9,276 \times 6}{5} = 11,131 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado, es decir, demasiado elevada.

La acción del viento, al dar lugar á la producción de un momento de 1.806.600,83 kilogramos, trataría de hacer que el pilar tomase, á la altura de amarre de los cables, 61,70 metros, una flecha de

$$f = \frac{1.806.600,83 \times 61,7^3}{61,7 \times 320.000.000.000 \times 0,835178492} = 0,138 \text{ metros.}$$

que es muy grande.

Si se examinan los últimos resultados hallados, esto es, que la carga del material es de 11,131 kilogramos por milímetro cuadrado, y que puede llegar á producirse una flecha de 138 milímetros, se comprende desde luego que sean muy medianas las condiciones de resistencia de los pilares, pero pueden mejorarse notablemente si se les da un punto de apoyo intermedio, cosa que puede conseguirse por medio de contravientos laterales (figs. 27, 46 y 58).

Estos contravientos se suponen amarrados á la pila á una altura de 43,89 metros, y á fiadores (figs. 34, 35, 36 y 37) situados á 57,38 metros de distancia. El esfuerzo que á esta altura sería capaz de producir un momento en la base, de 1.806.600,83 kilogramos, es

$$\frac{1.806.600,83}{43,89} = 40.500 \text{ ks.}$$

y se produciría una flecha de 0,070 metros, que habrá de ser limitada por la acción de los contravientos. Supongamos que se limite á la tercera parte, es decir, á 0,0233: la carga sobre el metal de los aristones se reduciría en la relación $\frac{0,0233}{0,0700}$ y se convertiría en 2,325 kilogramos por milímetro cuadrado, y el esfuerzo á la altura considerada sería

$$\frac{0,0233}{0,0700} 40.500 = 13.481 \text{ ks.}$$

Para conseguir esto es menester que, tan pronto como llegue á producirse una flecha de 23,3 milímetros, el contraviento dé un punto de apoyo al pilar, y para ello que produzca una componente horizontal al igual esfuerzo producido por el viento, disminuído en la reacción elástica del pilar, esto es, de

$$40.500 - 13.481 = 27.019 \text{ ks.,}$$

en cuyo caso se producirá una componente vertical de

$$27.019 \frac{43,89}{57,38} = 20.667 \text{ ks.,}$$

á que corresponde un aumento de carga por milímetro cuadrado de

$$\frac{20.667}{91.892} = 0,225 \text{ ks.}$$

Calculado el esfuerzo debido á la flexión que el viento produzca entre la

base y el punto de amarre del contraviento del pilar, no llega á 0,900 kilogramos por milímetro cuadrado; luego la carga producida sobre el metal de los aristones por la acción del viento será

$$2,325 \times 0,225 + 0,900 = 3,450 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado; y si á ella se agrega la producida por las cargas verticales, resulta una de

$$3,450 + 2,300 = 5,750 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado, que, tenida en cuenta la longitud de las piezas, llega á ser próximamente de 7 kilogramos, que es algo excesiva, pero que corresponde al caso extremo de soplar un viento capaz de producir la presión de 275 kilogramos por metro cuadrado, que es probable no llegue á ocurrir.

Con respecto al viento que sople longitudinalmente al puente, no han cambiado sensiblemente las condiciones de resistencia de la pila por efecto de las modificaciones introducidas en él; de modo que serán las mismas ya establecidas anteriormente.

Hemos visto que el momento de vuelco en la base es de 1.806.600 kilogramos; el de estabilidad, debido á las cargas verticales, será $211,331 \times 3 = 633.993$ (mayor que el calculado anteriormente, por haberse aumentado las cargas verticales). Por lo tanto, la cimentación habría de producir, si la pila no tuviera punto ninguno de apoyo intermedio, un momento de 1.172.607 kilogramos, igual á la diferencia de los anteriores; pero como no ocurre esto, sino que, por el contrario, á 43,89 metros de altura está el amarre de los contravientos, el momento de vuelco es sólo de $13.481 \times 43,89 = 591.681$ kilogramos, que es menor en 42.312 kilogramos al de estabilidad, y resultará ésta asegurada, no sólo por dicha diferencia, sino también por el peso de las mamposterías del cimientó.

XII

DETERMINACIÓN DEL PESO DEL TABLERO (*)

I. Arriostrado.

Las \perp que constituyen el arriostrado horizontal del tablero tienen una longitud de 5,2625 metros, de la que hay que descontar, para determinar la verdaderamente colocada en obra, la anchura de las alas de las piezas de puente, que es de 90 milímetros, contada oblicuamente según la dirección de aquéllas, es decir $\frac{90}{0,707} = 127$ milímetros; por lo tanto, la longitud de cada una será $5,2625 - 0,127 = 5,1355$, ó sea prácticamente 5,140 metros.

Veamos ahora los hierros que entran en cada tramo y calculemos su peso.

Primer tramo.

	Kilogramos.
4 \perp de $\frac{300 \times 102}{12}$ á 45 ks. el metro.....	925,20
1 plato central de $\frac{1,400 \times 1,200}{12}$ » 1,68 ms ² .	} 4,32 ms ² á 93,5 ks. uno... 403,92
2 platos laterales de $\frac{1,500 \times 0,880}{12}$ » 2,64 »	
Suple- mentos en { el larguero central $0,074 (0,09 + 0,045) = 0,0099$ ms ² . } 0,27855 ms ² . { la viga tubular $3 \times 0,331 \times 0,06 = 0,05994$ » } á 93,5 ks. { la pieza de puente $2 \times 1,159 \times 0,09 = 0,20362$ » } uno..... 26,05	
480 cabezas de roblón de 22 en las \perp	} 976 cabezas de roblón de 22 á 0,174 = 100,224 } 116,56
96 » » en las vigas tubulares	
260 cabezas y tuercas de pernos de 16 á 0,056 ks. una.....	
32 » » » 12 á 0,049 »	1,778
TOTAL de peso en el primer tramo..... 1.471,73	

(*) Aunque realmente podría prescindirse de este cálculo, que, efecto de algunas modificaciones introducidas, experimentó en total alguna variación, lo damos por lo detallado que es y los muchos datos prácticos que contiene relativos á pesos de distintas piezas.

Segundo y tercer tramo.

	Kilogramos.
4 I de 300×100 á 41 ks. metro.....	842,96
3 platos análogos á los del anterior.....	403,92
Suple- mentos en { el larguero central $0,074 \times 0,09 = 0,00666$ ms ² . la viga tubular $2 \times 0,331 \times 0,06 = 0,03972$ » la pieza de puente $2 \times 1,159 \times 0,09 = 0,20862$ »	} 0,25500 ms ² . á 93,5 ks..... 23,84
Por el roblonado lo mismo que en el primer tramo.....	100,224
224 cabezas y tuercas de 16 á 0,056 ks. una.....	12,544
32 » » de 12 á 0,049 »	1,778
	113,95
<i>TOTAL de peso en el segundo y tercer tramo.....</i>	1.384,67

Cuarto tramo.

4 I de 200×84 á 32 ks. metro.....	657,92
Platos de { $\frac{1,400 \times 1,300}{9}$ » 1,68 ms ² . $\frac{1,500 \times 0,880}{9}$ » 2,64 »	} 4,32 ms ² . á 70,1 ks..... 302,83
Suplementos 0,255 ms ² . á 70,1 ks.....	17,88
432 cabezas de roblón á 0,174 ks. una.....	75,17
Por cabezas y tuercas de pernos lo mismo que en el segundo y tercer tramo.....	13,72
	88,89
<i>TOTAL de peso en el cuarto tramo.....</i>	1.067,52

Quinto tramo.

4 I de 200×82 á 28 ks. metro.....	575,68
El resto como en el tramo anterior.....	409,60
<i>TOTAL de peso en el quinto tramo.....</i>	985,28

Sexto tramo.

4 I de 180×72 á 24 ks. metro.....	493,44
Por platos y suplementos como en el cuarto y quinto tramos.....	320,71
336 cabezas de roblón á 0,174.....	58,46
Por cabezas y tuercas de pernos lo mismo que en el segundo, tercero, cuarto y quinto tramo.....	13,72
	72,18
<i>TOTAL de peso en el sexto tramo.....</i>	886,33

Séptimo tramo.

	Kilogramos.
4 I de 153 × 65 á 20 ks. metro.....	411,20
1 plato central de $\frac{1,20 \times 1,02}{9}$ » 1,224 ms ² .	} 3,864 ms ² . á 70,1 ks.....
2 platos laterales de $\frac{1,50 \times 0,88}{9}$ » 2,640 »	
Por suplementos lo mismo que en el cuarto, quinto y sexto tramos.....	17,88
288 cabezas de roblón á 0,174 ks. una.....	50,11
252 cabezas y tuercas de 16 á 0,056 ks. una.....	14,11
32 » » de 12 á 0,049 »	1,18
	765,34

Octavo tramo.

4 I de 140 × 60 á 15,9 ks. metro.....	326,90	
1 plato central de $\frac{1,20 \times 1,02}{8}$ » 1,224 ms ² .	} 3,544 ms ² . á 62,30 ks. ..	
2 $\frac{1}{2}$ platos laterales de $\frac{1,50 \times 0,88}{8}$ » 1,320 »		220,79
2 $\frac{1}{2}$ » » de $\frac{1,25 \times 0,80}{8}$ » 1,000 »		
Suplementos 0,265 ms ² . á 62,30 ks.....	16,51	
228 cabezas de roblón á 0,174 ks. una.....	39,67	
200 cabezas y tuercas de 16 á 0,056 ks. una.....	11,20	
32 » » de 12 á 0,049 »	1,18	
	616,25	

Noveno y décimo tramo.

4 I de 120 × 55 á 13,30 ks. metro.....	273,45
1 plato central de 0,6205 ms ² .	} 2,4454 ms ² . á 62,20 ks.....
2 platos laterales de 1,8249 »	
Suplementos 0,3450 ms ² . á 62,30 ks.....	21,49
168 cabezas de roblón á 0,174.....	29,23
176 cabezas y tuercas á 0,056.....	8,96
8 » » á 0,049.....	0,39
	38,58
	835,87

RESUMEN DEL PESO DEL ARRIOSTRADO

TRAMOS.	Peso de las	Peso	Peso de	Peso	PESOS TOTALES.
	de las	de los platos.	los suplementos	de las cabezas	
	<u> </u>	—	—	de las cabezas y de las cabezas y tuercas de pernos.	—
	<i>Kilogramos.</i>	<i>Kilogramos.</i>	<i>Kilogramos.</i>	<i>Kilogramos.</i>	<i>Kilogramos.</i>
1.º.....	925,20	403,92	26,05	116,56	1.471,73
2.º.....	842,96	403,92	23,84	113,95	1.384,67
3.º.....	842,96	403,92	23,84	113,95	1.384,67
4.º.....	657,92	302,83	17,88	88,89	1.067,52
5.º.....	575,68	302,83	17,88	88,89	985,28
6.º.....	493,44	302,83	17,88	72,18	886,33
7.º.....	411,20	270,86	17,88	65,40	765,34
8.º.....	326,90	220,79	16,51	52,05	616,25
9.º.....	273,45	152,35	21,49	38,58	485,87
10.º.....	273,45	152,35	21,49	38,58	485,87
TOTAL para medio ta- blero.....	5.623,16	2.916,60	204,74	789,03	9.533,53
IDEM para el tablero entero.....	11.246,32	5.833,20	409,48	1.578,06	19.067,06

II. Viga tubular.

	<u>Kilogramos.</u>
Peso por metro.	
2 chapas de $600 \times 9 \gg 1,200 \text{ ms.}^2$, á 70,092 ks.....	84,110
6 escuadras de $\frac{90 \times 90}{11}$ á 14,15 ks.....	87,000
2 carriles de 10 ks.....	20,000
Cada 8 me- tros..... { 4 bridas 2,36 ks. } { 8 pernos 0,56 » } } 2,92 ks. que á cada metro corresponden.....	0,365
2 pernos de 12 para sujetar los carriles, á 0,115 ks. uno.....	2,300
2 » » » á 0,183 »	0,366
Cada 2 me- tros..... { 2 escuadras de $\frac{120 \times 70}{12}$ de 0,200 metros de longitud, á 16,9 ks. { 6,700 que á cada metro corresponden.....	3,350
<i>Suma y sigue.....</i>	<u>197,491</u>

	<i>Suma anterior</i>	197,491
Cada 4 metros — 2 ménsulas, á 10 ks. = 20 ks., que á cada metro corresponden.		5,000
Cada 4 metros. Cubrejuntas.	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ de } 0,350 \times 0,510, \text{ á } 0,3570 \text{ ms.}^2 \\ 6 \text{ de } 0,350 \times 0,065, \text{ á } 0,1365 \text{ »} \\ 2 \text{ de } 0,680 \times 0,189, \text{ á } 0,2570 \text{ »} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,7505 \text{ ms.}^2 \text{ de chapa de 12} \\ \text{milímetros, á } 93,456 \text{ ks.} \\ = 70,140 \text{ ks. que á cada} \\ \text{metro corresponden.....} \end{array} \right.$
Cabezas de roblones, pernos y tuercas.		19,520
	TOTAL para cada metro	239,546

III. Viga armada que forma el pretil.

	<u>Kilogramos.</u>
Peso por metro.	
2 \square de 140×6 , á 15,90 ks.....	31,800
Cada 2 metros.....	
$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ chapa de } 240 \times 11 \text{ y } 1,70 \text{ metros de} \\ \text{longitud } 0,408 \text{ ms.}^2, \text{ á } 85,80 \text{ ks.} \\ 1 \text{ pilarote} \\ 2 \text{ tirantes de } 0,038 \text{ y } 3 \text{ metros de lon-} \\ \text{gitud, á } 8,836 \text{ ks. metro} \\ 2 \text{ tuercas, á } 1,86 \text{ ks.} \\ 2 \text{ cabezas, á } 0,632 \text{ ks.} \\ 1 \text{ tornapunta} \\ 1 \text{ pasador superior} \\ 1 \text{ pasador inferior de } 0,090 \text{ y } 0,660 \text{ de} \\ \text{longitud} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 35,006 \text{ ks.} \\ 60,00 \text{ »} \\ 53,016 \text{ »} \\ 3,720 \text{ »} \\ 1,264 \text{ »} \\ 8,200 \text{ »} \\ 8,000 \text{ »} \\ 32,780 \text{ »} \end{array} \right.$
	$\left\{ \begin{array}{l} 17,503 \\ 30,000 \\ 26,508 \\ 1,860 \\ 0,632 \\ 4,100 \\ 4,000 \\ 16,390 \end{array} \right.$
	Que á cada metro corresponden
Cubrejuntas de las \square del larguero superior de $\frac{400 \times 120}{10}$ » $\frac{1}{8}$ á 14,976 ks.	1,872
Roblones y pernos, el 4 por 100.....	5,385
	TOTAL para cada metro
	140,050

IV. Pasarelas.

	<u>Kilogramos.</u>
Peso por metro.	
3 filas de tablonos de $0,22 \times 0,08 = 0,0528$ metros cúbicos, á 700 ks. metro cúbico.....	37,000
6 pernos cada 4 metros.....	0,350
Pasamanos ^(*)	
$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ pilarote cada 4 metros} \\ \text{Pernos} \\ 1 \text{ redondo} \\ 5 \text{ cables para formar pretil} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,000 \\ 0,180 \\ 3,000 \\ 3,500 \end{array} \right.$
	TOTAL para cada metro
	45,030

(*) Al fin no se colocaron, y quedó organizado según indica la fototipia C (pág. 178).

V. Resumen del peso del tablero.

	Kilogramos.
Arriostrado.....	19.067,06
Vigas tubulares..... $2 \times 160 \times 239,546 =$	76.654,72
Vigas armadas que forman pretil..... $2 \times 160 \times 140,050 =$	46.816,00
Pasarelas..... $2 \times 160 \times 45,030 =$	14.409,60
41 piezas de puente I de 8 metros, á 26,2 ks. metro.....	8.593,60
1 larguero central, 160 metros de I , á 17,9 ídem íd.....	2.864,00
2 bridas en el larguero central.....	272,00
Rodillos cables de tracción é hilos telefónicos por metro.....	800,00
<i>Peso del tablero.....</i>	167.476,98

XIII

**ESTABILIDAD DE LOS PILARES
SIN ARRIOSTRADO ENTRE ELLOS, FIANDO SU ESTABILIDAD
Á CONTRAVIENTOS LATERALES
SOMETIDOS Á UNA TENSIÓN PRUDENCIAL**

En el primitivo proyecto se ponían contravientos laterales para contrarrestar en parte la acción del viento en dirección de la ría, los cuales daban lugar á una componente vertical que aumentaba en 1,920 kilogramos por milímetro cuadrado el trabajo á que se sometía el metal de los aristones; esta circunstancia, las variaciones de intensidad de la fuerza origen de este esfuerzo de compresión, así como las de su dirección y punto de apoyo, hicieron pensar en la conveniencia de fiar á los pilares, convenientemente arriostros entre sí en toda su altura y empotrados en la base, la estabilidad de la obra sin el empleo de los referidos contravientos; pero esta nueva solución presentó desde un principio graves inconvenientes: el aumento considerable de gasto á que hubiera dado lugar, lo que afearía la construcción y la dificultad de aproximar el transbordador á los muelles, son otros tantos que decidieron, por el pronto, el abandono de la idea, y volver al empleo de contravientos laterales que al colocarlos tengan una pequeña tensión y no entren en acción hasta que los pilares se flexen por efecto de la del viento, y den lugar á una componente horizontal que haga equilibrio á la producida por ella.

En estas condiciones el pilar puede considerarse como una pieza empujada en un extremo, la base, y apoyada en un punto de su longitud capaz de experimentar un desplazamiento determinado; supongamos que esté en la unión de los tramos 4.º y 5.º, es decir, á 43,89 metros sobre la base. El momento de vuelco hallado para un viento de 275 kilogramos de presión por metro cuadrado es de 1.755.470 kilogramos, que corresponde á un esfuerzo de

$$P = \frac{1.755.470}{43,89} = 39.997 \text{ ks.}$$

en el punto de amarre del contraviento.

Bajo la acción de este esfuerzo, el pilar por sí sólo tomaría una flecha determinada por la fórmula

$$f = \frac{P L^3}{3 E I},$$

en la que

$$L = 43,89 \quad E = 20.000.000.000 \quad I = 0,835178492,$$

es decir, que se tendría

$$f = 0,0675 \text{ metros,}$$

que es excesiva y produciría una sobrecarga de 6,779 kilogramos por milímetro cuadrado en la base de los aristones; las cargas verticales sobre cada pilar son á su vez:

Peso del pilar.....	77.570 ks.
Componentes verticales.....	95.550 »
TOTAL.....	173.120 »

que corresponde á una carga de

$$\frac{173.120}{91.892} = 1,884 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado, que, sumada á la anterior, produciría una de

$$6,779 + 1,884 = 8,663 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado en los aristones sometidos á compresión, que es algo excesiva si se tiene en cuenta que, á consecuencia de la flexión del pilar, ten-

dría su punto de aplicación separado del eje; pero por otra parte se ha visto que un contraviento tendido de modo que impida la flexión del pilar da lugar á una componente vertical muy crecida, que aumenta de un modo permanente el trabajo del material; había, pues, que buscar una combinación tal que, en el caso de un viento de 275 kilogramos de presión por metro, resulte una carga admisible para el material, y que en tiempos normales la produzca pequeña debida á la tensión del contraviento.

Para conseguir esto debe darse poca tensión inicial al contraviento, para que, á consecuencia de su alargamiento elástico, aumente á medida que su punto superior de amarre se desplace y limite la flecha del pilar á una tal que los aristones no sufran más que un trabajo conveniente por milímetro cuadrado; cuando esto se verifique la acción del viento quedará contrarrestada, en parte por la reacción elástica del pilar, y en parte por la componente horizontal producida por el contraviento. Admitamos que pueda ser aceptable una flecha de 22 milímetros en el punto de amarre; corresponderá á un esfuerzo en éste de

$$P = \frac{3 \times 20.000.000.000 \times 0,835178492 \times 0,022}{43,89^3} = 13.039 \text{ ks.},$$

al que corresponde un momento de vuelco de

$$13.039 \times 43,89 = 572.282 \text{ ks.};$$

y como el valor de $\frac{I}{n}$ en la base de los pilares es de 0,258970, el material habrá de soportar una sobrecarga de

$$\frac{572.282}{258.970} = 2,210 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado.

Si el contraviento estuviese inclinado á 45°, su longitud sería

$$43,89 \sqrt{2} = 62,06 \text{ metros},$$

y para seguir el movimiento del pilar habría de experimentar un alargamiento de

$$0,022 \sqrt{2} = 31 \text{ milímetros.}$$

Ahora bien: si se admite como módulo de elasticidad $E = 22.000.000.000$, cada kilogramo de tensión produciría en el cable un alargamiento de

$$\frac{62,06}{22.000} = 0,00282 \text{ metros};$$

y, por lo tanto, para el de 31 milímetros antes calculado resultaría una tensión de

$$\frac{31}{2,82} = 11 \text{ kilogramos}$$

por milímetro cuadrado, que habría de añadirse á la inicial que se le hubiera dado, y que muy bien podría ser sin inconveniente alguno de 2 á 3 kilogramos por milímetro cuadrado; admitido el equilibrio en esta posición, la componente horizontal de la tensión del cable debe ser igual á la del esfuerzo producido por el viento menos la reacción elástica del pilar, es decir,

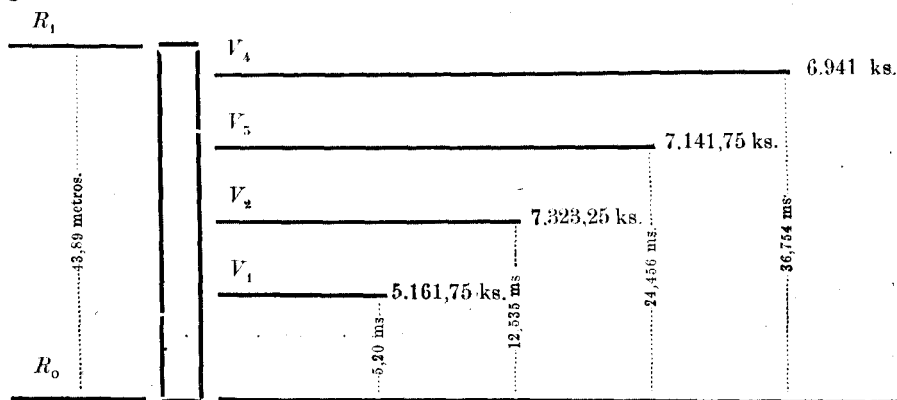
$$39,997 - 13,039 = 26,958 \text{ kilogramos;}$$

y si el tirante está inclinado á 45°, la componente vertical de su tensión tendrá igual valor, y, por lo tanto, la sobrecarga ejercida sobre la base de los pilares será

$$\frac{26,958}{91,892} = 0,271 \text{ kilogramos}$$

por milímetro cuadrado.

Consideremos ahora el pilar como una viga empotrada en un extremo y apoyada en un punto, sometida á las cargas indicadas en el esquema siguiente:



Si se representan por R_0 y R_1 las reacciones de los apoyos, se tendrá

$$R_0 + R_1 = \Sigma V$$

y

$$R_1 \times 43,89 + X - \Sigma M_0 V = 0,$$

siendo X el momento del par de reacción en el empotramiento, según Navier, se tiene

$$R_1 = \Sigma V \frac{c'^2 (3c - c')}{2c^3};$$

fórmula en la que c' representa la altura del punto á que estaría aplicada la resultante de los esfuerzos del viento sobre el pilar en equivalencia de las distintas componentes

$$c' = \frac{5.161,75 \times 5,20 + 7.123,25 \times 12,535 + 7.141,75 \times 24,456 + 6.941 \times 36,754}{5.161,75 + 7.323,25 + 7.141,75 + 6.941} = 20,64 \text{ ms.}$$

y c es la distancia entre los apoyos, es decir,

$$c = 43,89 \text{ ms.}$$

peso $\Sigma V = 26.546,75 \text{ ks.}$

y $\Sigma M_o V = 548.406 \text{ ks.}$

luego $R_1 = \frac{26.547,75}{2} \frac{20,64^2 (3 \times 43,89 - 20,64)}{43,89^3} = 7.342 \text{ ks.}$

y $X = 548.406 - 7.342 \times 43,89 = 222.216;$

pero se sabe que $\frac{I}{n} = 258.970$, luego la sobrecarga que por este motivo experimentará el material en el empotramiento será

$$\frac{222.216}{258.970} = 0,860 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado.

En resumen, el arístón más cargado soportará por milímetro cuadrado la suma de trabajos indicados á continuación:

Por efecto del viento, hasta hacer tomar al pilar una flecha de 22 milímetros á 43,89 metros de altura.	2,210 ks.
Por efecto de la componente vertical de la tensión de los con- travientos.	0,271 »
Idem de las cargas verticales.	1,884 »
Idem de la flexión del pilar.	0,860 »
TOTAL.	5,225 ks.

que es muy aceptable.

Algunas observaciones hay que hacer, sin embargo, sobre el particular;

en primer lugar, para no pasar de la cifra de 5,225 kilogramos por milímetro cuadrado, será menester un gran cuidado, no sólo en la tensión inicial de los contravientos, sino también en la conservación de ellos, pues cualquier disminución de resistencia que experimenten puede producir resultados funestos para la obra; y, por otra parte, es necesario que los cuatro aristones de cada pilar estén perfectamente arriostrados con piezas que no puedan flexarse, dado el trabajo de compresión que deban aguantar, pues, de lo contrario, podrían producirse desigualdades en la repartición de las cargas.

Una circunstancia favorable hay, y es, que si bien los dos pilares de cada pila no están arriostrados entre sí, tampoco son completamente independientes, pues están unidos á tres alturas distintas (fig. 46), y precisamente la pieza horizontal de unión inmediata al tablero transmitirá, al pilar que esté á sotavento, parte del esfuerzo debido á la acción del viento, y resultarán algo favorecidas las condiciones de resistencia del conjunto de la pila.

XIV

COMPROBACIÓN DE LA RESISTENCIA DEL TABLERO Á LA FLEXIÓN LATERAL

La resistencia del tablero fué asunto que preocupó mucho á los constructores, y ya nos hemos ocupado de las mejoras propuestas para el arriostado horizontal de él; también se pensó en hacerlo por medio de una doble celosía de llantas para hacer más corta la longitud de cada barra sometida á compresión.

El tablero puede considerarse como una pieza apoyada por sus extremos; determinemos su momento de inercia:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Superficie re-} \\ \text{sistente con-} \\ \text{siderada. . . .} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \text{ chapas de } 0.600 \times 0,009 = 0,010800 \text{ met. cuads.} \\ 6 \text{ escuadras de } 14,5 \text{ ks. } = 0,011154 \quad \text{»} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Superficie re-} \\ \text{sistente con-} \\ \text{siderada. . . .} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 0,021954 \\ \text{mets. cuads.} \end{array}$$

luego $I = 0,021954 \times 3,4225^2 = 0,257158316$

y como $n = 3,674$

$$\frac{I}{n} = \frac{0,257158316}{3,674} = 0,069994$$

y para las dos vigas que le forman

$$\frac{I}{n} = 0,139988.$$

El momento de flexión es, tenida en cuenta que la presión del viento por metro lineal es de 385 kilogramos,

$$\frac{P L^2}{8} = \frac{385 \times 160^2}{8}$$

y, por lo tanto, el trabajo del metal será

$$R = \frac{385 \times 160^2}{8 \times 139988} = 8,800 \text{ ks.}$$

por milímetro cuadrado, que es aceptable, pues rara vez soplará un viento tan impetuoso, y las escuadras añadidas á la sección pueden escogerse de acero muy bueno y resistente.

Dada la pequeña longitud libre que tienen las piezas, el trabajo por compresión puede considerarse igual al producido por extensión.

XV

BASTIDOR MOVIBLE.—SUSPENSIÓN DEL TRANSBORDADOR.— TRANSBORDADOR

El bastidor movable á lo largo de los carriles colocados en la parte inferior de las vigas en \square tiene una longitud de 24 metros, con objeto de repartir la carga móvil sobre la mayor extensión lineal posible del tablero, distribuirla mejor y conseguir que sea lo más ligero posible por unidad de longitud; el cálculo de él nada tiene de particular, pues se forma únicamente de \square y pletinas de pequeña longitud apoyadas en varios puntos, y enlazadas entre sí por medio de bridas y platos de empalme (figs. 41 y 42).

La suspensión del transbordador tampoco ofrece nada de particular desde el punto de vista de la sección total resistente, de los cables destinados exclusivamente á soportar el peso total, formado por el suyo propio y la sobrecarga móvil del pasaje; para mayor seguridad del viajero se les ha dado una superficie cuatro veces mayor de la indispensable, repartida en 12 cables de igual sección.

Independientemente de éstos hay cables oblicuos cuyo objeto es contra-

rrestar el efecto del empuje del viento que sople con una velocidad capaz de producir una presión de 275 kilogramos por metro cuadrado; el fundamento de su cálculo está en la teoría del péndulo, pues se sabe que al desviarse produce una componente horizontal, función del ángulo de desviación con relación á la vertical y de su peso; por consiguiente, si á los cables se les da una inclinación tal que la componente horizontal producida por su peso muerto, pues la sobrecarga vendrá á favorecer la estabilidad, sea igual ó mayor que la resultante horizontal debida á la acción del viento, no podrá producirse movimiento ninguno en él, aparte del debido á la elasticidad de los materiales, juego de las uniones y flecha de los cables, que al estar oblicuos no pueden tomar una forma perfectamente rectilínea, sino ligeramente parabólica, que hace sea imposible dar una rigidez completa al conjunto. En la fototipia *B* (pág. 177) se ve perfectamente la disposición de los cables de suspensión, que en los puntos en que se cruzan unos con otros se unieron con ligaduras de alambre para evitar la acción de rozamientos que al cabo de algún tiempo producirían su rotura.

El transbordador (figs. 82, 83, 84 y 85) no exige cálculos especiales: está formado únicamente por largueros **I** de 8 metros de longitud, con tres puntos de apoyo intermedios y pequeños travesaños.

Dada la pequeña longitud libre que tienen las piezas, el trabajo por compresión puede considerarse igual al producido por extensión.

XVI

CARGA DE PRUEBA

Las pruebas hechas con un transbordador de 40 toneladas en vez de 20, producirían las siguientes variaciones en el trabajo de los cables: cuando el transbordador esté en el centro del puente la tensión de los cables parabólicos será de 210.965 kilogramos, en lugar de 176.092 kilogramos, y el trabajo por milímetro cuadrado de 17,534 kilogramos en vez de 14,635 kilogramos; y cuando el transbordador esté adosado á uno de los muelles, los cables oblicuos trabajarán á 21 kilogramos, en lugar de hacerlo á 14,70 kilogramos por milímetro cuadrado.

Estos ensayos no habrán de hacerse en día de fuerte viento, y, por lo tanto, al estudiar la acción de éste no hay para qué considerar más que el transbordador de veinte toneladas.

TERCERA PARTE

Ejecución práctica.

I

TRABAJOS PRELIMINARES

Hasta ahora no nos hemos ocupado más que del estudio teórico del problema; verdad es que, dado el íntimo enlace que en muchas partes de las obras hay entre la teoría y los medios prácticos empleados para su ejecución, ha sido preciso describir algunos de ellos, pero no la totalidad; y por esta razón, para terminar, nos ha parecido conveniente entrar en algunos detalles, meramente prácticos, que puedan servir para dar una idea más clara y completa de la construcción, cuyo estudio haremos desde un principio, y de la marcha, en ocasiones algún tanto laboriosa, que llevaron los trabajos.

Una vez que le fué otorgada la concesión de la obra, se dedicó el señor Palacio á reunir cuantos elementos pudieran serle de imprescindible necesidad para llevar á cabo su obra ó servirle de poderoso auxiliar durante su construcción; á este fin entró en tratos con diversas casas constructoras que, por su crédito profesional, ofrecieran garantías de poder llevarla á efecto interpretando fielmente su pensamiento, é introducir en ella las mejoras de detalle, hijas de la práctica de muchos años, que es muy difícil tener en cuenta al proyectar una construcción de la índole de la que nos ocupamos, diferente en su esencia de todas las llevadas á cabo con anterioridad á ella.

Por indicaciones de Mr. J. Grassin, constructor de Saint-Sauveur-Arras (Pas-de-Calais), se dirigió á Mr. Arnodin de Château-neuf-sur-Loire

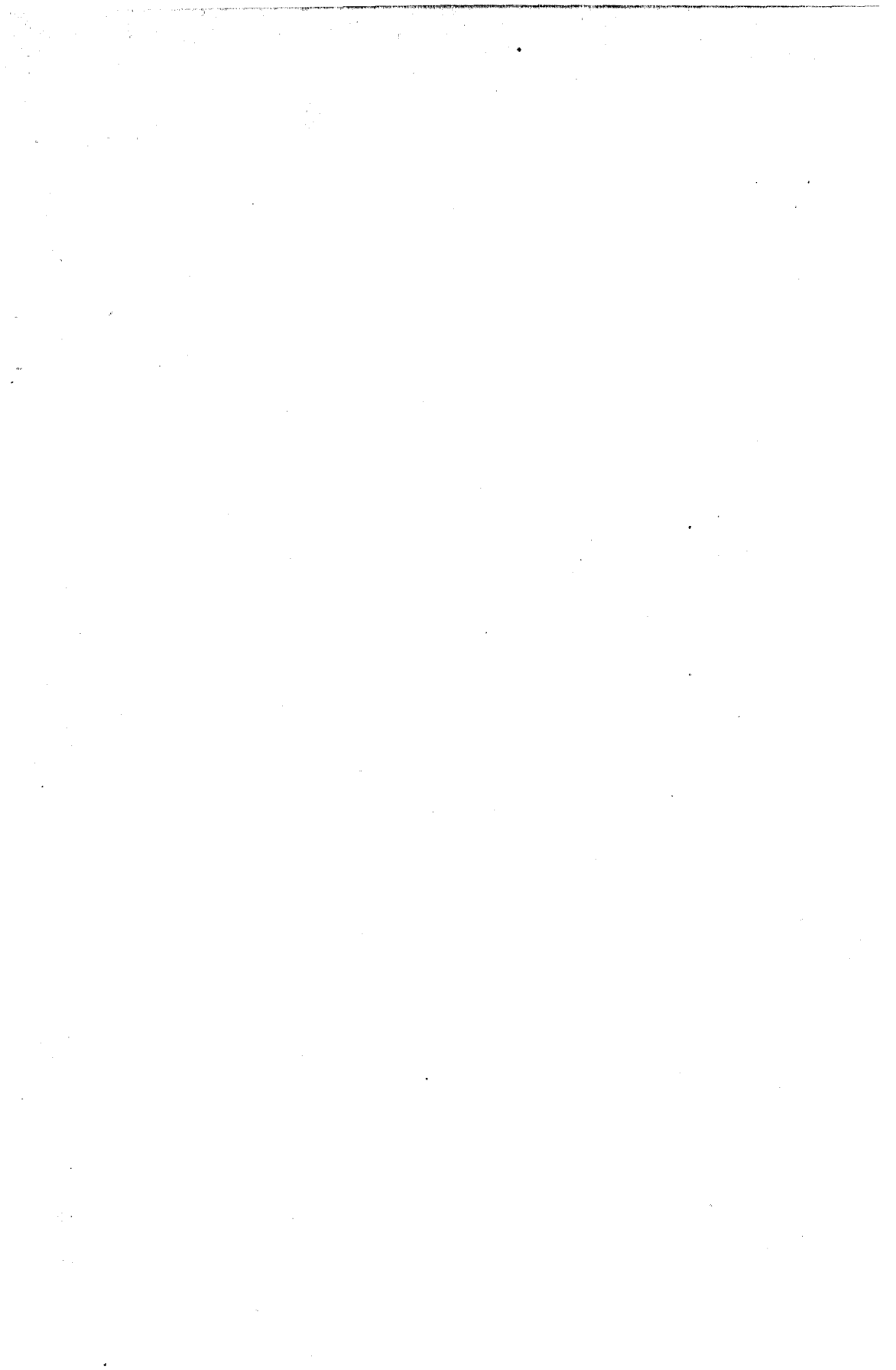
(Loiret), á quien el primero recomendó como hábil montador; en él encontró el Sr. Palacio el auxiliar inteligente que había de prestarle excelentes servicios durante toda la construcción de la obra, y que desde luego introdujo como perfeccionamiento de ella sus tipos de cables (Nota B) y de viga, de que ya nos hemos ocupado, destinada principalmente á repartir la carga móvil sobre mayor longitud de cable y á formar al mismo tiempo los pretilos del tablero del puente.

Constituida en 7 de Abril de 1890 la Sociedad M. A. de Palacio y Compañía para construir y explotar el puente transbordador, se examinó detenidamente el proyecto, se estudiaron los medios de construcción que podrían emplearse y las mejoras que, sin variarlo en su organización general, pudieran introducirse para hacerle más útil y apto para producir mayores rendimientos. Desde luego indicó el Sr. Palacio que, á poco coste, podría habilitarse el tablero (fig. 26), como paso superior mediante el establecimiento de ascensores para subir á él y *restaurants* elevados en sus arranques; esta idea fué aceptada en principio y se acordó, en junta general de accionistas, se introdujeran en el proyecto las modificaciones necesarias para ello, las cuales fueron aceptadas por el contratista; pero dificultades de orden económico hicieron quedara en suspenso su ejecución, á pesar de que con tales mejoras no sólo se hubiera aumentado la capacidad del tráfico, sino que, al mismo tiempo que de utilidad directa é inmediata, hubiera resultado una obra verdaderamente recreativa y de placer por el hermoso y variado panorama de que desde su alto podría disfrutarse, pues en dirección al mar se domina todo el abra de Bilbao, las obras de encauzamiento de las corrientes y de construcción del gran puerto exterior, y más á lo lejos el Cantábrico; agua arriba toda la ría, y los grandes establecimientos industriales de sus orillas, que especialmente durante la noche, cuando se destacan con mayor brillo é intensidad las llamas y chispas que se desprenden de altos hornos y convertidores, y se extiende en todas direcciones el resplandor de la fundición que poco á poco corre y llena las eras, ofrecen fantástico golpe de vista; á derecha é izquierda pintoresco paisaje formado por montes cubiertos de vegetación, salpicados de manchas rojizas características de las minas en explotación, ó ya abandonadas, surcados en todas direcciones por ferrocarriles, planos inclinados y tranvías aéreos con su incesante ir y venir de baldes, que parecen moverse en el aire sin guía ni conducción alguna; y allá, en lo alto de un cerro aislado y esbelto, en cuya ladera parece acostado el caserío de Santurce, el fuerte de Serantes, que domina el valle de Somorrostro, núcleo principal de la región minera. Abandonado este pensamiento,

A.



VISTA GENERAL DE LA DESEMBOCADURA DE LA RÍA DE BILBAO; TOMADA EN DIRECCIÓN AL ABRA.



quedó reducido el proyecto á su primitiva organización; con arreglo á ella se emprendieron los trabajos de cuya marcha vamos á dar alguna idea, y quedó, por último, terminada la obra en la forma que claramente indica el grabado que sirve de portada, reproducción de fotografía tomada al pasar el acorazado *Infanta María Teresa* al volver, para reparar averías, á los Astilleros del Nervión, en que fué construído. Para dar una idea mejor de su situación y conjunto se acompaña la fototipia A, en que se ve la desembocadura de la ría, las Arenas, Portugalete y, en el fondo, el abra, que parece cortada por una línea blanca, representación exacta de la rompiente que el día en que se tomó la fotografía había en esta parte de mar siempre tan inquieta.

II

CIMENTACIONES Y OBRAS DE FÁBRICA

Después de hecho el replanteo de la obra, que se llevó á cabo el día 10 de Abril de 1890, y acumulados por el contratista los elementos necesarios para dar principio á la ejecución de los trabajos, se comenzaron éstos por el lado de Portugalete, orilla izquierda de la ría. Como realmente pueden considerarse completamente independientes los distintos núcleos de obras de fábrica, puesto que la unión entre ellos se consigue por los elementos metálicos de la construcción, las dividiremos, para hacer su descripción, con arreglo á datos proporcionados por el mismo Sr. Palacio, en dos grupos: uno que comprenda todos los fiadores de amarre de los cables, y otro la cimentación de las pilas, en la cual se tropezó con no pocas dificultades.

I. Cimentación de las pilas.

Cada una de las pilas está cimentada por medio de ocho pozos que, según el proyecto, debían tener 1,35 metros de diámetro, correspondiente cada uno de ellos á un arístón de la construcción metálica que habían de soportar.

ORILLA IZQUIERDA

Se dió principio á los trabajos de cimentación en esta orilla el 19 de Agosto de 1890, empezando por la apertura de los pozos más inmediatos á la ría, que coincidían con el emplazamiento del muelle viejo, el cual, por la solidez de su construcción, se supuso podría utilizarse como asiento de la

nueva mampostería; para asegurarse de ello se abrieron horizontal y verticalmente rozas muy profundas, que atravesaban todo el macizo en uno de los sentidos y llegaban á 3,10 metros de profundidad en el otro; de este reconocimiento resultó que tenía un espesor medio de 4 metros, una altura próximamente de 7,00 metros y estar formado por mampuestos calizo-arcillosos unidos con morteros de cal grasa perfectamente fraguados, y un paramento de sillería, muy bien sentada y trabada con la mampostería posterior, en la cara más próxima á la ría. Este macizo, que bien puede considerarse monolítico, tiene su base próximamente 0,50 metros más baja que el nivel de la bajamar equinoccial, y le sirve de asiento una gruesa escollera, trabada con otra más menuda para llenar los intersticios, que llega hasta la roca y está regularizada y allanada con hormigón; podía, por lo tanto, servir perfectamente de cimiento, toda vez que, al transmitirse las cargas según un cono con las generatrices á 45°, se repartiría en 35 metros de muelle, es decir, en 140 metros cuadrados, y calculando una compresión máxima de 400.000 kilogramos, resultaría ser tan sólo de 285 gramos por centímetro cuadrado. En vista de esto se rellenaron esmeradamente con mampostería, sillarejo y sillería las rozas hechas, y se terminaron estas obras el 10 de Diciembre.

Antes de terminarlas se dió principio á la apertura de los pozos posteriores, empezando por la de los dos de más agua arriba; el terreno que se encontró fué de arena limpia, de la que constituía la playa que existió en este sitio hasta 1710 en que se encauzó esta parte de la ría, y, por lo tanto, muy expuesto á corrimientos, por lo cual fué necesario proceder con grandes precauciones, haciendo sólidas estribaciones por medio de un table-estacado, formado por tablas ajustadas al tope para tratar de evitar que la arena se corriera por las uniones entre ellas y se produjeran senos peligrosos en el subsuelo. Las excavaciones se llevaron á cabo sin tropiezo hasta una profundidad de 4,50 metros, á la que apareció una vía de agua de tal consideración que hizo imposible la continuación de los trabajos en la forma en que se llevaban á efecto; en vista de ello se colocó el día 13 de Septiembre un tubo de hierro, de 1,43 metros de diámetro, para continuar la excavación en su interior; á medida que bajaba se le enchufaban otros, haciéndose los agotamientos por medio de bombas; pero á los pocos días se notó que se habían producido grandes senos, y abierto grietas en el pavimento del muelle y en los muros de contención y cerramiento de las casas inmediatas, presentándose inminente el peligro de que pudieran resentirse las construcciones próximas. En el mismo día (22 de Noviembre) se rellenó

de nuevo el pozo apisonando enérgicamente la arena, con lo que se evitaron nuevos corrimientos, sin otro perjuicio que el hundimiento de algunos metros cuadrados de pavimento. Hecho esto, y dadas las dificultades que el terreno presentaba, se decidió hacer los pozos de sección cuadrada de 2,50 metros de lado, y establecer en ellos una sólida entibación; por este medio se bajó hasta cinco metros de profundidad, á la que apareció el agua, que, aun á través de las tablas, arrastraba la arena, reproduciéndose de nuevo los senos, hecho que obligó á hacer un relleno parcial de arena fuertemente apisonada. Reconocido como impracticable este procedimiento, se decidió el empleo de pilotes de gran sección, para lo cual se instaló una machina con una maza de 800 kilogramos, capaz de producir en su caída esfuerzos de 11 á 12.000 kilogramos; como operación preliminar para averiguar la profundidad á que se encontraba el firme se hincó un pilote de prueba, y de este modo se determinó la longitud que debían tener los demás, que se decidió fueran de 0,30 á 0,40 de sección y de madera de haya recién cortada para que conservase la savia y fuera incorruptible bajo la acción de una humedad constante.

Los pilotes fueron reconocidos uno á uno é hincados hasta la misma roca, para lo cual no dejaron de presentarse dificultades; pues si bien bajaban verticalmente mientras atravesaban la capa de arena, al encontrar escollera debajo de ella se torcían é inclinaban para buscar las juntas de las piedras, lo que dió lugar á la producción de algunas averías en la machina; por último, después de salvados los inconvenientes que se presentaron, se terminó la operación, que había dado principio el 9 de Diciembre, el día 30 del mismo mes.

Hecho esto, se procedió á afirmar el terreno y extender una capa de hormigón hidráulico de un metro de espesor que enlazase todas las cabezas de los pilotes, operación que duró desde el 17 al 26 del citado mes; una vez terminada se continuó sin interrupción el relleno con mampostería hidráulica hasta una altura de 13,5 metros, (fig. 48), á la que se colocó un dado de sillería fuertemente sujeto, que había de servir para soportar la base del arístón, operaciones á que se dió fin el 27 de Enero siguiente.

ORILLA DERECHA

El día 11 de Agosto de 1890 se comenzó la apertura de los pozos más inmediatos á la ría, cuyo emplazamiento correspondía al del antiguo muelle, que, una vez reconocido, resultó tenía sin fraguar el mortero en la parte

sumergida en el agua, lo que obligó á su demolición; como en la parte que no estaba sometida á la acción del agua el mortero había fraguado y adquirido considerable dureza, se acudió al empleo de la dinamita en pequeñas cargas para no quebrantar el resto del muro; así se continuó hasta una profundidad de 4,60 metros, á la cual se tropezó, el 15 de Septiembre siguiente, con un emparrillado de vigas de roble de 0,28 por 0,28, perfectamente conservado, formado por filas alineadas, distante la primera 0,50 metros y la segunda un metro; debajo del emparrillado había un pilotaje también de roble, de color muy oscuro, y tan bien conservado que pudiera haber servido para obras de ebanistería.

Reconocida la resistencia á la compresión de este pilotaje, resultó ser insuficiente, sin duda porque los imperfectos medios de que dispusieron al hincarlos no les permitió llegar hasta el terreno firme. Aparte el examen directo del terreno, que dió por resultado adquirir el convencimiento de que en todas partes podría llegarse á la roca, se estudiaron los planos y descripción de las obras de encauzamiento de esta parte de la ría que se hicieron el año 1738, y se encontró perfecto acuerdo entre las dimensiones, clase y disposición de los materiales encontrados en el terreno y los descritos, dibujados y acotados en los planos sometidos á estudio; de los documentos examinados se dedujo que hincaron pilotes de roble en la arena, y que entre ellos colocaron gruesos bloques de piedra natural, algunos de los cuales tenían hasta un metro cúbico; á medida que, por efecto de las mismas socavaciones producidas por el agua, iban enterrándose, se rellenaban los huecos por el mismo procedimiento, hasta que se juzgó que el todo tenía suficiente solidez, y se procedió entonces á unir todas las cabezas de los pilotes por medio de un emparrillado colocado al nivel de la bajamar equinoccial. Comprobada de esta manera la naturaleza del subsuelo, y en la seguridad de poder llegar hasta la roca, se acordó el empleo de fuertes pilotes de haya que llegasen á ella atravesando la escollera, operación que desde luego se presentaba dificultosa, pues podía ocurrir que alguno de ellos tropezase con un bloque bien sentado que no pudiera romperlo ni desviarlo; pero dada la intensidad considerable de los choques sobre la cabeza de los pilotes, y que á la profundidad á que estarían los bloques en esas condiciones no eran de temer los efectos de las socavaciones, se dedujo que cuando esto ocurriese podía darse por llegado á un firme con la suficiente resistencia. La hinca terminó el 21 de Febrero de 1891, y se llegó á profundidades variables desde 1,45 á 10,53 metros, para encontrar siempre el firme necesario. Todas las cabezas fueron cortadas en cada pozo á la misma altura, y se echó una capa de hor-

migón, perfectamente apisonado, de 1,10 metros de espesor; encima otra de un metro de hormigón muy hidráulico, y se continuó luego el relleno con mampostería hidráulica en una altura de dos metros, hasta llegar al nivel en que debían colocarse los sillares de apoyo de los aristones.

Antes de terminar las obras anteriores se procedió al reconocimiento del subsuelo en la parte correspondiente á los pozos más alejados de la ría; para ello se colocaron tubos de hierro de 1,30 metros de diámetro y tres de altura, y se excavó en su interior hasta llegar á una profundidad de cuatro metros, á la que se encontró la antigua escollera, llamada la Mogijonera, cuya extensión es muy grande; esto hizo necesario aumentar el diámetro de los tubos para poder emplear en su interior la dinamita y extraer bloques de gran dimensión. El 17 de Noviembre empezaron á remacharse las chapas, operación que duró hasta fines de Diciembre, no quedando hecha la excavación, hasta cuatro metros de profundidad, hasta el 15 de Febrero; la hinca de pilotes empezó el 24 del mismo mes y terminó el 23 de Marzo siguiente; inmediatamente se procedió á echar una capa de hormigón y á rellenar con mampostería hidráulica, en igual forma que en los otros pozos de este mismo lado. (fig. 49).

La circunstancia de estar 1,20 metros más bajo el coronamiento del muelle en la orilla derecha (Arenas) que en la izquierda (Portugalete), obligó á elevarlo en la parte correspondiente al emplazamiento del puente hasta ganar la altura debida.

II. Construcción de los fiadores.

ORILLA IZQUIERDA

Fiador principal.—El día 4 de Agosto del mismo año 1890 se empezaron las excavaciones en el emplazamiento del fiador principal hasta llegar con el desmante al firme, compuesto, en toda la extensión de la cimentación, de roca caliza, llamada en la localidad cayuela dura; una vez bien limpia, se abrieron en ella cortaduras en distintas direcciones, á fin de conseguir un enlace perfecto con las mamposterías y evitar así los resbalamientos que de otro modo podían producirse por la acción de los cables de retención. El 28 del mismo mes se empezaron las mamposterías, que terminaron el 25 de Octubre, sin que ocurriera nada digno de mención especial. El 27 de Diciembre quedó terminado este fiador, incluso las obras de guarnecido y protección necesarias para evitar las filtraciones que pudieran perjudicar á los cables, tornillos y demás piezas alojadas en su interior.

Fiador para el contraviento lateral de agua arriba.—Las excavaciones en su emplazamiento se empezaron el 26 de Agosto del mismo año, y se dieron por terminadas á los cuatro metros de profundidad, habiendo sido necesario demoler un trozo de muro que se encontró, y que por sus malas condiciones no se consideró aprovechable; á esta profundidad se halló una escollera muy bien sentada, bañada por las aguas en su flujo y reflujo; el 11 de Septiembre se dió principio á las obras de mampostería hidráulica, que se enlazaron con las del muelle inmediato, que es de sólida y excelente construcción, y terminaron el 22 del mismo mes, no quedando para ultimar la obra más que la reposición de la parte de pavimento del muelle, que es de cemento y hubo necesidad de deshacer; su reconstrucción se llevó á cabo á principios del mes de Mayo siguiente. Terminada la obra, se tapó la boca del pozo con un tablero de madera.

Fiador para el contraviento lateral de agua abajo.—El día 11 de Septiembre se dió principio á las excavaciones en el emplazamiento que debía tener, y que en parte se hallaba ocupado por el muro del muelle, que hubo que demoler algo y abrir una caja que se relleno con la misma mampostería del fiador para formar un todo bien enlazado. El relleno empezó el 29 de Septiembre y terminó el 8 de Octubre siguiente; la reparación del pavimento se hizo al mismo tiempo que en el situado más agua arriba.

ORILLA DERECHA

Fiador principal.—El 24 de Junio de 1891 se dió principio á los desmontes, encontrándose primero una capa de tierra vegetal, luego una algo gruesa de arena fina y, por último, otra de terreno bastante duro y compacto; como el firme desde luego había de estar á bastante profundidad se recurrió á la hincas de pilotes, operación que se llevó á cabo en los días comprendidos entre el 6 y el 28 de Julio del mismo año, se llegó al terreno firme á profundidades que variaron entre 3,20 y 5,45 metros, por debajo del nivel de la capa de agua subterránea. Terminado el pilotaje se echó una capa de hormigón hidráulico de 0,50 metros de espesor, sobre la que se construyó la parte de mampostería, que se terminó el 20 de Octubre siguiente.

Fiador para el contraviento lateral de agua arriba.—Al hacer su replanteo se vió que de construirlo en el punto proyectado obstruiría la rampa de bajada á la ría, por lo cual se alejó hasta salvarla de un modo completo; como el nuevamente elegido correspondió con el macizo del muelle, bastó abrir una galería para fijar el amarre, lo que se llevó á efecto en los días

comprendidos entre el 13 de Noviembre de 1890 y el 13 de Diciembre siguiente.

Fiador para el contraviento lateral de agua abajo.—Las obras de construcción de este fiador, que dieron principio el 9 de Octubre de 1890, no presentaron dificultad ni particularidad digna de mención; hecha la excavación, toda ella en arena, se procedió á su relleno con mampostería, operación que se terminó el 8 de Noviembre siguiente; el pavimento se repuso á fines de Abril del año siguiente.

III. Resumen de las obras de cimentación y construcción de los fiadores.

Excavaciones en las cimentaciones de los pilares.....	m ⁵	501,260
Movimientos de tierras en otros puntos.	m ⁵	847,830
Derribos de mamposterías viejas.....	m ⁵	21,750
Hormigón.....	m ⁵	48,830
Pilotes 9 ó 10 en cada pozo y 160 en el fiador de Las Arenas.....	m. l.	520,00
Mampostería hidráulica.....	m ⁵	1.756,38
Sillería.....	m ⁵	41,770
Enlucidos con cemento de Zumaya.....	m ²	217,29
Relleno de tierras.....	m ⁵	301,850
Pavimento de cemento Portland.....	m ²	109,46

El coste de estas obras fué el siguiente, expresado en pesetas, indicándose también la diferencia entre el importe que figuraba en el presupuesto del proyecto y el que verdaderamente tuvieron:

Cimentación de los pilares.....	51.650,78	+ 36.035,18
Fiador principal orilla derecha.	29.295,73	+ 21.251,28
» » orilla izquierda	10.339,35	+ 2.294,90
» lateral orilla derecha agua arriba.....	227,98	— 1.763,82
» lateral orilla derecha agua abajo.....	1.287,07	— 704,73
» lateral orilla izquierda agua arriba.....	1.558,24	— 433,56
» lateral orilla izquierda agua abajo.....	1.419,37	— 572,43
TOTALES.....	95.778,52	+ 56.106,82

Basta un ligero examen de las cantidades consignadas para ver que el exceso de coste corresponde á los puntos en que la cimentación se presentó erizada de dificultades que no era fácil prever al hacer el proyecto.

III

UNIÓN DE LOS PILARES Á LA CIMENTACIÓN

Un detalle importante y digno de mención es el medio empleado para unir á la cimentación los aristones de los pilares, y que, gracias á la disposición adoptada, sirvió también para la exacta nivelación de la obra.

Sobre el macizo de mampostería hidráulica se colocó un sillar de 1,50 metros de lado y 0,50 de espesor, en el cual se labró, por su cara superior, una caja, en unos octogonal y en otros circular, de 80 centímetros de diámetro y 25 centímetros de profundidad, que se rellenó en una altura de 20 centímetros de arena silíceá previamente calcinada, á fin de destruir toda materia orgánica ó compresible que tuviera, y sobre ella se colocó el platillo (fig. 49 bis) que forma la base del pilar; dicho platillo tiene seis taladros, dos *AA* de 58 milímetros de diámetro, colocados según un diámetro, destinados al paso de grandes pernos de 50 milímetros de diámetro, fuertemente empotrados en la cimentación, la cual atraviesan en todo su espesor; y cuatro *BB* de 40 milímetros de diámetro, que tuvieron por objeto sacar poco á poco, por medio de cucharas á propósito, la cantidad de arena necesaria para nivelar con toda exactitud cada uno de los pilares; una vez obtenida una nivelación exacta, se taparon estos taladros con chapas fuertemente soldadas á la base del pilar, y encima, recubriendo toda la extensión del sillar, se extendió una gruesa capa de cemento Portland inglés de superior calidad, dentro de la que quedaron ocultas las tuercas de los pernos, para evitar á toda costa la oxidación y que penetre la humedad. Tanta importancia se dió á la oxidación, que todos los hierros de esta parte se pintaron con cuatro capas de minio de plomo; después se les dió dos capas de alquitrán caliente; una vez bien secos, se colocaron cuidadosamente en su sitio, y, por último, como ya se ha dicho, se recubrieron de Portland, formando una superficie cónica del mismo eje que el del aristón, con lo que el espesor varía desde 5 centímetros en el borde del sillar á 25 en el centro.

Los ocho pernos de cada pilar que atraviesan los macizos de la cimenta-

ción están fuertemente enlazados, próximamente á 50 centímetros de profundidad, por medio de barras de acero que unen respectivamente los cuatro exteriores y los cuatro interiores, para formar rectángulos concéntricos, enlazados á su vez por medio de barras que unen los vértices que resultan más próximos; además, en un ojo que forman en su parte inferior, tienen atravesada una fuerte barra que sirve de ancla, y en toda su altura picaduras para que su unión al cemento sea más sólida y fuerte.

Esta disposición prestó excelentes servicios durante la construcción, pues al colocar las chapas superiores de uno de los pilares (figuras 55, 56 y 57), el de agua arriba del lado de Portugalete, resultó uno de los aristones 25 milímetros más largo que los demás, debido á que sus piezas fueron cortadas á temperaturas muy bajas, y, naturalmente, se hicieron sentir más que en los otros, medidos y cortados á temperaturas bastante elevadas, los efectos de la dilatación; contrariedad que se salvó extrayendo arena de la colocada para este objeto en el sillar de la base. Aparte de esto, se consiguió perfectamente toda la nivelación por el mismo procedimiento.

IV

PILARES

Los pilares (fig. 46) se construyeron sin que ocurriera nada digno de mención; para el primer tramo de 7,55 metros de altura se armaron en tierra, con tornillos, las caras normales á la ría, se izaron con vientos y se enlazaron á la cimentación que ya tenía colocados los pernos de unión; hecho esto se armaron en su mismo sitio las caras paralelas á la ría, y, por último, se colocaron las piezas horizontales que forman marco de enlace á la conclusión del primer tramo; una vez terminado éste, se auxiliaron las operaciones por medio de andamiajes sencillos, formados solamente por largueros constituidos por cuatro tablonés superpuestos y enlazados de manera que cada uno sobresaliera dos metros con relación al más alto; de esta manera resultaba muy fácil ganar altura por la adición de uno más, que se unía á los anteriores por medio de pernos con tuercas y platillos para evitar se incrustaran en la madera; los primeros tablonés se unían fuertemente por medio de bridas á la parte metálica ya construída; una vez llegado á la altura conveniente,

que próximamente era la de terminación del correspondiente tramo del pilar, se sujetaba una polea á una escotadura del tablón superior y se izaba, atado por el tercio superior, un trozo de aristón completamente terminado, que se colocaba en su sitio y se enlazaba á la parte metálica ya construída; una vez hecho esto con los cuatro del pilar, se sujetaban con tornillos las barras de arriostado, y, por último, el marco de enlace en la terminación del tramo; terminadas estas operaciones, se desarmaban los largueros de madera para utilizarlos en el tramo siguiente; de este modo, tramo á tramo, se armaron los pilares hasta su vértice; los dos pilares de cada lado se montaban al mismo tiempo, y al llegar á la terminación del segundo tramo se colocó el arco de unión entre ellos, que se armó en el suelo y se izó por medio de cuerdas y poleas sujetas á tabloneros que iban de pilar á pilar; lo mismo se hizo con la pieza de enlace colocada inmediatamente encima del nivel del tablero; el arco superior de unión se armó por partes: primero se colocaron las vigas horizontales superiores que forman bastidor cerrado, se izaron luego los aristones de los arcos, que eran de una sola pieza, y, por último, se colocaron los radios.

Toda la armazón se hizo por medio de pernos ó tornillos con tuerca, que se sustituyeron por remaches después de terminado el montaje de las pilas, las cuales se nivelaron para colocar las chapas superiores (figs. 55, 56 y 57), soportes de los bastidores de dilatación. Una vez colocados éstos, se amarraron fuertemente para que no pudieran rodar.

Terminadas las pilas, se colocaron los contravientos laterales y se amarraron á los correspondientes fiadores; las figuras 58 y 59 indican con toda claridad la unión del contraviento á la pila.

V

CABLES

Para la colocación de los cables se montó en el lado de Portugaleta una máquina de vapor de 15 caballos (*); acto seguido se pasó un alambre de unos

(*) Era de tanta fuerza porque se adquirió de ocasión en la localidad, pero no se utilizó más que la cuarta ó quinta parte de ella á lo sumo.

tres milímetros de grueso de vértice á vértice de pilar, para lo cual por cada lado subió un operario con un rollo de alambre, echaron un extremo á la ría y un bote recogió los extremos, los unió, y los operarios tiraron del alambre hasta que el director de la obra, colocado en uno de los pilares y provisto de un anteojo, les avisó el momento en que llegaba á ser tangente á la horizontal previamente determinada por los cálculos hechos para determinar la flecha que habían de tener los cables de suspensión; se marcaron los puntos del alambre que coincidían con los ejes de los pilares, y así se obtuvo la longitud exacta que debían de tener los cables de suspensión; en el mismo momento, para evitar la acción de los cambios de temperatura, se bajó al muelle, donde previamente había tendido, perfectamente alineado, un cable de suspensión y se midió y cortó á la longitud exacta.

Por el mismo procedimiento se pasó, valiéndose de un alambre, un cable muy ligero que se amarró en los fiadores extremos después de pasar por los vértices de los pilares de ambas márgenes; por el mismo sistema se pasó un alambre desde la máquina situada en el fiador principal de Portugaleta al de Las Arenas, con apoyo en los vértices de los pilares, á él se amarró la extremidad del cable de montaje llamado tralla (*), se tiró de él haciendo que se deslizara á lo largo del ya colocado anteriormente, sobre el que rodaban pequeñas poleas (fig. 80), á las que iba sujeta la tralla, unida de un modo invariable al fiador de Las Arenas. Para tensarla ó aflojarla á voluntad, hasta que tuviera una flecha próximamente tres metros menor que la calculada para los cables de suspensión, se unió por el lado de Portugaleta á un pequeño torno; el objeto de esto fué que, como al correr el cable definitivo por el mismo procedimiento, siempre se forma alguna ondulación entre cada dos poleas de apoyo (fig. 81), aflojando luego la tralla poco á poco, después de bien sujetos los extremos del cable definitivo, viene éste á tomar de un modo exacto su verdadera posición; de otro modo, dado el peso que tiene, hubiera exigido fuerzas enormes para tensarlo tirando de uno de sus extremos.

Por este procedimiento se colocaron los ocho cables de suspensión, y alternando con ellos los de retención, que se midieron, cortaron y colocaron por el mismo procedimiento.

Los cables, una vez cortados, se metían por los taladros centrales de tochos de la forma indicada en las figuras 74 y 75, hecho lo cual se deshacían sus puntas para volver los alambres y formar moñas, que luego, á

(*) En francés *traille*.

golpes de mazo, se ajustaban en la concavidad cónica del tocho, que por último se rellenaba de metal de imprenta.

Por los taladros laterales de los tochos se pasaron barras formando estribos para su sujeción (figs. 28, 29, 36, 37, 58 y 59). De este modo pueden templarse por medio de las dobles tuercas que llevan en sus extremos.

VI

TABLERO

El montaje del tablero se hizo por partes que se llevaban á flote en una gabarra, y se elevaban directamente con polipastos amarrados, en puntos convenientes, á los cables de suspensión; primero se subían los trozos de viga tubular correspondientes á cada tramo y se embridaban á los ya colocados, después se subían las piezas de puente y, por último, las de arriostrado diagonal; todo se enlazaba por pernos y se dejaba suspendido de los cables por medio de péndolas provisionales de alambre recocido.

Esta operación no dejaba de ser engorrosa á causa del continuo movimiento del agua de la ría producido por las corrientes, las mareas y el oleaje, de la navegación y otros muchos inconvenientes; así es que para evitarlo, una vez montada esta parte, se instaló una vía Decauville en una pasarela provisional, formada por tablones apoyados en el armazón del tablero, y por ella se condujeron en vagonetas á sus emplazamientos todas las demás piezas del tablero y de los pretilos, que antes se depositaban en la base de la pila de Las Arenas, y por medio de un torno se elevaban hasta el tablero.

Como elemento auxiliar para las operaciones descritas había dos baldes capaces de contener cada uno un hombre con sus herramientas; se colgaban de los cables por medio de una polea, que á su vez se manejaba desde la base de la pila de Las Arenas por medio de un torno con freno y aparatos de seguridad, al cual se arrollaba un ligero cable, que antes cambiaba de dirección en una polea colocada en el vértice de la pila.

Para vigilar estas operaciones había un obrero especial, encargado, no sólo de observar la marcha de los aparatos, sino también al personal para evitar toda clase de accidentes, como felizmente se logró de una manera absoluta;

uno de sus cuidados especiales era ver si se presentaba algún obrero embriagado, é impedir en este caso que trabajara.

Durante este trabajo se observó que, mientras los obreros trabajaban á gran altura sobre la tierra, se acostumbraban fácilmente y no había casos de vértigo; pero cuando lo hacían sobre la superficie del agua en continuo movimiento, que reflejaba vivamente la luz produciendo rápidos destellos, y aparición y desaparición casi instantáneas de puntos brillantes, se mareaban, y hasta algunos llegaban á desmayarse, por lo cual fué necesario ir acostumbrándolos poco á poco con trabajos fáciles en sitios próximos á las orillas, ayudados por operarios ya habituados á esta clase de operaciones.

El montaje de las vigas del pretil no ofreció ninguna particularidad, pues para ello se utilizó como andamio el mismo tablero.

Se tuvo cuidado de que el tablero formara una flecha de unos 60 centímetros hacia arriba, con objeto de que, al nivelarlo para colocar las péndolas definitivas, hubiera que bajarlo y nunca subirlo, lo cual hubiera sido muy difícil; después de traído á su verdadera posición quedó formando una flecha de 120 milímetros, que la pierde al pasar el transbordador completamente cargado.

Todas las péndolas provisionales eran verticales hasta los mismos pilares; una vez armado el tablero, se colocaron los cables oblicuos próximos á las orillas; luego las péndolas verticales con su verdadera magnitud, y, por último, se templaron todos los cables, péndolas y diagonales de la viga de los pretiles; el templado de cada elemento se reconocía por medio de un martillo para apreciar el grado de tensión de cada pieza.

Las figuras 60 y 61 indican claramente, en corte y vista longitudinal, la organización definitiva del tablero, y en la fototipia *C* (pág. 178) se ven en conjunto los distintos elementos del mismo (*) y de parte de la suspensión.

VII

APARATO DE DILATACIÓN DEL TABLERO

Como ya hemos dicho al estudiar el efecto de la temperatura sobre el tablero, éste experimenta variaciones de longitud que no serían capaces de

(*) En la misma fototipia se ven las armaduras de que se ha hecho mención en la página 123, si bien con la diferencia de ser planos, y no redondos, los tirantes de las mismas.

soportar las pilas, á no ser que tomara una curvatura del todo inadmisibile; para evitar esto se roblonó á la pila del lado de Portugalete, y en el de Las Arenas se colocó el aparato de dilatación indicado en la figura 50; sobre las vigas *E* de enlace de los aristones y pilares se colocaron otras *S*, sobre las que se pusieron medios redondos *R*, que sirven de carriles á poleas *B* que están unidas al eje *A*, del que á su vez, por medio de los estribos *H* y el eje *L*, se cuelga el tablero, que de este modo queda libre para moverse por este extremo. Del mismo eje *A* arranca el cable *M* de arriestrado longitudinal del tablero, unido, como todos los demás, por el intermedio del tocho *N* y estribo *T*, que puede templarse por medio de las tuercas *O*; el otro extremo del cable va unido al fiador de modo que también pueda templarse por ser el que queda más al alcance de la mano.

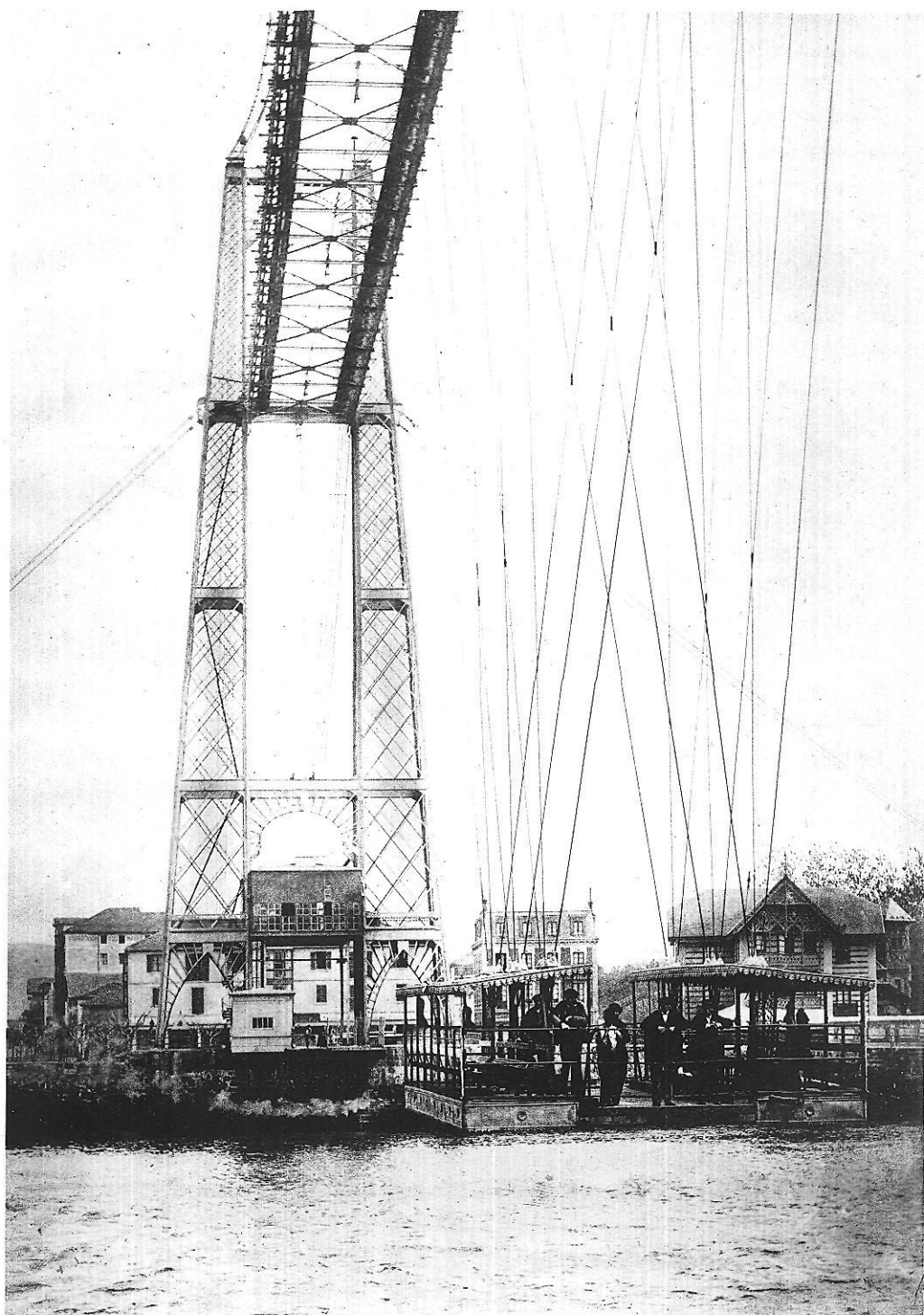
La observación práctica ha hecho ver que este aparato apenas se mueve, debido á que las variaciones de temperatura no son tan grandes como se supuso en un principio, pues las corrientes de aire húmedo que siempre hay á la altura del tablero, y la desigual acción del sol sobre las distintas caras de las vigas tubulares, hace se produzcan diferentes dilataciones que se contrarrestan á costa del trabajo de las distintas piezas de la obra; se ha observado también que la dilatación se produce muy lentamente, pues tarda muchas horas en penetrar el calor al interior de las piezas metálicas, y mientras no toman una temperatura uniforme en toda su sección, las partes más frías se oponen á la dilatación á que tienden las más calientes, también á costa de trabajo del material.

Los bastidores ó carros de dilatación de la parte superior de los pilares se hicieron de fundición, de una pieza, según indican las figuras 28 y 29, en las que se ve también de un modo claro el sistema de sujeción de los cables principales, de retención y oblicuos.

VIII

TRANSBORDADOR

El transbordador está perfectamente representado en las figuras 82, 83, 84 y 85; constituido por un bastidor construído con **I** y tablonés, sobre el que va un pavimento de una capa de tablonés en las partes laterales destinadas á las personas, y de dos en la central destinados á los carruajes, organización que se ve en las figuras 83 y 84; en esta última se ve además la disposición



VISTA DEL TRANSBORDADOR,
EN MARCHA DESDE LAS ARENAS HACIA PORTUGALETE.

de las puertas que son corredizas, formadas por tubos que enchufan unos en otros á manera de telescopio.

También se ve en las figuras 83 y 85 la organización del sistema de amarre de los cables de suspensión que le unen al bastidor móvil superior; pasadores *A* atraviesan las almas, convenientemente reforzadas por medio de chapas, de las **I** de los largueros, y á ellos dan vuelta los cables, según se ve en las figuras, para venir á unirse en *B* á otros dos de suspensión y uno de contraviento; por esta disposición se consigue aumentar los puntos de apoyo del larguero y, por lo tanto, aumentar su resistencia, lo que permitió disminuir su sección y su peso.

El pasaje se divide en dos clases, 1.^a y 2.^a; los de 1.^a ocupan metro y medio á cada lado, y tienen tres filas de bancos, de las que sólo se ve una en el dibujo, pues las otras dos tuvieron que aumentarse después para comodidad de los viajeros; el resto, es decir, toda la parte central, está destinada á carruajes, ganados y pasajeros de 2.^a clase, que tienen una parte algo más elevada destinada á ellos; una malla de alambre separa una clase de otra.

Las dos partes destinadas á 1.^a clase están cubiertas por ligeros tejadillos de zinc, y hay lonas laterales corredizas para abrigar á los viajeros de los vientos y lluvias (fototipia *B*).

En ambos extremos tiene sólidos salientes de forma triangular de 0,45 de salida, cuyo objeto es enchufar en aberturas rectangulares abiertas en los muelles y obligar al transbordador á venir á su verdadera posición cuando el viento lo desplaza alguna pequeña cantidad.

IX

BASTIDOR MOVIBLE SUPERIOR

Nada de particular tiene la estructura del bastidor móvil superior indicada en esquema en la figura 86; se reduce únicamente á dos largueros **I** *AA* unidos entre sí por travesaños *BB* y riostras colocadas según en proyección indica la figura.

Sobre los largueros *AA* van sujetos, por medio de pernos, los cojinetes que sujetan los ejes de los pares de ruedas, dispuestos en forma muy parecida á la indicada en las figuras 39, 40 y 42.

A los extremos *CC* de la riostra longitudinal central van amarrados los del cable de tracción; como á su vez hay otro trozo de él que coge

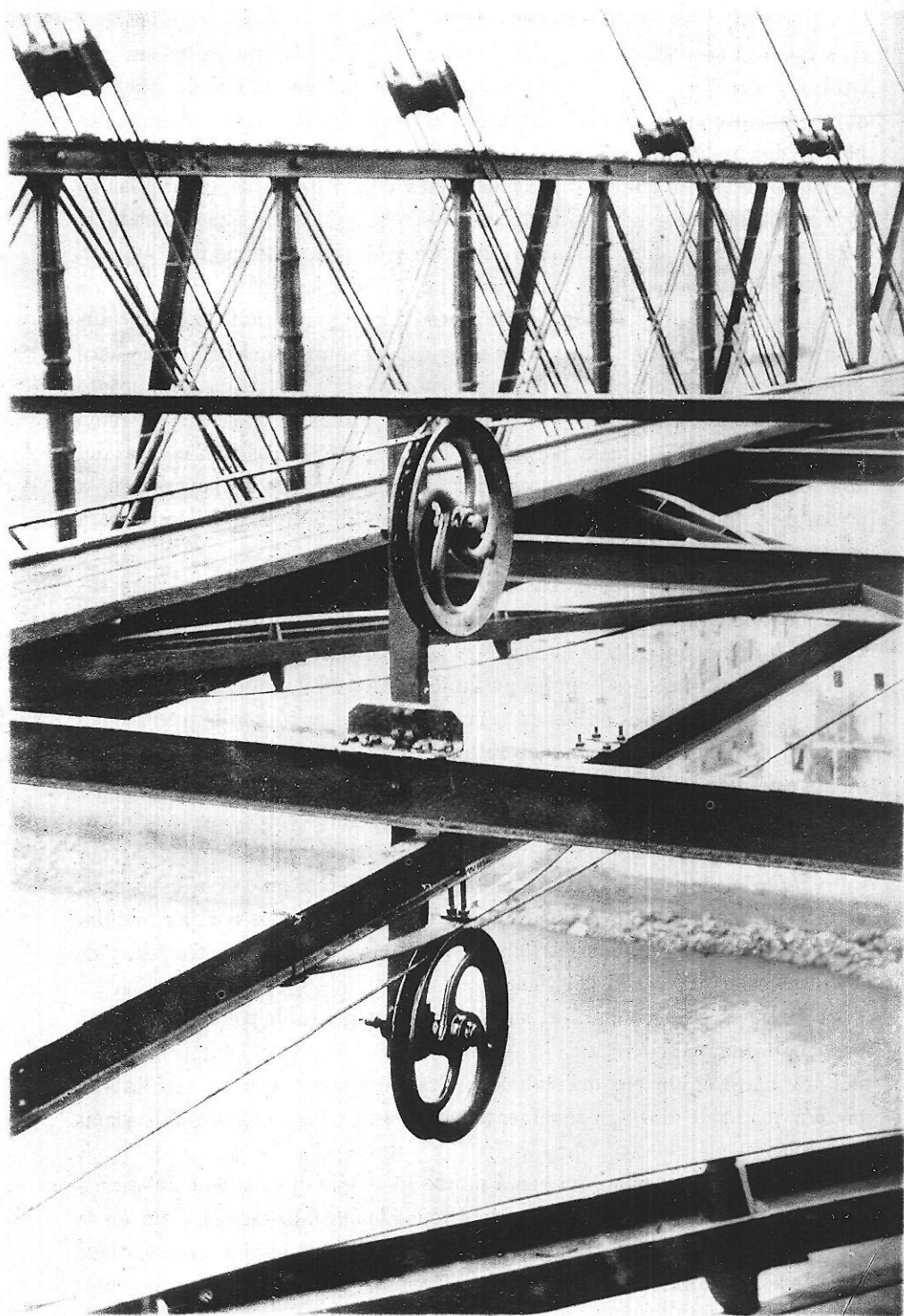
toda la longitud del bastidor, viene realmente á resultar un cable sin fin, cuya organización general explicaremos al tratar del modo de producir el movimiento, para tan sólo ocuparnos ahora del sistema de amarre empleado, dispuesto de modo que nunca puede entorpecerse la marcha á la llegada á las poleas (figs. 72 y 73) de sostén y guía del cable, espaciadas en toda la longitud del tablero del puente. En la figura 87 está indicada la organización del sistema adoptado; al travesaño *AA*, extremo del bastidor, se unen dos escuadras *BC* y *CD*, que sirven de apoyo al cable *E* á una altura superior á la polea *F*, que le sirve de guía; un muelle *GGG* levantado por dicha unión, por su propia elasticidad comprime el cable y lo hace entrar en la garganta de la polea, é imposibilita su salida tan pronto como, al seguir moviéndose el bastidor, haya pasado su travesaño extremo de la vertical *HH* que pasa por el eje de la polea *F*; la posición normal del muelle es la indicada de puntos en la figura, no llega á apoyarse en la polea, pero que sólo dista de ella tres ó cuatro milímetros, lo bastante para evitar rozamientos perjudiciales.

La fuerza del muelle no es bastante, cuando hace mucho viento, para sujetar el cable, el cual se escapa lateralmente; para evitarlo se han colocado varillas *U* que apoyan sobre el muelle y sostienen un platillo *P*, encima del cual se colocan pequeños lingotes de fundición de 9 kilogramos de peso cada uno, que tienen taladros en los que entran las varillas *U*, con lo que quedan sujetos y aumentan la acción del resorte. En la fototipia *C* se ve perfectamente esta disposición, así como la organización de las poleas de sostén y guía del cable. Es tal la fuerza del viento que algunas veces hay que colocar hasta 80 kilogramos de peso; parece extraño á primera vista que, al actuar sobre un cable de poco diámetro, produzca tal esfuerzo; pero el hecho ocurre, debido sin duda á la acumulación de esfuerzos producidos por las ondulaciones, á cuya formación contribuyen, de un lado el esfuerzo tractor, y de otro la acción transversal del viento.

Se da sujeción longitudinal al punto de amarre del cable por medio de otra pequeña tornapunta *K*.

Para hacer el amarre del cable se deshila su extremo, se arrolla á la pieza á que ha de atarse, y se refuerza todo con una fuerte ligadura de alambre recocido.

Á los largueros vienen también á unirse los cables que sostienen el transbordador; esta unión es muy parecida á todas las estudiadas; el alma de la **I**, convenientemente reforzada, está atravesada con un pasador que sostiene los estribos que parten del tocho de la extremidad del cable correspondiente.



ORGANIZACIÓN DEL TABLERO Y VIGAS LATERALES,
POLEAS DE SOSTEN Y GUÍA DEL CABLE
Y MUELLES DE SUJECIÓN DE ESTE.

X

APARATOS DE TRACCIÓN Y MOVIMIENTO

Por lo dicho se deduce que el transbordador, sus cables de suspensión y el bastidor movable constituyen un todo que seguirá el movimiento de este último, unido á su vez, según hemos visto, á un cable sin fin, cuyos extremos vienen á estar amarrados en las extremidades de un diámetro del tambor *T* (figs. 76, 77, 78 y 79), que recibe el movimiento de una máquina de vapor y está colocado en unión de ésta en una plataforma construída á la altura de la terminación del primer tramo de la pila de Las Arenas (*); tomemos una punta del cable y sigámosle: sube verticalmente desde el tambor motor á la altura del tablero; pasa por la polea *A* (figs. 69 y 70), sigue horizontalmente por encima del tablero apoyándose en varias poleas *B* (figs. 72 y 73), hasta la de cambio de dirección *C* (fig. 71), situada en el extremo opuesto del tablero, ó sea del lado de Portugalete; vuelve horizontalmente por debajo del tablero con apoyo de las poleas *D* (figs. 72 y 73), organizadas como ya se ha dicho, hasta amarrarse á uno de los extremos *C* (fig. 86) del bastidor móvil; pasa al otro, y desde él continúa horizontalmente de la misma manera hasta el pilar de Las Arenas, en que encuentra otra polea *E* (figs. 69 y 70), en la que cambia de dirección para ir á buscar verticalmente el tambor motor. Su puesto el transbordador adosado á un muelle, uno de los extremos del cable dará al tambor motor el número necesario de vueltas para que su desarrollo sea igual á la carrera total del transbordador.

Dicho esto, se comprende que, según el tambor gire en uno ú otro sentido, arrollará ó desarrollará el cable por uno de sus extremos, y hará lo contrario por el otro, con lo que el bastidor móvil tomará movimiento en una ú otra dirección.

Dadas las condiciones del paso era preciso, no sólo cambiar de dirección del movimiento al llegar á cada orilla, sino también poder hacerlo en un punto cualquiera de la carrera del transbordador, y pararlo instantánea-

(*) En la fototipia *B* (pág. 177) se ve perfectamente la caseta en que, á la altura dicha, están colocados todos los órganos motores y de alimentación de la caldera. Al nivel del muelle se ve otra, que sirve de despacho de billetes y sala de espera para los viajeros.

mente en el momento que se desee; para conseguir esto, el eje motor *A* de la máquina de vapor (figs. 76 y 79) tiene una unión elástica; de modo que su extremo *B* puede tomar un ligero desplazamiento sin que afecte á la parte de él en que se acoplan las bielas motoras; en dicha extremidad *B* tiene ajustada una polea de fricción *C* (figs. 76 y 79), que puede transmitir su movimiento á cualquiera de las dos *D* y *E*, según se ponga en contacto con una ó con otra, para lo cual se hace uso de la palanca *P* unida á una excéntrica *O* que la obliga, aprovechando el juego del árbol, á desplazarse 20 milímetros; á los mismos ejes *F* y *G* de las poleas *D* y *E* están ajustadas las ruedas dentadas *H I*, que engranan en la *K*, solidaria con el tambor *T*, á que van amarradas las puntas del cable y arrollado éste; de este modo, y sin necesidad de parar la máquina, con sólo el cambio de posición de la palanca *P*, puede hacerse que giren la polea *D* ó la *E*, ó ninguna de las dos, y, por lo tanto, que el tambor lo haga en uno ú otro sentido ó permanezca quieto; en la figura 79 se ven las tres posiciones *PP'P''* de la palanca de maniobra; las *PP'* indican acción, una á la derecha y otra á la izquierda, y la *P''* inmovilidad del tambor.

La máquina de vapor es de dos cilindros gemelos de alta presión y 25 caballos de fuerza, de los que en tiempos normales sólo se utilizan 7 á 8. En temporales muy violentos, el viento en sentido longitudinal al puente absorbe el total de la fuerza, y hasta por breves momentos hace patinar las ruedas del bastidor móvil superior.

La caldera es de tubos Field, que en veinte minutos se pone en presión.

El agua de alimentación se toma de un pozo por medio de un juego de tres bombas que la elevan á un depósito, y de éste la toma el caballito de la caldera.

FIN.

APÉNDICE

Modificación del sistema para salvar grandes luces.

Como puede deducirse de los cálculos precedentes, con el sistema de puentes descrito podrían salvarse, en buenas condiciones prácticas, luces quizás hasta de 500 metros; pero hoy día, con el desarrollo que adquiere la industria del transporte, se presenta el caso de tener que salvarlas mayores, y entonces la disposición estudiada resulta demasiado pesada; para evitarlo y poder dar solución satisfactoria al problema ha ideado el Sr. Palacio una nueva disposición, cuya principal variante consiste en la supresión del tablero, consiguiendo la sujeción lateral de las vigas tubulares por la colocación de los cables de suspensión principales en planos oblicuos que formen un ángulo diedro, en cuya arista venga á quedar colocada la viga; esta disposición, que no se ha llevado todavía á la práctica, ni pasado de la categoría de proyecto, está indicada en las figuras 88, 89, 90 y 91; los cables de suspensión AA que parten del vértice de las pilas vienen á quedar tangentes á las vigas tubulares TT , y á su vez otros ABA parten también del vértice de las pilas, pero del extremo contrario de los anteriores, para ser igualmente tangentes á la misma viga; de unos y otros parten las péndolas de suspensión, de modo que á cada punto de la viga van á parar dos que tienen inclinaciones contrarias con relación á la vertical, produciéndose de esta manera un verdadero arriostrado contra los esfuerzos horizontales que produzca el viento. Como los cables tomarían una doble curvatura si se les dejase libres, se colocan ligeras tirantillas CC que los unen entre sí y hacen se conserven cada uno en su plano.

El cálculo se funda en lo mismo dicho para la suspensión del transbor-

dador, esto es, en la teoría del péndulo; pues puede ser tal la inclinación del plano de un cable que la componente horizontal producida, si estuviera suelto, se amayore que la acción del viento, en cuyo caso, aunque éste sople, el sistema permanecerá sensiblemente inmóvil.

La pila de este sistema, figura 90, puede tener una ligera oscilación lateral para compensar los efectos de las distintas dilataciones; pero en sentido longitudinal, figura 88, está unida de un modo completamente rígido á la cimentación.

La supresión del tablero aligera mucho el peso que por metro lineal han de soportar los cables, y, por lo tanto, á igual trabajo podrían salvarse luces mucho mayores.

Para llevarlo á la práctica habría de someterse á minuciosos estudios y cálculos, para determinar en definitiva la forma y organización de todos sus elementos.

Esta solución, bien adaptada á cada caso particular, puede ser de aplicación militar en muchas ocasiones, mediante el empleo de cuerdas y piezas ligeras de madera que son relativamente fáciles de encontrar.

Como derivada de ella pueden considerarse los tranvías aéreos ideados y construídos por el mismo ingeniero, pues en lugar de la viga tubular hay una sencilla **I** colgada de un cable; **I** que sirve de vía á los baldes destinados al transporte de mineral. En la mina Pobre de Ortuella (Bilbao) está así establecido con excelente resultado; llega á haber entre apoyos un salto de 416 metros, y han llegado á transportarse en un día 1.200 toneladas, por más que la mina no produce diariamente más de un centenar de ellas.

NOTA A

Disposiciones adoptadas para la fácil renovación de las piezas en los puentes colgantes.

Los puentes colgantes han sido objeto de una importante y trascendental reforma desde el punto de vista de su mayor duración y, por consiguiente, de la seguridad del tráfico. Se han ideado y construido de un nuevo tipo, fundado en la renovación parcial de sus piezas, sin afectar á la solidez ni alterar en lo más mínimo la circulación durante las reparaciones.

Se concibe fácilmente que, si al llevar á cabo la construcción de un puente colgante, se ha previsto y resuelto que todas las piezas puedan ser fácilmente reemplazadas por otras iguales, la duración indefinida del puente se reduce á una simple cuestión de conservación, y quedará limitada tan sólo por la de las mamposterías que soportan el conjunto de la obra.

La renovación periódica ó la sustitución de las piezas de un puente colgante en épocas determinadas es garantía de seguridad casi absoluta por un tiempo indefinido, independiente de la antigüedad de la obra, toda vez que si, para sostener un tramo, se tienen diez cables, por ejemplo, y se fija en 100 años su duración, podemos reemplazar uno de ellos cada diez años. Así se tendría, con una conservación normal, un puente, sea cual fuere su antigüedad, con un cable de diez años, otro de veinte, otro de treinta, y así sucesivamente hasta cien años.

Con esta solución hay el inconveniente de reemplazar demasiado pronto los primeros cables; pero en cambio se obtiene una garantía para el porvenir ó para las generaciones futuras al señalarles el método de conservación que en

él deberán emplear. Y así como cabe sustituir un cable de acero por otro de igual clase, es también posible cualquier otra combinación y sustituir los elementos actualmente en uso por otros más perfeccionados ó preferibles á los previstos, de la misma manera como en los ferrocarriles se sustituye el carril de hierro por el de acero y las traviesas de roble por las metálicas, de las diversas variantes que ya hoy se conocen y aplican. De igual modo, los elementos actuales de los puentes colgantes podrán sustituirse por los que se reputen mejores, siguiendo siempre en el tipo «amovible» el entretenimiento ordenado que se acaba de indicar, especialmente en los tramos de importancia, en los cuales estas ventajas no tienen rival desde el punto de vista económico.

Supóngase, por ejemplo, alguna de esas obras colosales que, en un plazo más ó menos breve, no tardarán en realizarse, el gran puente para atravesar el canal de la Mancha, proyectado por Mr. Savy, ingeniero francés, obra que probablemente admirará el siglo actual por lo mismo que su autor lo es de otras varias que le immortalizan. Pues bien: esta obra, ú otras de menos importancia, se construyen para una duración tan limitada como la del hierro ó acero que las compone si todas sus piezas son inamovibles. La destrucción por el tiempo se produce al cabo de dos ó tres generaciones, y esto debe prevenirse, no tan sólo para evitar desastres irreparables, si que también para armonizar la economía bien entendida con la seguridad pública.

Indicaremos uno solo de los medios tan sencillos como ingeniosos para la sustitución de todas las piezas metálicas que componen un puente colgante, excepto en lo que se refiere al tablero, pues para la sustitución ó relevo de cualquiera de sus partes no se necesita dar detalles de ninguna especie.

El sistema de suspensión adoptado consiste en poner el caballete de la cabeza de las péndolas debajo de los cables en vez de colocarlos encima, como se hace ordinariamente.

Para el tipo de cinco cables, la figura 92 demuestra con suficiente claridad esta disposición. Se comprende que la sustitución de un cable usado por otro nuevo no puede ofrecer dificultades, puesto que basta un solo operario provisto de una llave para destornillar todas las tuercas de los estribos que soportan el cable defectuoso que se trate de reemplazar. Una vez terminada esta sencilla operación, el cable se levanta por sí solo sobre el nivel de los demás balanceándose libremente, toda vez que no experimentará más tensión que la debida á su propio peso. En esta posición se limita la curvatura

del cable por medio de aparejos ó tornos para que pueda soltarse con facilidad de los fiadores y amarres.

Para el montaje ó reposición del nuevo cable deben seguirse inversamente las operaciones que acabamos de mencionar; esto es, debe principiarse por el amarre previo de sus extremos, y luego se procede á su elevación, suspensión y atornillado de cada uno de los estribos de los caballetes de las péndolas.

Esta disposición es también á propósito para que el tablero pueda reemplazarse por otro nuevo de igual sección y longitud, pues podrá bajarse y dejar lugar para la colocación del que haya de reemplazarle.

Las maniobras de quita y pon se ejecutan por este procedimiento sin choques ni sacudidas peligrosas para la obra, sin andamios ni aparejos especiales y costosos, sin alterar la circulación y, en fin, con un número de obreros muy limitado.

El vértice de las péndolas, que se divide en dos ramas para apoyarse en dos puntos distintos del caballete, tiene además por objeto el repartir la carga total sobre los cuatro cables restantes, sea cual fuere el que trate de sustituirse. De aquí resulta que, durante la operación, la resistencia de los cables de suspensión no se encuentra disminuída más que en $\frac{1}{4}$ en el tipo de cinco cables que nos ocupa; y puesto que la carga de prueba es generalmente el doble de lo permanente y adicional, la supresión del $\frac{1}{4}$ de la resistencia no ofrece ningún peligro desde el punto de vista de la seguridad. Además, cuanto mayor es el número de cables menor es el aumento de carga que han de soportar los restantes durante la maniobra.

En resumen, este sistema determina un adelanto muy digno de tenerse en cuenta en la construcción de nuevos puentes colgantes, pues no exige aumento de coste y, al parecer, tiene la ventaja de que puede también introducirse en algunos de los antiguos con un presupuesto de gastos muy limitado en comparación con las ventajas que su aplicación reportaría á la obra.



NOTA B

Cables de alambres retorcidos y sin ligaduras.

Estos cables están hechos con alambres arrollados en hélices con torsión en los dos sentidos; son de mayor duración y más resistentes que los de alambres paralelos, hoy casi abandonados en las nuevas construcciones.

La experiencia ha demostrado que los cables de alambres paralelos, usados en los primeros puentes colgantes, eran de difícil conservación. La destrucción rápida que sufren se explica por la facilidad que encuentra la oxidación para propagarse en el interior del haz por los intersticios vacíos que, dada su fabricación, quedan entre los alambres.

El oxígeno, el agua y todos los agentes de destrucción circulan con libertad por esas cavidades como por pequeños canales y llevan la oxidación al interior del cable, donde queda oculta al observador, que no se apercibe del mal hasta que por su gravedad llega á manifestarse exteriormente, á veces demasiado tarde para remediarle.

Hay que observar que esta destrucción interior se verifica á pesar de la conservación del exterior, pues la pintura se aplica superficialmente, sin que pueda llegar su influencia al corazón del cable. En los cables de alambres retorcidos por el procedimiento Arnodin, los elementos se unen mecánicamente, y, por decirlo así, matemáticamente, forman una serie de coronas concéntricas que no dejan entre sí más que el vacío teórico previsto, y antes de la elaboración del cable los alambres pasan uno á uno por un baño de composición antioxidable.

La fabricación se verifica en tantos pases como coronas hay superpuestas,

y á cada pase el cable entero se sumerge de nuevo en el mismo baño; de manera que todos los alambres y todas las coronas se hallan perfectamente recubiertas, y los huecos interiores que resultan entre las circunferencias tangentes se rellenan por la composición antioxidable. No quedan, pues, huecos interiores por los cuales puedan circular los agentes destructores. Desde luego la torsión se opondría á que esos huecos sirvieran de canal para la circulación, puesto que se forman espirales que suben y bajan alternativamente, lo cual impide que sirvan de conductos por los cuales circule el agua.

Pueden considerarse estos cables, para los efectos de la destrucción, como una barra de hierro macizo, para cuyo entretenimiento basta vigilar cuidadosamente la pintura exterior, con lo que se logra una conservación muy superior á la de los cables de haces paralelos. Sobre las barras de hierro macizo tienen la ventaja de no estar expuestos á las roturas insólitas, por estar formados de muchos elementos; además son más ligeros y más económicos.

Otra de las causas de mayor duración de los cables de alambres retorcidos sobre los de haces paralelos, es la de que en los primeros pueden emplearse alambres de mayor diámetro, en los cuales los efectos de la oxidación son proporcionalmente mucho menores.

De experiencias hechas hacia 1825 por Seguin *ainé*, más tarde por Mr. Leblan, en el puente de la Roche-Bernard por Flachal, recientemente por los ingenieros de la villa de Lyon, y en la actualidad por la casa Arnodin, resulta que en los cables de alambres paralelos procedentes de una buena fabricación la pérdida de resistencia motivada por las desigualdades de la tensión al suspenderlos es próximamente el 20 por 100 de las sumas de las resistencias de todos los alambres que componen el haz, rotos aisladamente. En los cables de alambres retorcidos, la regularidad á que obliga la torsión hecha por los procedimientos mecánicos aumenta notablemente la resistencia total, puesto que el término medio de todos los experimentos hechos demuestra que la pérdida no es más que del 4 al 5 por 100 sobre la resistencia de alambres reunidos en haces por ligaduras. Resulta que si se admite, como antiguamente, que los alambres de los cables deben trabajar al $\frac{1}{4}$ de su resistencia absoluta, se obtiene con el nuevo tipo una seguridad mucho mayor á igual sección, ó bien un peso menor y menor coste á igual resistencia.

Hay que observar también que los resultados indicados han procedido de experimentos hechos en el taller con sumo cuidado, y trabajando los

alambres en línea recta, mientras que, en la práctica, el cable experimenta una tensión según una curva parabólica. Tiene, pues, si es de alambres paralelos, unos que son de intradós y otros de extradós, soportando éstos la carga en proporciones mucho mayores que aquéllos.

Ocurre lo contrario con los cables retorcidos, en los cuales la torsión coloca sucesivamente todas las espirales ó todos los alambres de una misma corona en el intradós y en el extradós. De ahí resulta, á no dudarlo, una nueva causa de superioridad en favor de la torsión. La práctica en la industria ha demostrado, desde tiempo inmemorial, que todas las cuerdas de cáñamo ó de metal destinadas á arrollarse y á experimentar grandes inflexiones deben retorcerse y no formar haces paralelos, tanto para su mejor conservación, como para la regularidad del trabajo de los elementos que los componen.

Estas propiedades se refieren sólo á su aplicación á los puentes colgantes y sus similares, es decir, cuando han de afectar la forma parabólica ó en catenaria; pues, según tenemos entendido, en otras aplicaciones no se obtienen resultados tan favorables con ellos.

ERRATAS MÁS NOTABLES

Página.	Renglón.	DICE.	DEBE DECIR.
7	10	via.....	ría.
9	24	3.500 metros de longitud).....	1.500 metros de longitud próxima- mente entre la subida y la bajada.
13	23	otra <i>I</i>	una I
16	10	desembarque.....	desembrague.
17	35	tambor (cuyo trazado más ade- lante veremos) que.....	tambor que
18	27	un tonel como luego veremos....	un tonel.
19	15	obra (figura 26) se.....	obra, se
25	33	que es.....	que se
32	19	viga <i>I</i> , en.....	viga I , á
32	33	una viga.....	una reja
35	23 y 24	19 kilogramos por milímetro.....	10 kilogramos por metro.
38	26	Los fiadores están representados en las figuras 34 y 35.....	Los fiadores están representados: en las figuras 34 y 35 los de los con- travientos laterales, y en las 30 y 31 los principales.
40	16	figuras 41 y 42.....	figuras 40 y 41.
40	20	(figura 40).....	(figuras 41 y 42)
62	28	(3).....	(página 57)
66	3	$386.238 \times 0,76 = 508.200$	$508.200 \times 0,76 = 386.238$.
74	6	de bases.....	de las bases.
75	25 y 26	una, y nunca.....	una y única
79	12	$(x + 476,638)^2$	$(x + 476,638)^2$
86	30	Si tienen.....	Se tienen
91	16	tendrá.....	tendrá con suficiente aproximación.
91	17	$\frac{4}{3x} y \Delta y = L$	$\frac{4}{3x} y \Delta y = \Delta L$.
91	19	$\Delta y = \frac{3x}{4y}$	$\Delta y = \frac{3x}{4y} \Delta L$.
92	18	se tendrá.....	se tendrá aproximadamente
108	30	resulten.....	resistan.

La imposibilidad de corregir cuidadosamente las pruebas, ha hecho que en algunos números aparezcan comas indicando decimales en sitios donde debían estar los puntos indicando millares: es errata bastante repetida, que á primera vista puede ser subsanada.

Al efectuar alguna de las operaciones numéricas se han hecho cambios de unidad, circunstancia que ha de tenerse en cuenta para que sean rigurosamente verdaderas las igualdades establecidas.

ÍNDICE

PRIMERA PARTE

Origen y desarrollo de la idea.

	<u>Páginas.</u>
Origen de la idea.	7
Desarrollo de la idea.	11
PRIMERA SOLUCIÓN.— <i>Cables que sirven de carriles y constituyen la vía sobre que se mueve el bastidor superior.</i>	14
CÁLCULOS PARA JUSTIFICAR LA RESISTENCIA DE LA OBRA.....	19
Datos y consideraciones que han servido de base para fijar las dimensiones generales de la construcción.....	19
Cálculo de los cables principales.	20
Ídem de los cables de retención y de las pilas.....	23
Modo de emplear los materiales para formar un cable.	25
Determinación del peso real y justificación de que están bien basados los cálculos relativos á los cables principales.....	26
Justificación de la resistencia de las pilas.	27
Ídem de la estabilidad de los macizos de mampostería que sirven de apoyos á los cables principales.	28
Cimientos de las pilas.	30
Articulaciones de las pilas en sus bases.	31
SEGUNDA SOLUCIÓN.— <i>Viga en forma de \square, en cuyo interior se establece una vía de 0,17 metros de anchura.</i>	32
TERCERA SOLUCIÓN.— <i>Dos vigas horizontales suspendidas y bastante separadas para evitar las oscilaciones transversales del transbordador.</i>	33
Pilares.	34
Cimientos.	36
Suspensión.	36
Fiadores.	38
Tablero.	39
Bastidor móvil.	40
Transbordador.	41
Movimiento.	42
CÁLCULOS DE RESISTENCIAS.	47
Peso por metro lineal de tablero.	47
Cálculo de la cuerda y de la flecha de la parábola.	48

	<u>Páginas.</u>
Tensión de los cables parabólicos.....	49
Ídem id. oblicuos.....	50
Componente horizontal desarrollada por los cables oblicuos.....	52
Barrotes de suspensión.....	54
Suspensión del transbordador.....	54
Cálculo de los cables de retención de la suspensión.....	55
Pilares.....	56
Cimientos.....	61
Tensión de los vientos transversales.....	62
Contravientos horizontales del tablero.....	62
Fiadores de los cables de suspensión.....	64
Justificación de la estabilidad de los fiadores de los cables de suspensión....	65
Fiadores para la estabilidad transversal del puente.....	67
Viga armada.....	68

SEGUNDA PARTE

Estudio analítico de la solución adoptada y de las modificaciones en ella introducidas para hacerla esencialmente práctica.

I. PRELIMINARES.....	71
II. SUSPENSIÓN.—RETENCIÓN.	
I. Equilibrio de los cables de suspensión.....	75
II. Ídem id. id. de retención y de los bastidores de dilatación de los vértices de los pilares.....	82
III. Deformaciones que por la acción de la carga móvil experimentarán los cables amarrados á los bastidores de dilatación.....	89
IV. Deformaciones que experimentarían los cables en el supuesto de estar amarrados á los vértices de las pilas sin el intermedio de bastidores de dilatación.....	94
V. Deformaciones que experimentarán los cables por efecto de los cambios de temperatura.....	97
III. RESISTENCIA DE LOS PILARES.	
I. Esfuerzos de compresión á que estarán sometidos los pilares.....	98
II. Esfuerzos transversales á que estarán sometidos los pilares.—Necesidad de aumentar su resistencia.....	98
III. Resistencia á la flexión transversal de una pila reforzada.....	102
IV. Resistencia de las pilas al viento longitudinal.....	105
V. Trabajo á que, por compresión, se hallará sometido el material en una pila reforzada y arriostrada.....	106
IV. ESTABILIDAD.....	108
V. ACCIÓN DEL VIENTO SOBRE EL TABLERO.—NECESIDAD DE REFORZAR SU RESISTENCIA.	109
VI. UNIÓN DEL TABLERO Á LOS PILARES.....	112
VII. VIGA TUBULAR.—ORGANIZACIÓN Y RESISTENCIA.....	112
I. Sección.....	113
II. Cubrejuntas de las vigas tubulares.....	116
VIII. ARRIOSTRADO HORIZONTAL DEL TABLERO.....	119

	<u>Páginas.</u>
I. Piezas oblicuas.....	119
II. Platos para el cosido de las riostras.....	125
IX. VIGA ARMADA QUE CONSTITUYE EL PRETIL.....	127
X. DETERMINACIÓN DEFINITIVA DE LA SUSPENSIÓN Y RETENCIÓN.....	129
I. Cables de suspensión.....	129
II. Ídem oblicuos.....	137
III. Ídem de retención.....	139
IV. Contravientos de las vigas armadas.....	140
V. Amarres.....	141
XI. COMPROBACIÓN DE LA RESISTENCIA Y ESTABILIDAD DE LOS PILARES.—CONTRAVIENTOS DE LOS MISMOS.....	141
XII. DETERMINACIÓN DEL PESO DEL TABLERO.....	147
I. Arriostrado.....	147
II. Viga tubular.....	150
III. Viga armada que forma el pretil.....	151
IV. Pasarelas.....	151
V. Resumen del peso del tablero.....	152
XIII. ESTABILIDAD DE LOS PILARES SIN ARRIOSTRADO ENTRE ELLOS, FIANDO SU ESTABILIDAD Á CONTRAVIENTOS LATERALES SOMETIDOS Á UNA TENSIÓN PRUDENCIAL....	152
XIV. COMPROBACIÓN DE LA RESISTENCIA DEL TABLERO Á LA FLEXIÓN LATERAL.....	157
XV. BASTIDOR MOVIBLE.—SUSPENSIÓN DEL TRANSBORDADOR.—TRANSBORDADOR.....	158
XVI. CARGA DE PRUEBA.....	159

T E R C E R A P A R T E

Ejecución práctica.

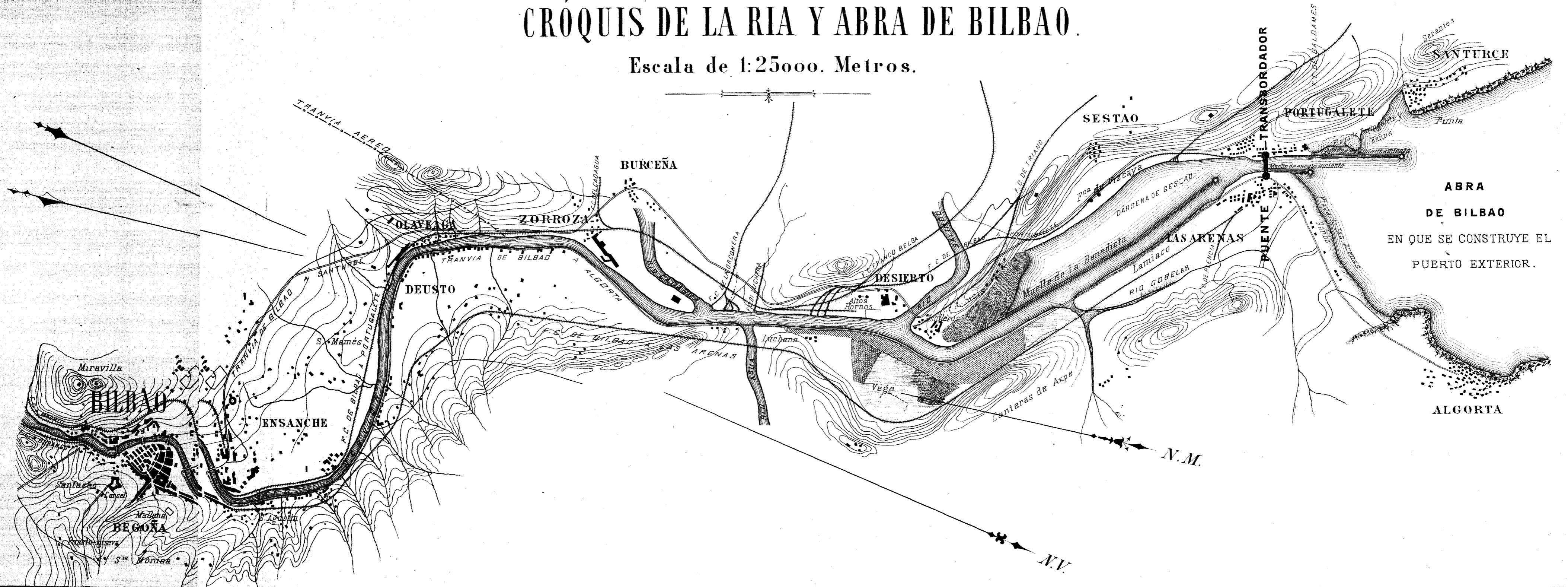
I. TRABAJOS PRELIMINARES.....	161
II. CIMENTACIONES Y OBRAS DE FÁBRICA.....	163
I. Cimentación de las pilas.....	163
Orilla izquierda.....	163
Orilla derecha.....	165
II. Construcción de los fiadores.....	167
Orilla izquierda.....	167
Orilla derecha.....	168
III. Resumen de las obras de cimentación y construcción de los fiadores.....	169
III. UNIÓN DE LOS PILARES Á LA CIMENTACIÓN.....	170
IV. PILARES.....	171
V. CABLES.....	172
VI. TABLERO.....	174
VII. APARATO DE DILATACIÓN DEL TABLERO.....	175
VIII. TRANSBORDADOR.....	176
IX. BASTIDOR MOVIBLE SUPERIOR.....	177
X. APARATOS DE TRACCIÓN Y MOVIMIENTO.....	179

APÉNDICE

	<u>Páginas.</u>
MODIFICACIÓN DEL SISTEMA PARA SALVAR GRANDES LUCES.....	181
Nota A	
DISPOSICIONES ADOPTADAS PARA LA FÁCIL RENOVACIÓN DE LAS PIEZAS EN LOS PUENTES COLGANTES.....	183
Nota B	
CABLES DE ALAMBRES RETORCIDOS Y SIN LIGADURAS.....	187
ERRATAS MÁS NOTABLES.....	191
ÍNDICE DE FIGURAS.....	193

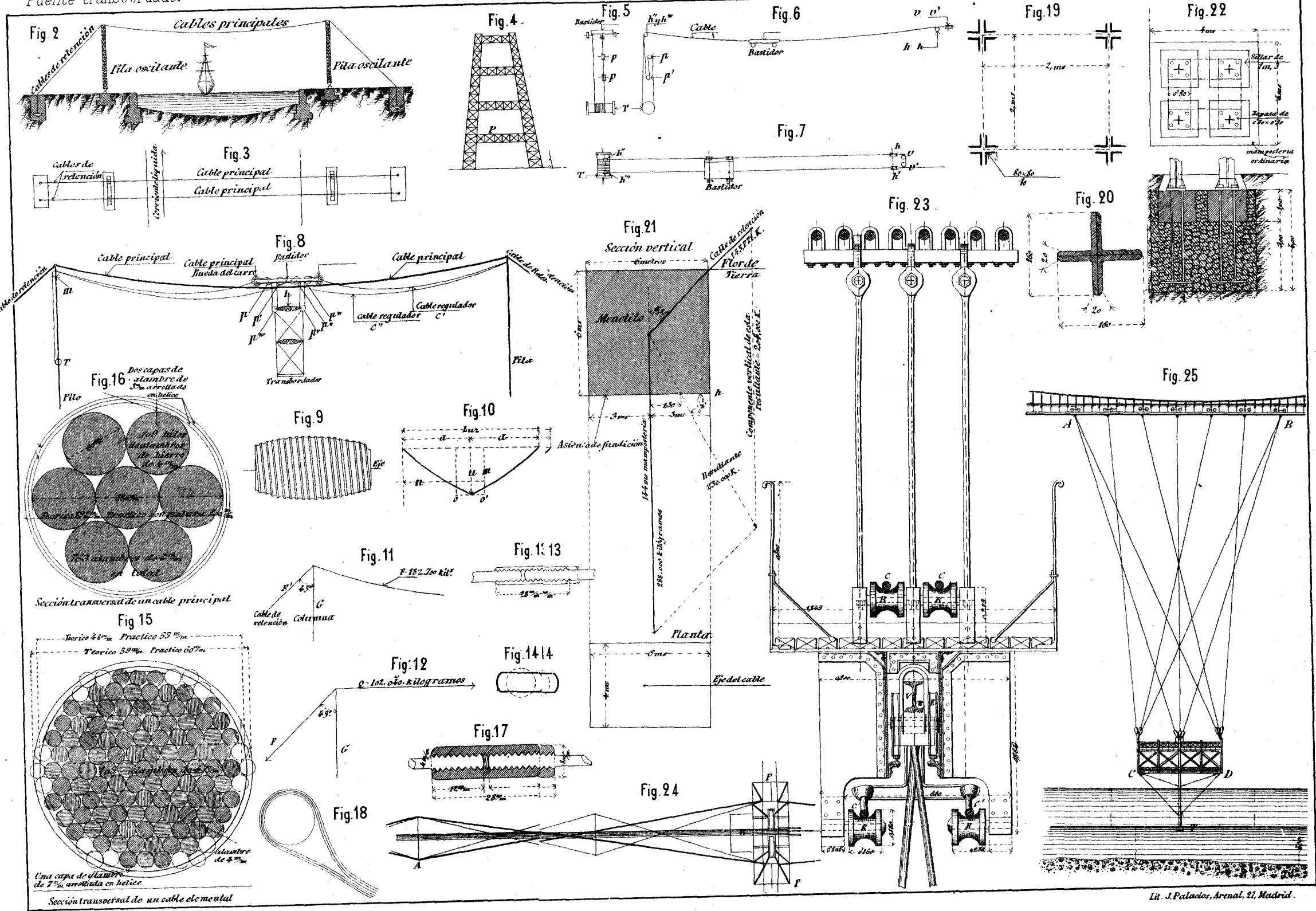
CROQUIS DE LA RIA Y ABRA DE BILBAO.

Escala de 1:25000. Metros.

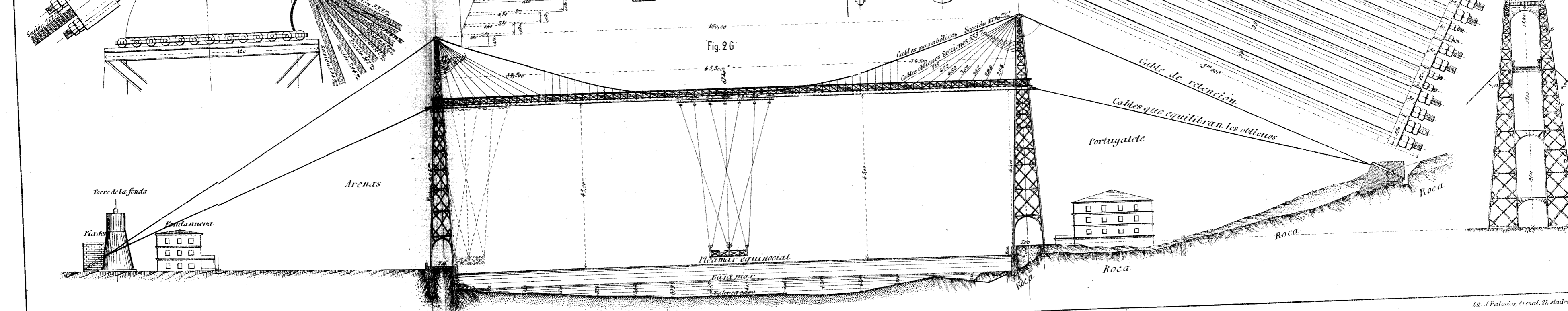
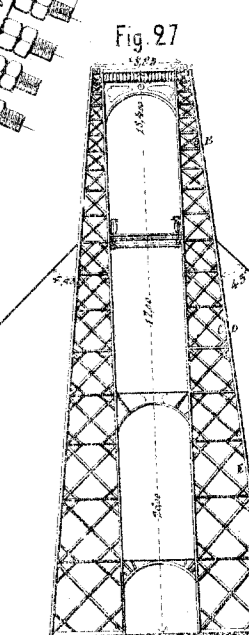
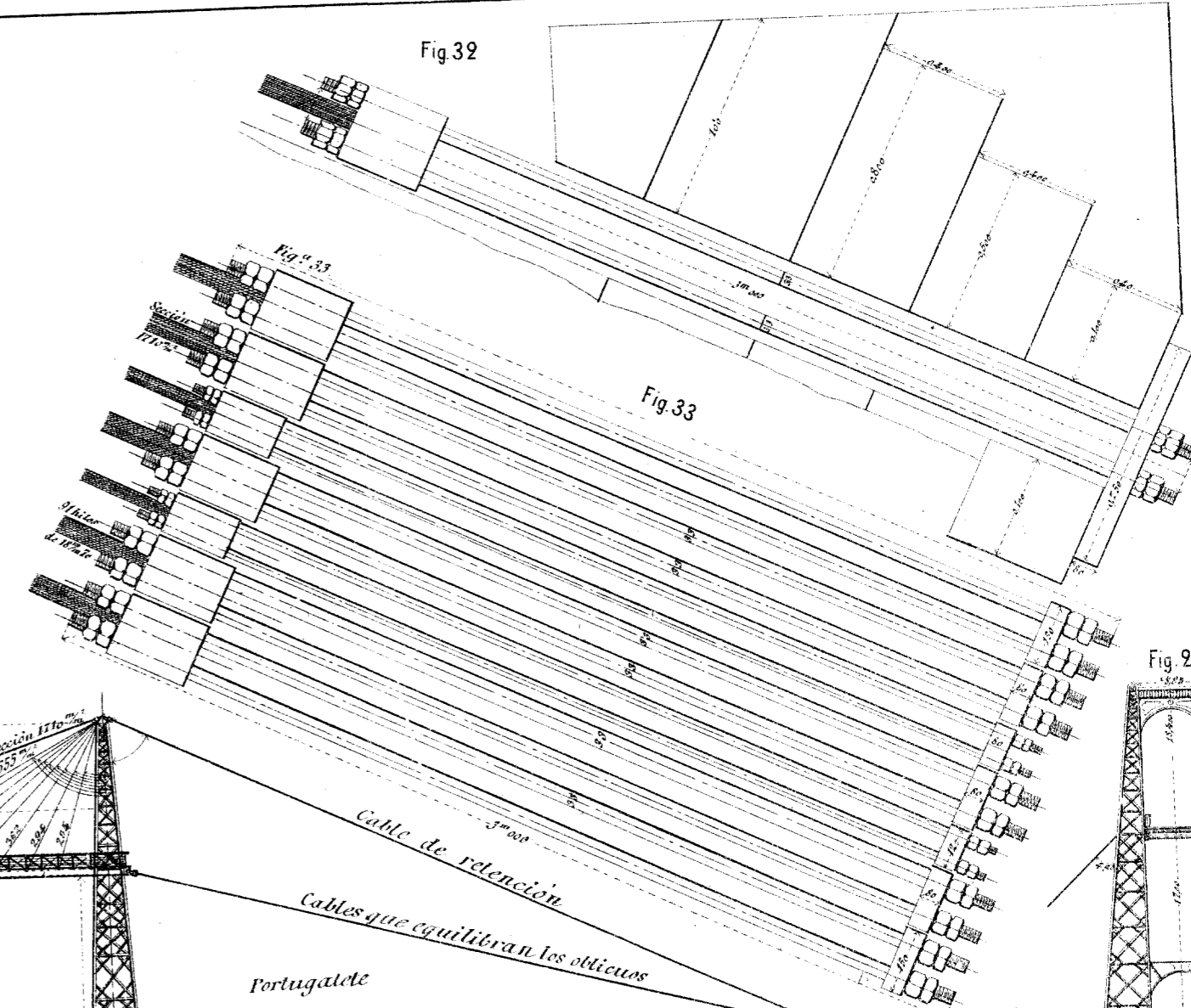
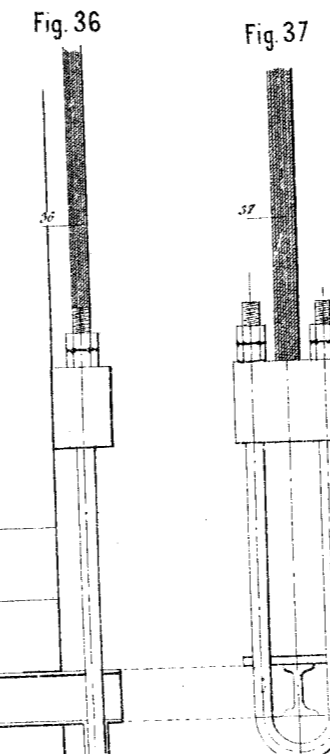
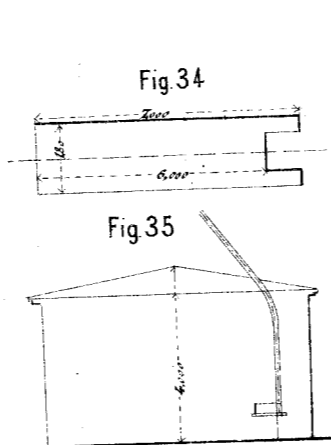
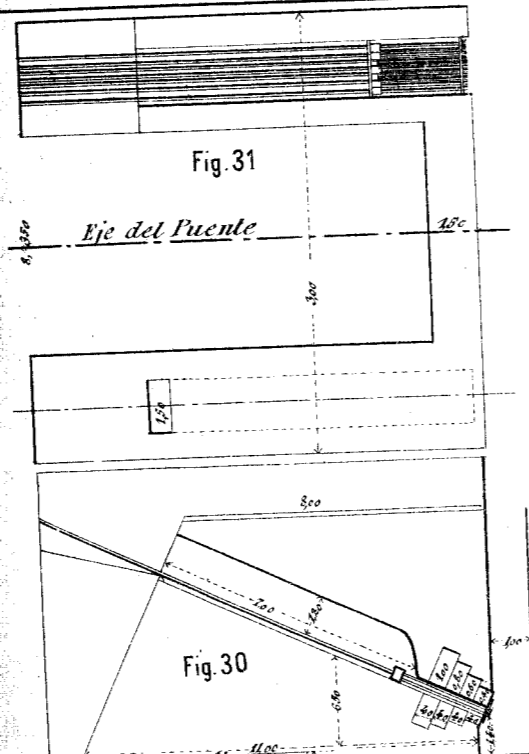
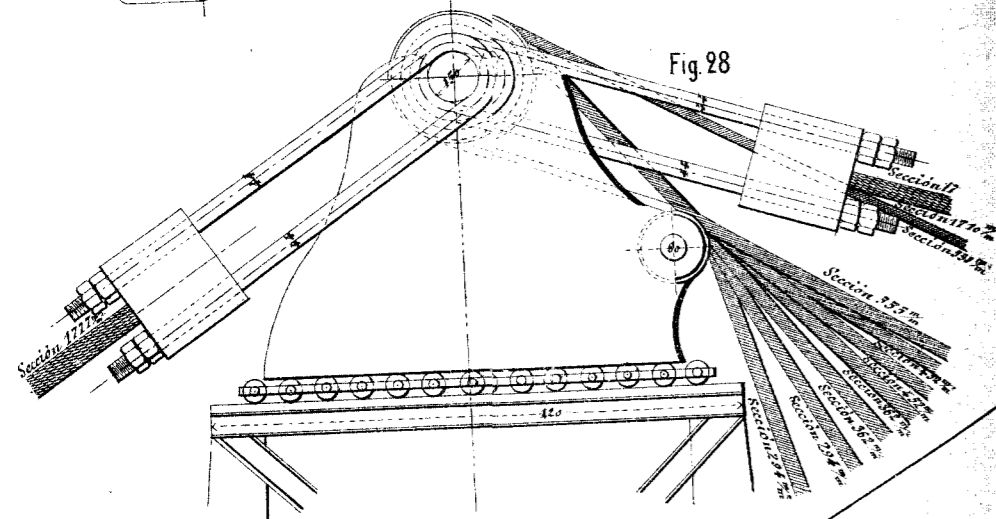
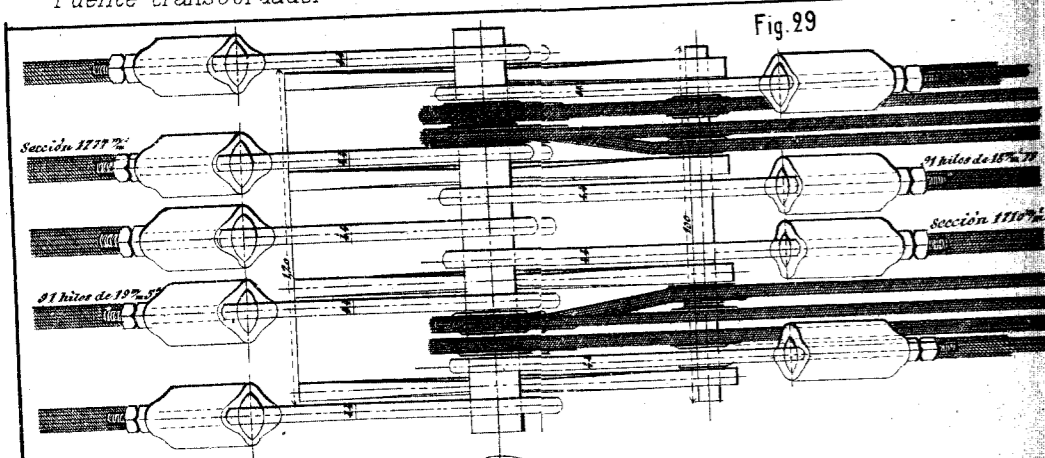


ABRA
DE BILBAO
EN QUE SE CONSTRUYE EL
PUERTO EXTERIOR.

Puente transbordador



Puente transbordador



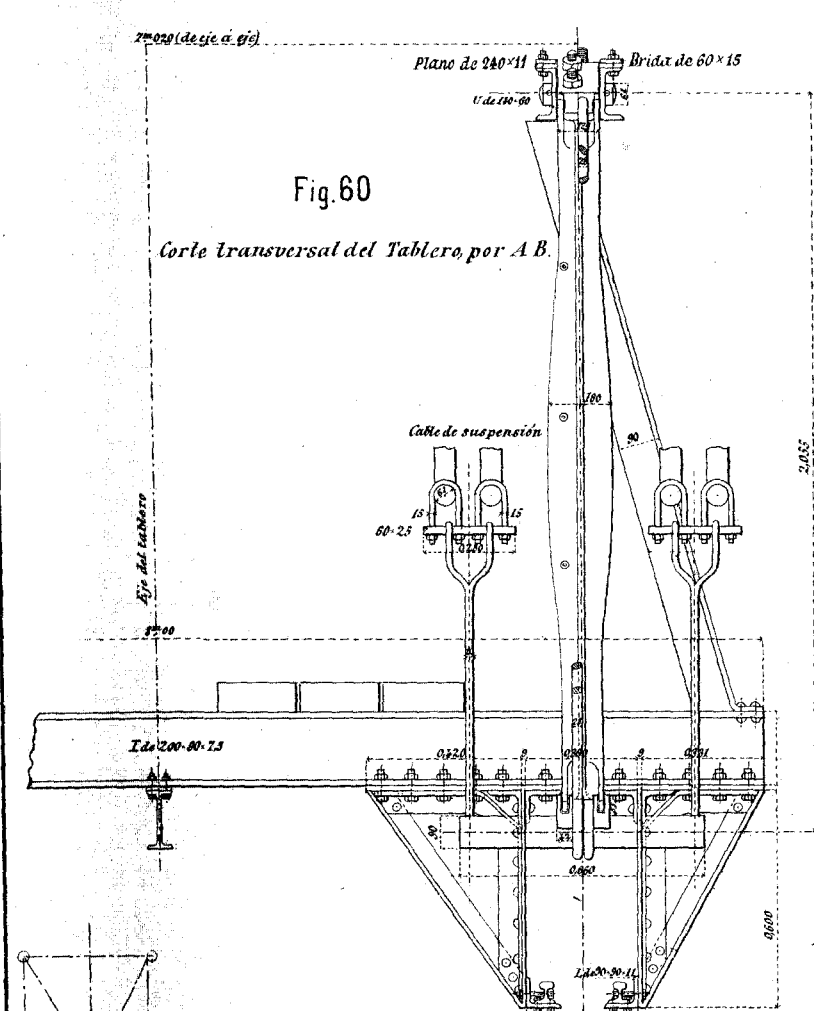


Fig. 60

Corte transversal del Tablero por A B.

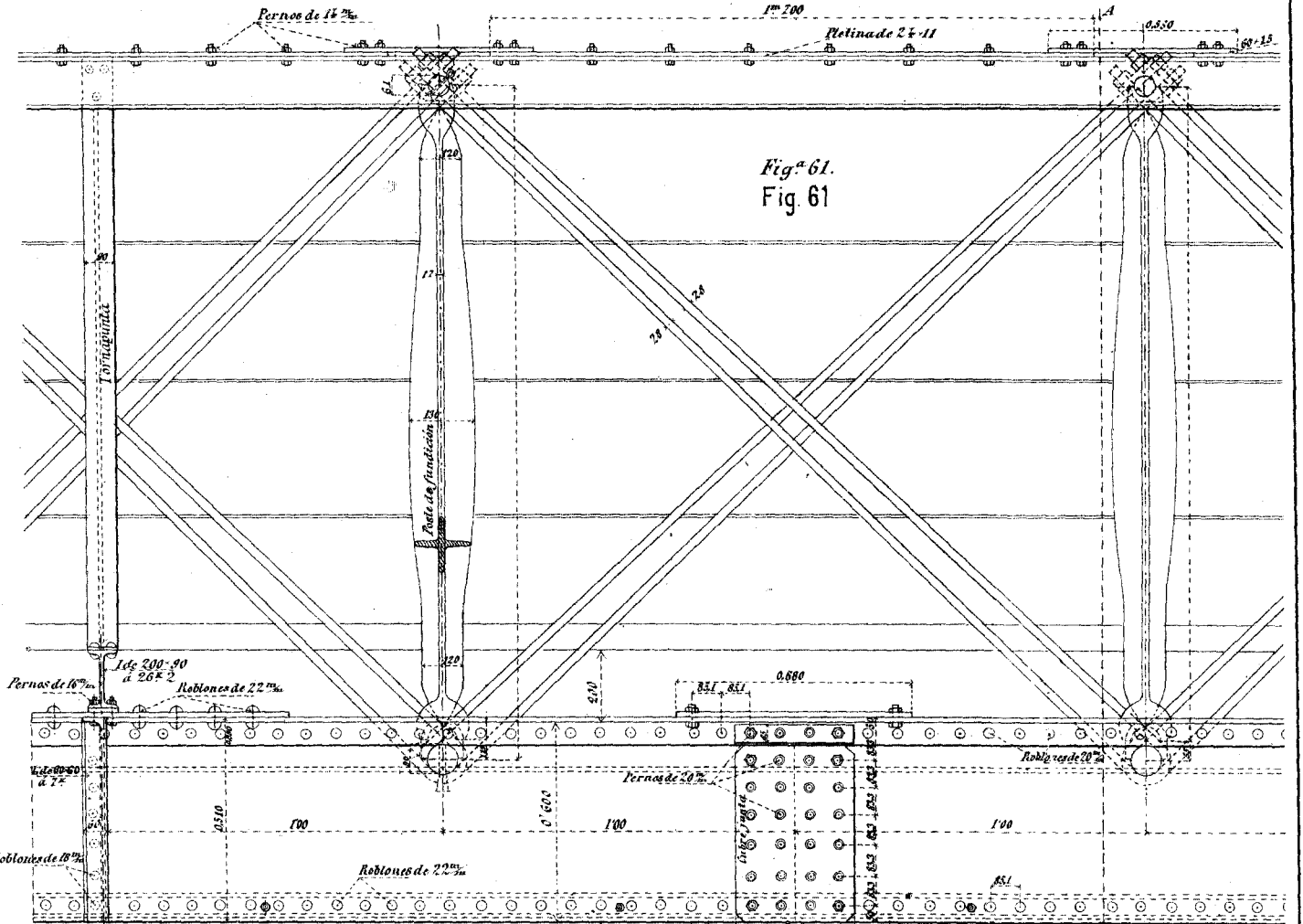


Fig. 61

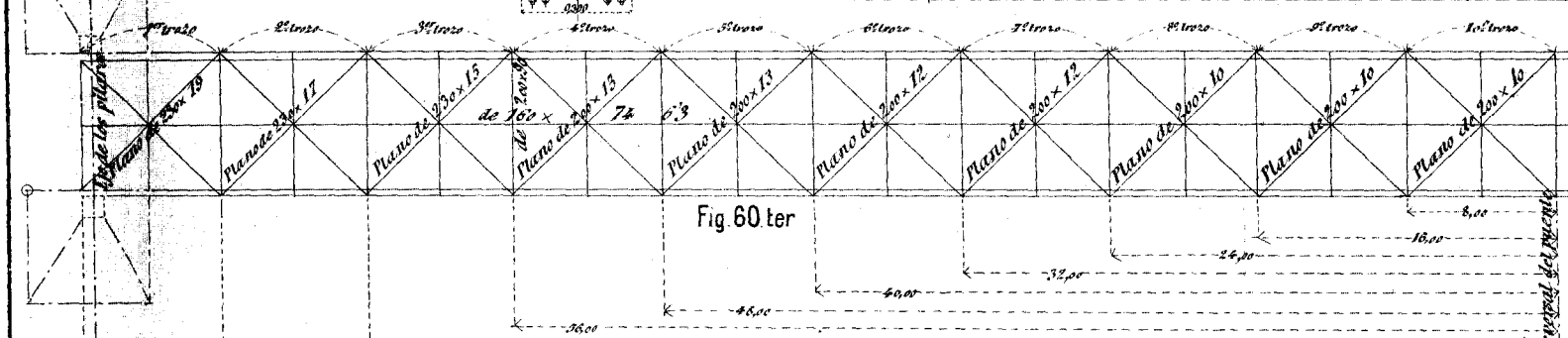


Fig. 60 ter

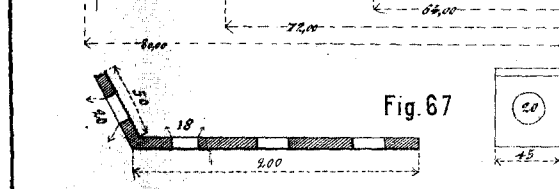


Fig. 67

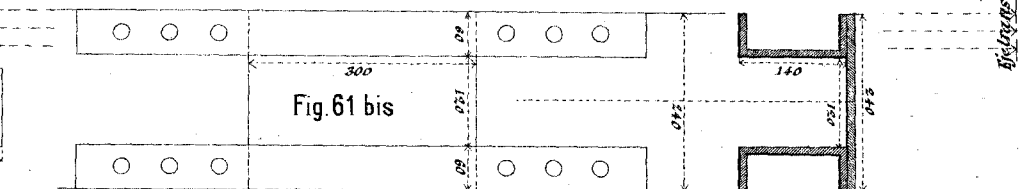


Fig. 61 bis

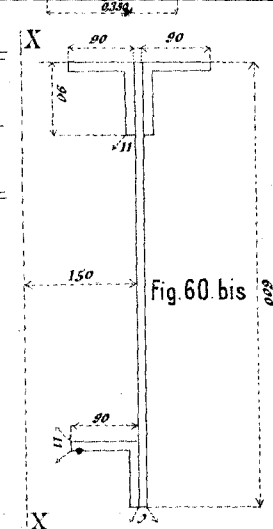


Fig. 60 bis

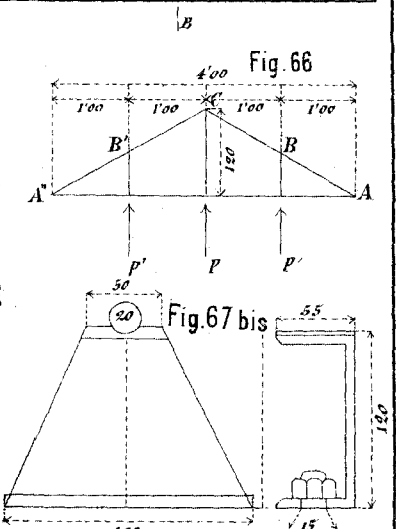


Fig. 66

Fig. 67 bis

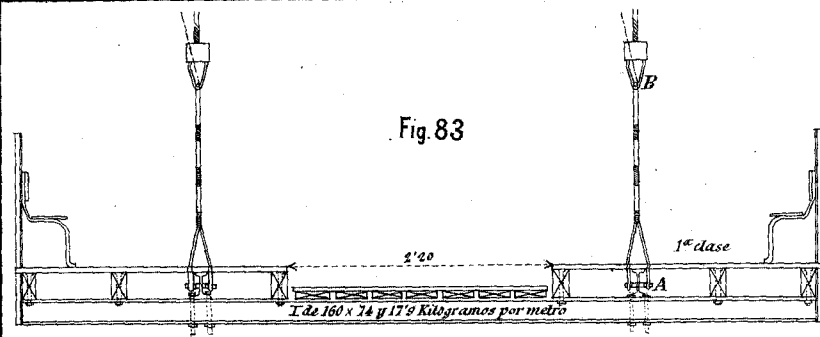


Fig. 83

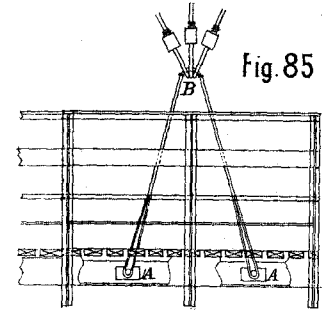


Fig. 85

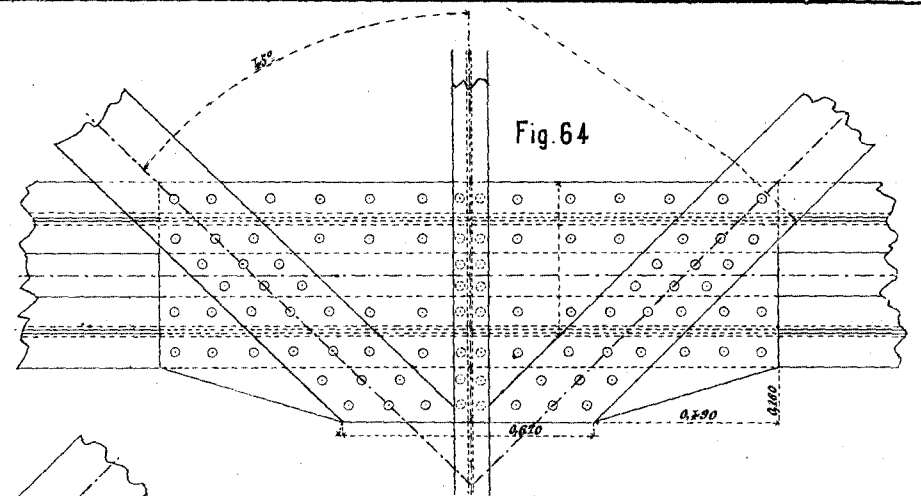


Fig. 64

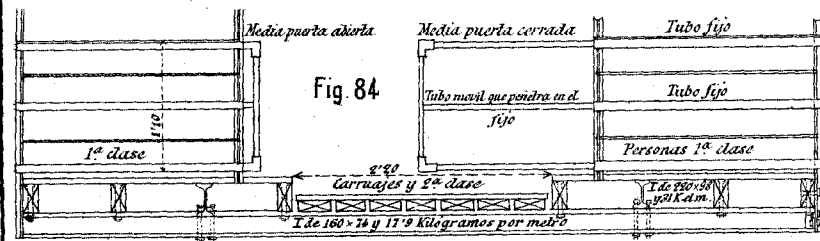


Fig. 84

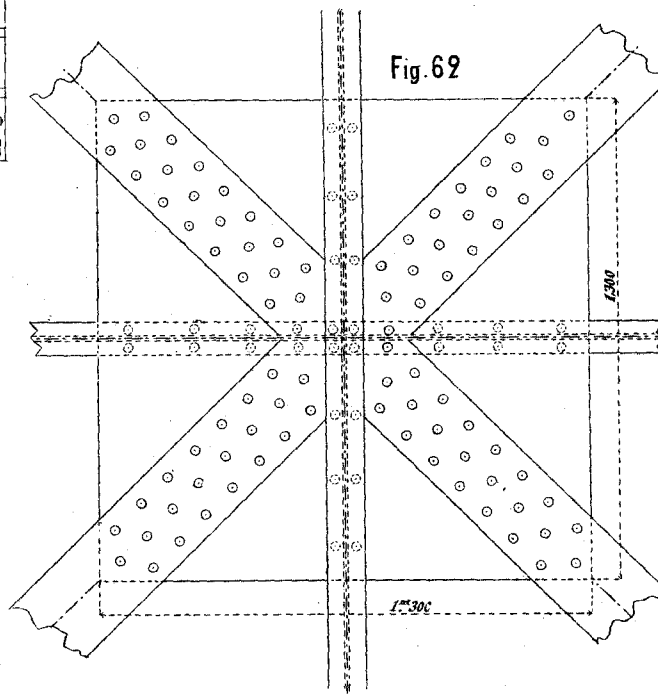


Fig. 62

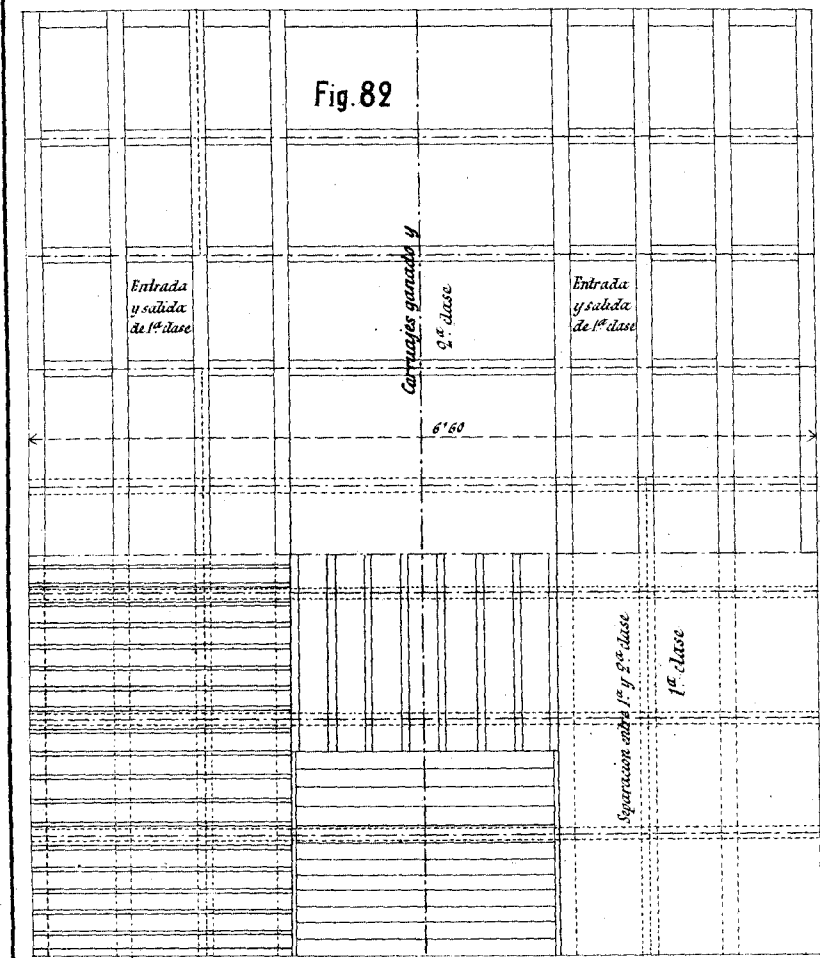


Fig. 82

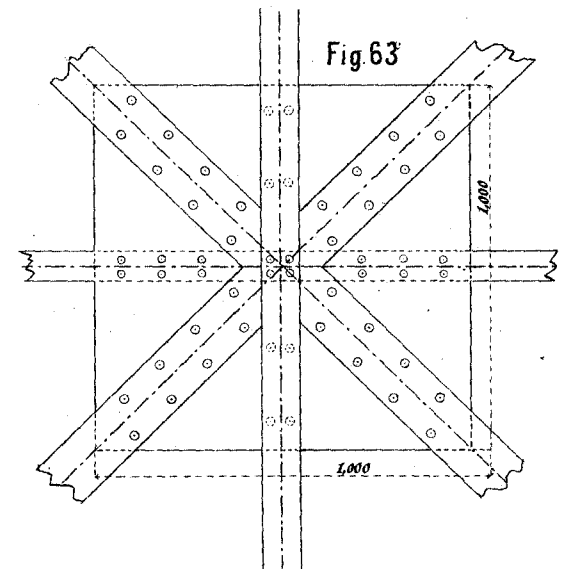


Fig. 63

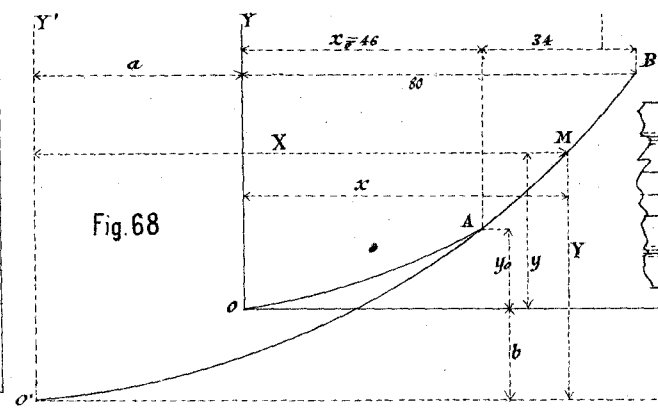


Fig. 68

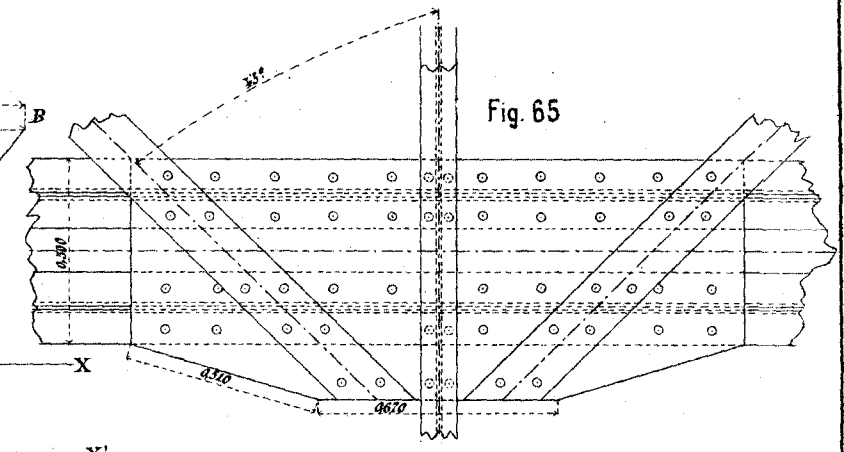
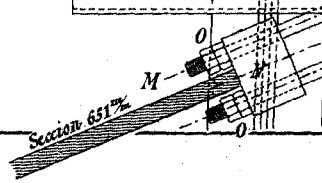
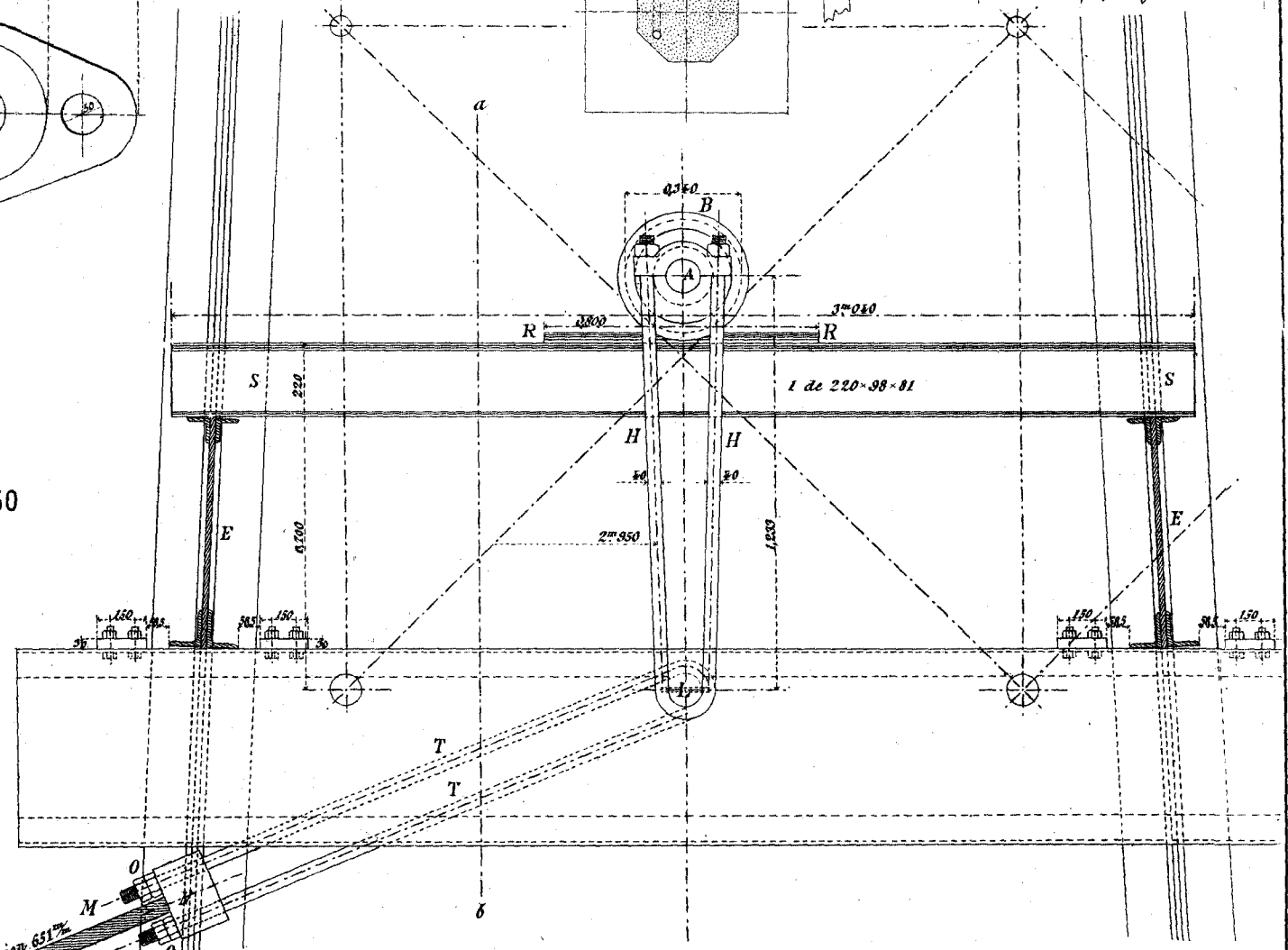
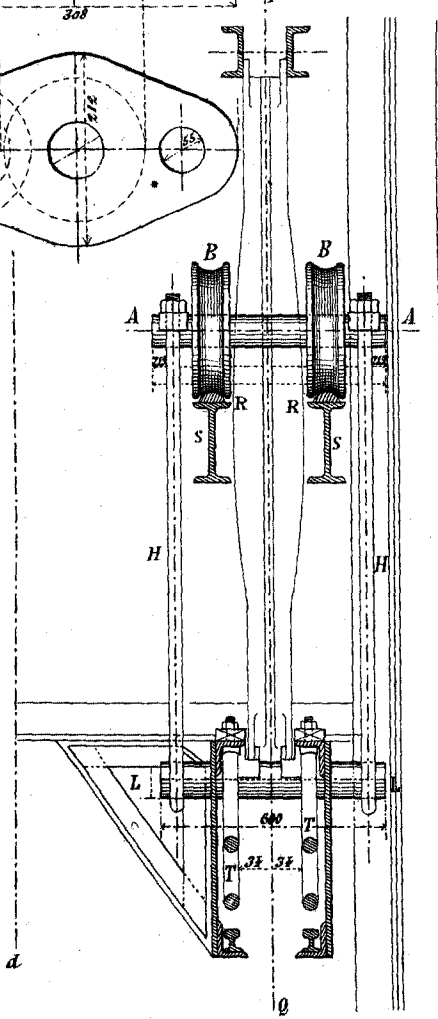
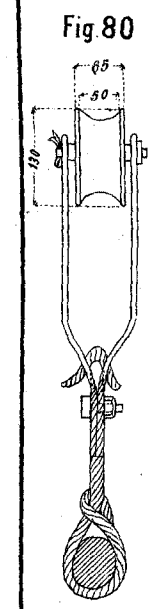
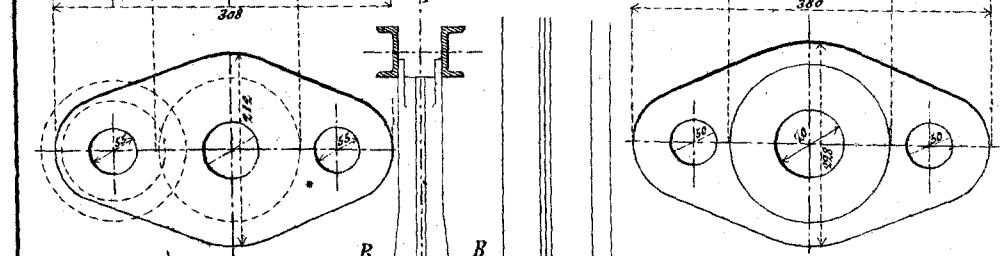
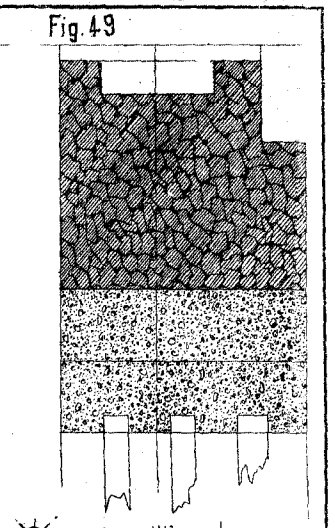
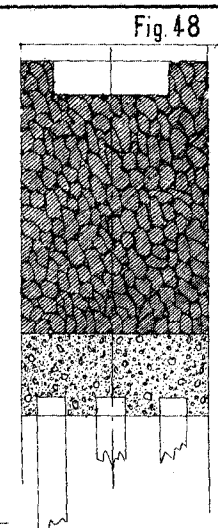
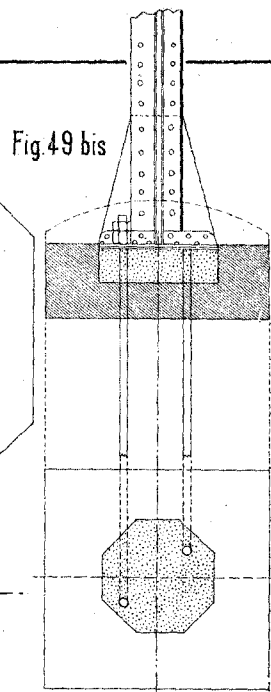
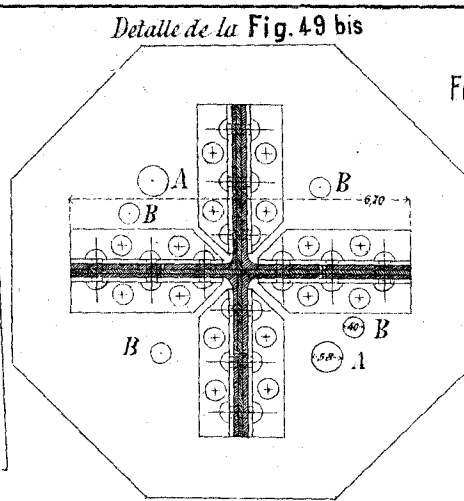
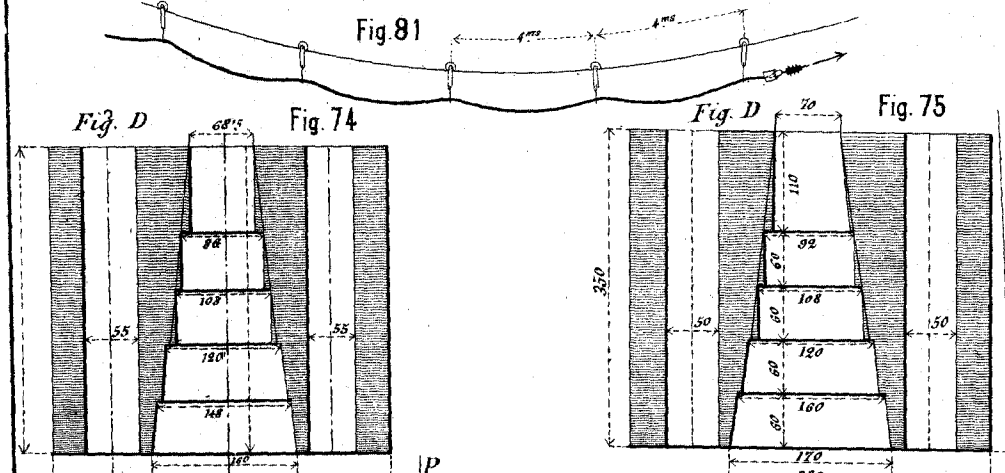
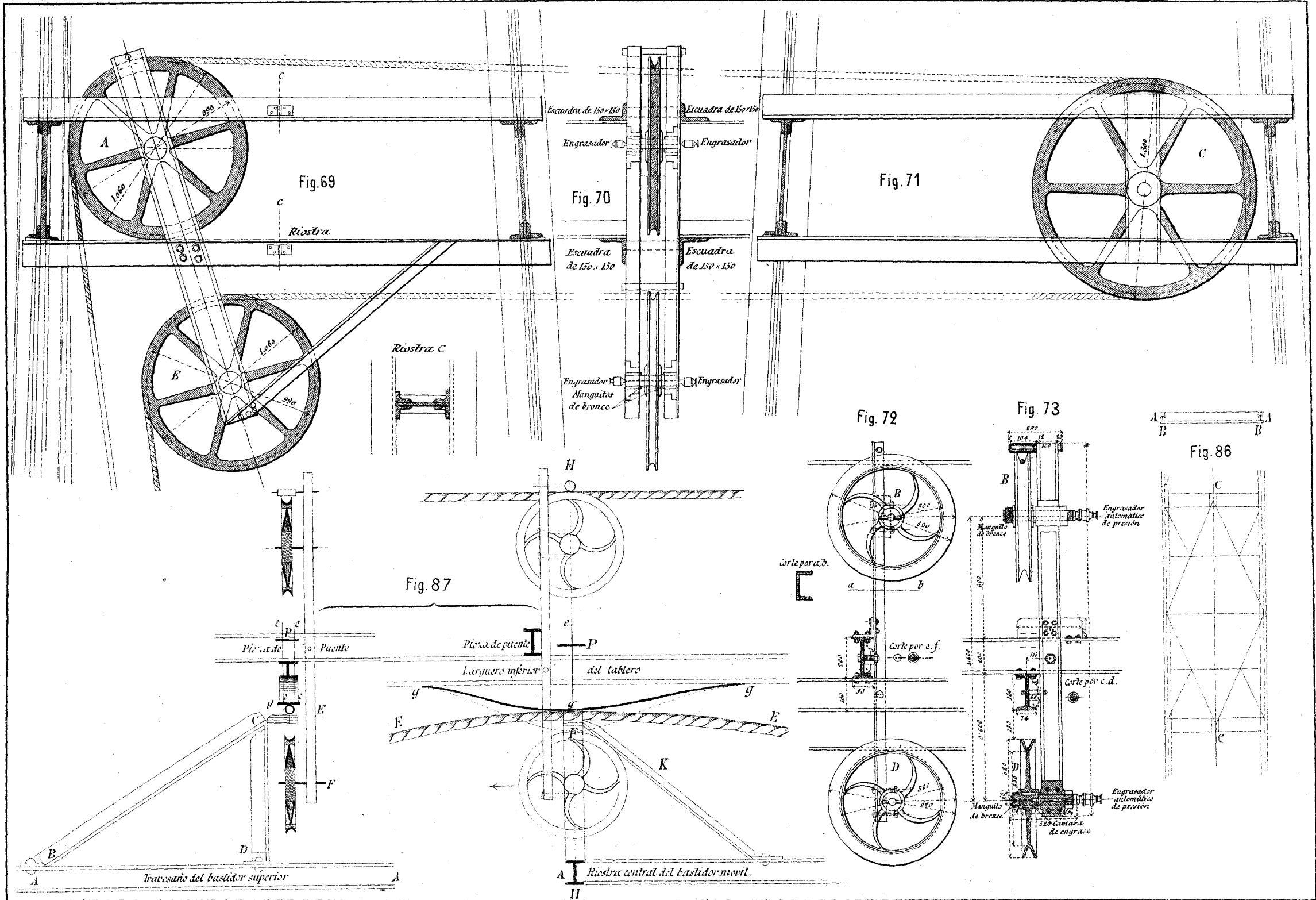


Fig. 65





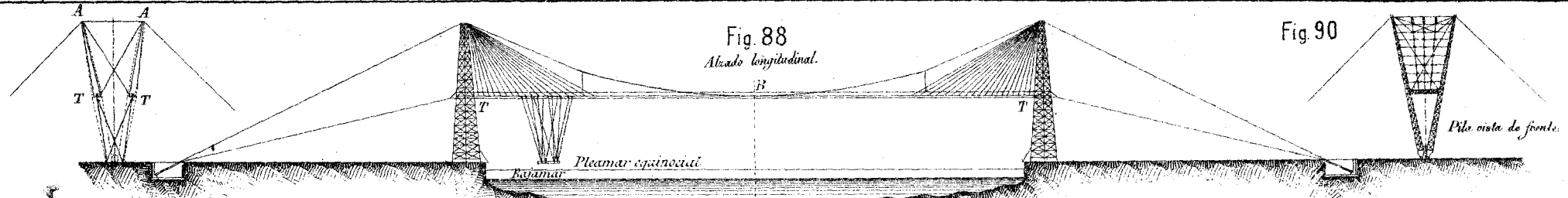


Fig. 91 Disposición de los cables de suspensión según el corte por el eje A. B

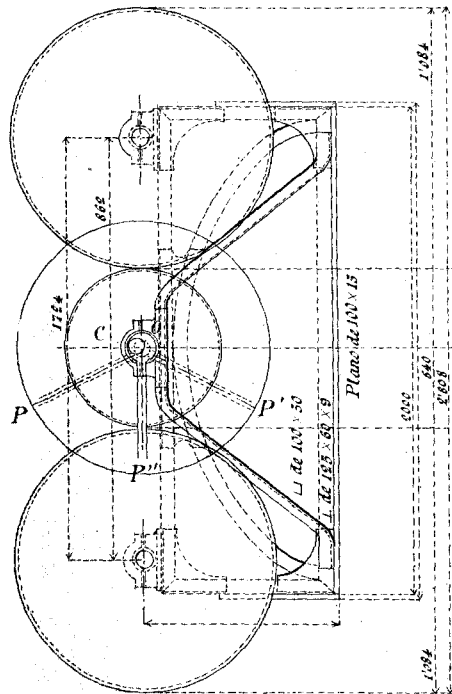
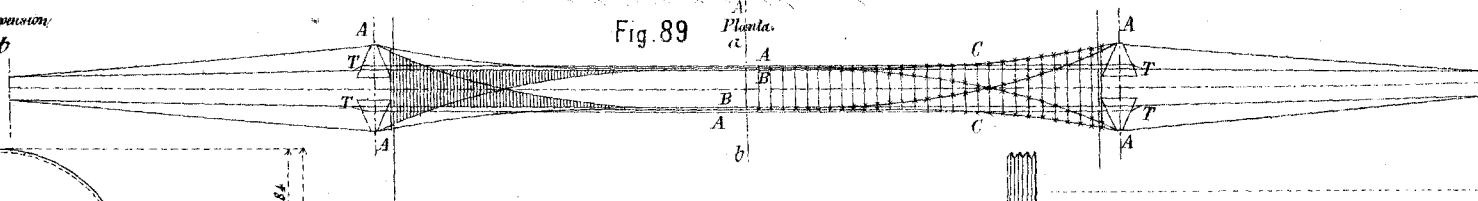


Fig. 79

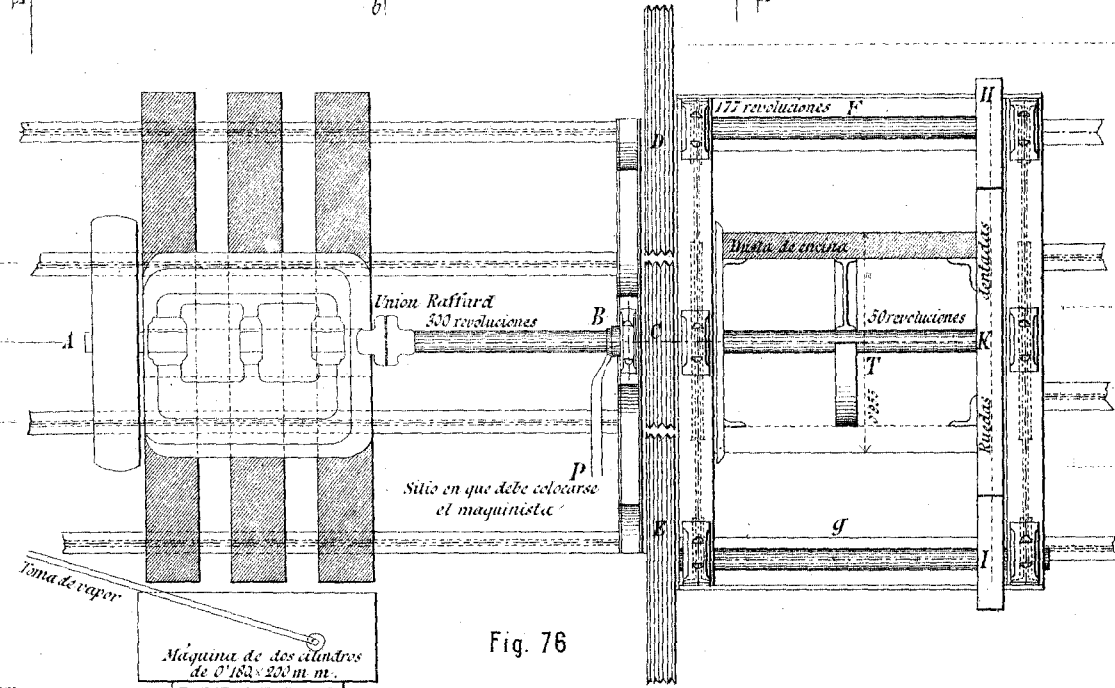


Fig. 76

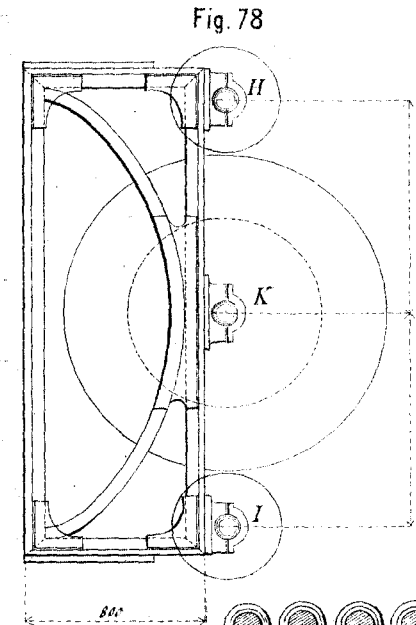


Fig. 78

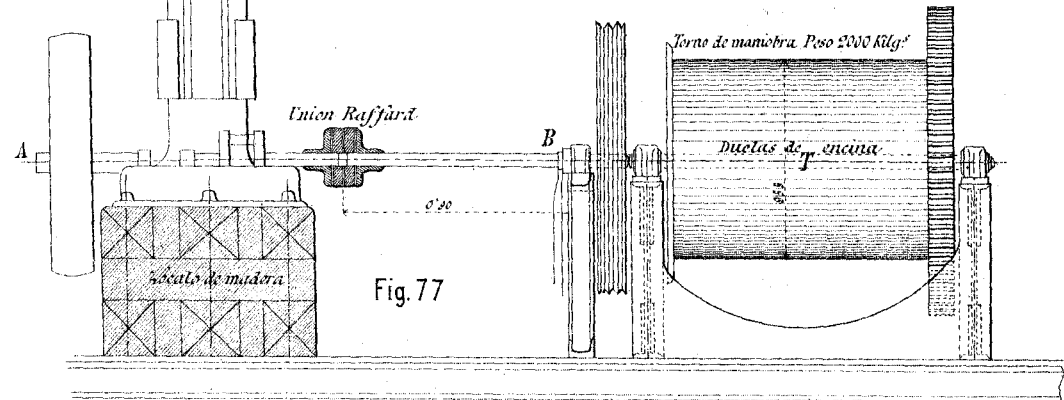


Fig. 77

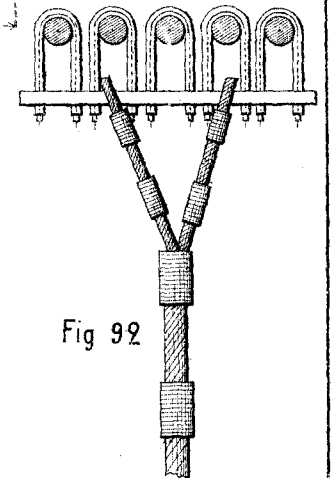


Fig. 92